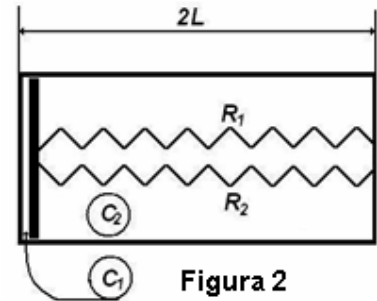


**Problema a II-a (10 puncte)**

**Piston ... cu arcuri**

Un cilindru închis la ambele capete, cu aria secțiunii transversale  $S$  este complet vidat. În interiorul cilindrului se află un piston de grosime neglijabilă, care se poate mișca fără frecări. În poziția inițială a pistonului, compartimentul  $C_1$  are lungimea neglijabilă, iar compartimentul  $C_2$  are lungimea  $2L$  (figura 2). În această situație, resorturile ideale identice  $R_1$  și  $R_2$  fixate între pistonul mobil și capătul cilindrului sunt nedeformate.



**Figura 2**

Se introduc lent  $\nu_1$  moli de gaz ideal monoatomic în compartimentul  $C_1$ . La sfârșitul acestei operații pistonul se află la mijlocul cilindrului. Temperatura gazului este în acest caz  $T_1$ . După realizarea acestei stări, numită în continuare starea 1, cantitatea de gaz din compartimentul  $C_1$  rămâne neschimbată, compartimentul  $C_2$  rămâne vidat și gazul din compartimentul  $C_1$  suferă următoarele procese:

**A.** Se încălzește (printr-un proces cvasistatic) gazul până în starea 2, când lungimea compartimentul  $C_1$  devine  $3L/2$ .

**B.** Se blochează pistonul și apoi se scade temperatura până în starea 3 când presiunea gazului este de două ori mai mică decât în starea 2.

În momentul atingerii stării 3, resortul  $R_2$  se rupe, astfel încât în continuare, asupra pistonului acționează numai resortul  $R_1$ .

**C.** Se deblochează pistonul și se răcește (printr-un proces cvasistatic) gazul până în starea 4 când lungimea compartimentul  $C_1$  devine  $L$ .

**D.** Se blochează din nou pistonul și se încălzește din nou gazul până în starea 5, când presiunea gazului este dublă față de cea din starea 4.

Consideră cunoscute  $\nu_1$ ,  $T_1$ ,  $S$ ,  $L$ , constanta gazelor perfecte  $R$  și căldura molară la volum constant a gazului ideal monoatomic  $C_v = \frac{3}{2}R$ .

**a.** Determină expresia constantei elastice a unui resort,  $k$ .

**b.** Dedu expresia raportului  $\frac{p}{V}$  dintre presiunea și volumul gazului, pentru o poziție oarecare,  $x$ ,  $L < x < \frac{3L}{2}$

a pistonului în cursul procesului A.

**c.** Reprezintă grafic procesele A, B, C, D într-un sistem de coordonate presiune – volum.

**d.** Determină expresia lucrului mecanic total schimbat de gazul din compartimentul  $C_1$  cu exteriorul, în cursul proceselor A, B, C, D.

**e.** Dedu expresia căldurii totale primite de gaz.

### ***Soluție - Problema a II-a***

**a.** După introducerea gazului, în starea descrisă, volumul gazului este

$$V_1 = S \cdot L \quad (1)$$

Forța care acționează asupra pistonului din partea celor două arcuri este

$$F = 2 \cdot k \cdot L \quad (2)$$

Presiunea determinată de piston este

$$p_1 = \frac{F}{S} = \frac{2 \cdot k \cdot L}{S} \quad (3)$$

Ecuția de stare se scrie pentru gazul din compartimentul  $C_1$  sub formele

$$\begin{cases} p_1 \cdot V_1 = \nu_1 \cdot R \cdot T_1 \\ \frac{2 \cdot k \cdot L}{S} \cdot S \cdot L = \nu_1 \cdot R \cdot T_1 \end{cases} \quad (4)$$

astfel încât

$$k = \frac{\nu_1 \cdot R \cdot T_1}{2 \cdot L^2} \quad (5)^*$$

**b.** În procesului A, pentru oricare lungime  $x$ ,  $L < x < 3L/2$  a compartimentul  $C_1$  raportul

$$\frac{p}{V} = \frac{2 \cdot k \cdot x}{S} \cdot \frac{1}{x \cdot S} = \frac{2 \cdot k}{S^2} = \frac{\nu_1 \cdot R \cdot T_1}{L^2 \cdot S^2} \quad (6)^*$$

este constant.

