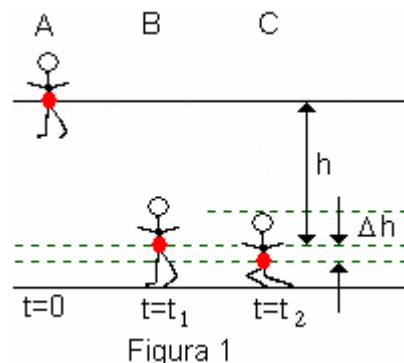


Problema I (10 puncte)

Săritura omului ... și cursa leopardului

A. Oricărei persoane care efectuează o săritură i se recomandă să flexeze genunchii la aterizare.

Consideră un om cu masa m care sare de la înălțimea h și aterizează pe ambele picioare, pe o porțiune cu pământ uscat (figura 1). La momentul de timp t_1 picioarele omului ating suprafața de aterizare (situația B din figura 1). Pentru a amortiza impactul cu această suprafață, omul flexează genunchii, astfel încât între momentele de timp t_1 și t_2 centrul de masă al omului coboară pe distanța Δh (situația C din figura 1). Presupune că viteza inițială a omului este zero, că forțele de frecare cu aerul sunt neglijabile și că valoarea accelerației gravitaționale este $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. În rezolvarea problemei utilizează un model în care omul este înlocuit cu un punctul material reprezentat în desen prin cercul plin.



a. Determină expresia forței medii cu care pământul acționează asupra picioarelor omului, pe durata $\Delta t = t_2 - t_1$ a aterizării. Exprimă rezultatul în funcție de m , g , h și Δh .

b. Determină expresia duratei Δt , în funcție de g , h și Δh .

c. Estimează valoarea maximă a raportului $h/\Delta h$ care se poate realiza fără ruperea tibiei, dacă masa omului este $m = 60 \text{ kg}$. Pentru estimare poți admite că presiunea suportată de un picior fără ruperea tibiei este de $1,6 \times 10^8 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ și că cea mai mică secțiune a tibiei este situată puțin deasupra gleznei și are valoarea de circa $3,2 \text{ cm}^2$.

B. Când urmărește prada, leopardul poate alerga cu o viteză foarte mare, dar își poate menține o astfel de viteză numai pentru un interval scurt de timp.

Un leopard cu masa de 50 kg , care aleargă cu viteză maximă de 110 km/h cheltuiește o putere de 160 kW . Temperatura normală a corpului leopardului este de 38°C , iar valoarea căldurii specifice a acestuia este de $3,5 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$. Cunoscând că temperatura corpului leopardului nu poate depăși 41°C , și că 70% din valoarea puterii cheltuite în timpul alergării încălzește corpul leopardului, determină:

a. intervalul maxim de timp în care leopardul poate alerga cu viteză maximă;

b. distanța maximă pe care leopardul poate alerga cu viteză maximă.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema a II-a (10 puncte)

Piston ... cu arcuri

Un cilindru închis la ambele capete, cu aria secțiunii transversale S este complet vidat. În interiorul cilindrului se află un piston de grosime neglijabilă, care se poate mișca fără frecări. În poziția inițială a pistonului, compartimentul C_1 are lungimea neglijabilă, iar compartimentul C_2 are lungimea $2L$ (figura 2). În această situație, resorturile ideale identice R_1 și R_2 fixate între pistonul mobil și capătul cilindrului sunt nedeformate.

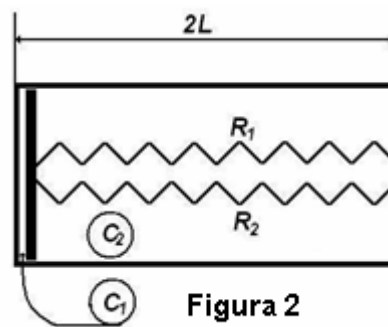


Figura 2

Se introduc lent ν_1 moli de gaz ideal monoatomic în compartimentul C_1 . La sfârșitul acestei operații pistonul se află la mijlocul cilindrului. Temperatura gazului este în acest caz T_1 . După realizarea acestei stări, numită în continuare starea 1, cantitatea de gaz din compartimentul C_1 rămâne neschimbată, compartimentul C_2 rămâne vidat și gazul din compartimentul C_1 suferă următoarele procese:

A. Se încălzește (printr-un proces cvasistatic) gazul până în starea 2, când lungimea compartimentul C_1 devine $3L/2$.

B. Se blochează pistonul și apoi se scade temperatura până în starea 3 când presiunea gazului este de două ori mai mică decât în starea 2.

În momentul atingerii stării 3, resortul R_2 se rupe, astfel încât în continuare, asupra pistonului acționează numai resortul R_1 .

C. Se deblochează pistonul și se răcește (printr-un proces cvasistatic) gazul până în starea 4 când lungimea compartimentul C_1 devine L .

D. Se blochează din nou pistonul și se încălzește din nou gazul până în starea 5, când presiunea gazului este dublă față de cea din starea 4.

Consideră cunoscute ν_1 , T_1 , S , L , constanta gazelor perfecte R și căldura molară la volum constant a gazului ideal monoatomic $C_v = \frac{3}{2}R$.

a. Determină expresia constantei elastice a unui resort, k .

b. Dedu expresia raportului $\frac{p}{V}$ dintre presiunea și volumul gazului, pentru o poziție oarecare, x , $L < x < \frac{3L}{2}$ a pistonului în cursul procesului A.

c. Reprezintă grafic procesele A, B, C, D într-un sistem de coordonate presiune – volum.

d. Determină expresia lucrului mecanic total schimbat de gazul din compartimentul C_1 cu exteriorul, în cursul proceselor A, B, C, D.

e. Dedu expresia căldurii totale primite de gaz.

Problema a III-a (10 puncte)

Ce ar trebui să știe vânătorii ...

Datorită gazelor rezultate în urma arderii explozive a încărcăturii propulsoare, un glonț se deplasează de-a lungul țeavii unei arme de vânătoare, asemenea pistonului într-un cilindru. Gazele rezultate prin arderea explozibilului pot avea presiuni de circa 400MPa, iar viteza glonțului poate fi de aproximativ 700m/s.

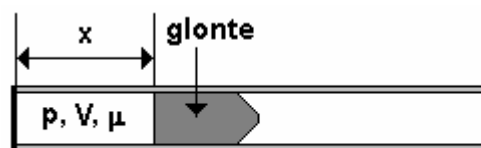


Figura 3

În figura 3 este prezentată o secțiune longitudinală în țeava unei

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

arme de vânătoare (desenul nu este realizat la scară). În figura 4 este prezentată evoluția presiunii gazelor din țeava armei în funcție de coordonata x a glontelui, măsurată față de poziția din care acesta își începe deplasarea pe țeavă. Așa cum se poate observa din figura 4, în cursul deplasării glontelui există o poziție a acestuia pentru care presiunea gazelor în țeavă este maximă (p_M).

Consideră că în timpul deplasării glontelui de-a lungul țevii, temperatura T_0 și masa molară medie μ a amestecului de gaze rămân constante, că aria secțiunii transversale a glontelui este A și că lungimea glontelui este neglijabilă față de lungimea țevii. În poziția în care presiunea gazelor este maximă, glonte are viteza v_g . Presupune că gazele din țeava armei pot fi considerate ideale.

a. Determină expresia vitezei v_e (kg / s) de generare a gazelor rezultate în urma arderii explozive a încărcăturii propulsoare a glontelui, în situația în care presiunea gazelor din țeava armei este p_M . Exprimă rezultatul în funcție de v_g , T_0 , A , p_M , μ și de constanta universală R a gazelor ideale.

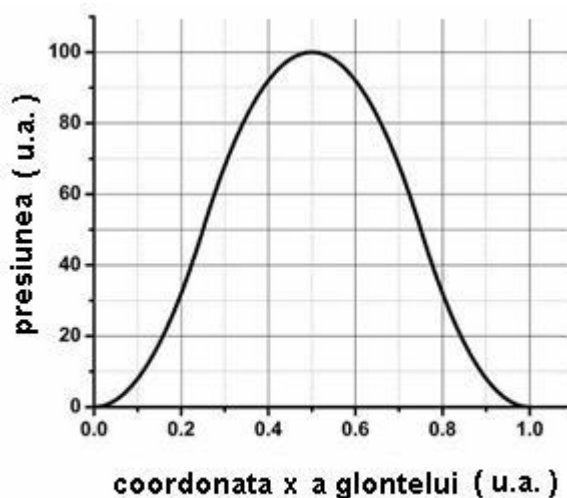


Figura 4

Într-o modelare simplă poți admite că expresia analitică a dependenței presiunii gazelor din țeava armei de coordonata x este descrisă de trei arce de parabolă racordate

$$p(x) = \begin{cases} \frac{8p_M}{L^2} \cdot x^2 & , x \in [0, L/4] \\ \frac{p_M}{L^2} \cdot [-8(x - L/2)^2 + L^2] & , x \in (L/4, 3L/4) \\ \frac{8p_M}{L^2} \cdot (x - L)^2 & , x \in [3L/4, L] \end{cases} \quad (1)$$

În expresia (1), L este lungimea țevii armei.

b. Reprezintă grafic dependența $p = p(V)$ a presiunii gazelor de volumul V ocupat de acestea, în cursul deplasării glontelui din poziția inițială până la jumătatea lungimii țevii. Consideră că dependența presiunii gazelor de coordonata x este cea descrisă de relația (1).

c. Determină expresia lucrului mecanic efectuat de gazele rezultate în urma arderii încărcăturii propulsoare, în cursul deplasării glontelui din poziția inițială până la jumătatea lungimii țevii. Exprimă rezultatul în funcție de p_M , A și L .

d. Determină expresia masei gazelor din țeava armei, în momentul în care glonte se află la jumătatea lungimii țevii. Exprimă rezultatul în funcție de T_0 , A , p_M , L , μ și R .

Dacă îți este necesar, poți folosi relațiile:

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Subiect propus de:

Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Evaluare și Examinare – Ministerul Educației,
Cercetării, Tineretului și Sportului
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare dintre cele trei subiecte se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.