**c.** În starea 1, caracteristicile gazului sunt

$$\text{Starea 1} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = S \cdot L \\ p_1 = \frac{2 \cdot k \cdot L}{S} \\ T_1 \end{cases} \quad (7)$$

Gazul trece în starea 2 prin procesul A a cărui ecuație este  $p/V = \text{constant}$  proces care, în coordonate  $pV$  se reprezintă ca o dreaptă care trece prin origine.

În starea 2-a caracteristicile gazului sunt

$$\text{Starea 2} \Rightarrow \begin{cases} V_2 = \frac{3}{2} S \cdot L = \frac{3}{2} V_1 \\ p_2 = \frac{3 \cdot k \cdot L}{S} = \frac{3}{2} p_1 \\ T_2 = \frac{9}{4} T_1 \end{cases} \quad (8)$$

Procesul B este o transformare izocoră în care presiunea se înjumătățește. În starea finală, 3, caracteristicile gazului sunt

$$\text{Starea 3} \Rightarrow \begin{cases} V_3 = \frac{3}{2} S \cdot L = \frac{3}{2} V_1 \\ p_3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{k \cdot L}{S} = \frac{3}{4} p_1 \\ T_2 = \frac{9}{8} T_1 \end{cases} \quad (9)$$

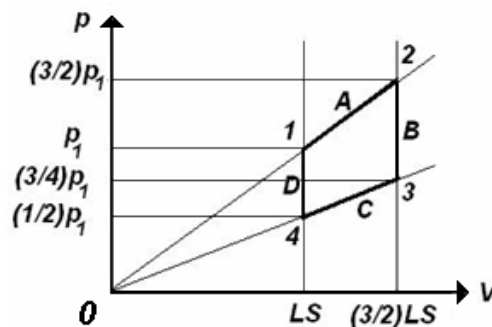
Procesul C este din nou un proces de tipul  $p/V = \text{constant}$  proces care, în coordonate  $pV$  se reprezintă ca o dreaptă care trece prin origine. În starea finală a acestui proces

$$\text{Starea 4} \Rightarrow \begin{cases} V_4 = S \cdot L = V_1 \\ p_4 = \frac{k \cdot L}{S} = \frac{1}{2} p_1 \\ T_4 = \frac{1}{2} T_1 \end{cases} \quad (10)$$

Procesul D este din nou o izocoră în care presiunea crește de două ori; se ajunge la starea finală

$$\text{Starea 5} \Rightarrow \begin{cases} V_5 = S \cdot L = V_1 \\ p_5 = p_1 \\ T_5 = T_1 \end{cases} \quad (11)^*$$

Starea 5, finală, coincide cu starea 1. Șirul de transformări formează un ciclu. Respectivul ciclu este prezentat în figura de mai jos.



d. Din  $L_{total} = \text{Aria}_{1234}$  se obține

$$L_{total} = \frac{1}{2} \left( \frac{p_1}{2} + \frac{3p_1}{4} \right) \cdot \frac{1}{2} L \cdot S = \frac{5}{16} v_1 \cdot R \cdot T_1 \quad (12)^*$$

e. În procesul A lucrul mecanic efectuat de gaz este

$$L_A = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} p_1 \times \frac{1}{2} LS = \frac{5}{8} p_1 V_1 = \frac{5}{8} v_1 R T_1 \quad (13)$$

Variația energiei interne în același proces este

$$\Delta U_A = v_1 \cdot \frac{3}{2} R \cdot (T_2 - T_1) = \frac{3}{2} \cdot v_1 \cdot R \cdot \frac{5}{4} T_1 = \frac{15}{8} \cdot v_1 \cdot R \cdot T_1 \quad (14)$$

Căldura primită în acest proces este

$$Q_A = \frac{5}{2} \cdot v_1 \cdot R \cdot T_1 \quad (15)$$

Sistemul primește căldură și în procesul D. Această căldură are valoarea

$$Q_D = \frac{3}{4} \nu_1 \cdot R \cdot T_1 \quad (16)$$

Căldura totală primită este

$$Q_{\text{primit}} = \frac{13}{4} \nu_1 \cdot R \cdot T_1 \quad (17)$$

*Subiect și soluție propuse de:*

*Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Evaluare și Examinare – Ministerul Educației,  
Cercetării, Tineretului și Sportului  
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București*