

Subiecte

Problema I (10 puncte)

A. Post de radio local

Într-o localitate, în care locuințele sunt așezate de-a lungul unei șosele drepte, se pune în funcțiune un post de radio local. Postul de radio are două antene situate la marginea localității (figura 1). Proprietarii postului de radio ar dori ca o parte cât mai mare din energia emisă de antene să fie dirijată spre localitate și o parte cât mai mică din această energie să „meargă” în partea opusă a localității. Antenele sunt stâlpi verticali identici, plasați pe direcția către acea localitate și situați la distanța L unul de celălalt (figura 2). Lungimea de undă a radiațiilor electromagnetice emise de fiecare dintre cele două antene este λ .

În raport cu o axă Ox , cu originea la baza antenei A, ecuația undelor electromagnetice emise de antena A și care se propagă în sensul pozitiv al axei Ox are expresia

$$u(x,t) = a \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

În raport cu aceeași axă Ox , ecuația undelor electromagnetice emise de antena A și care se propagă în sensul negativ al axei Ox are expresia

$$u(x,t) = a \cdot \sin \left[2\pi \left(-\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

Antena B emite exact aceleași semnale, ca cele emise de antena A, dar cu o întârziere Δt .

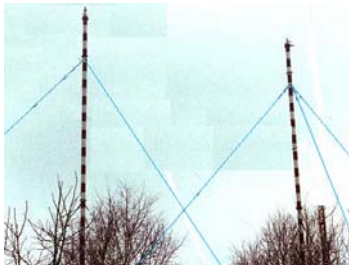


Figura 1

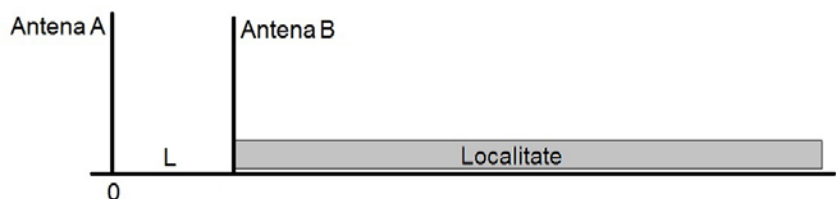


Figura 2

a. Determină expresia celei mai mici distanțe L dintre antene, pentru care se poate crea interferență constructivă în direcția și în sensul către acea localitate și interferență distructivă pe aceeași direcție, dar în sens opus. Exprimă rezultatul în funcție de lungimea de undă λ a radiațiilor electromagnetice.

b. Dedu expresia „întârzierii” Δt , care asigură defazajul necesar funcționării celor două antene în modul precizat la punctul a. Exprimă rezultatul în funcție de perioada T a undelor electromagnetice.

c. Dacă postul de radio local operează pe frecvența $f = 1\text{MHz}$, calculează valorile numerice ale mărimilor L și Δt , ale căror expresii le-ai determinat la punctele a și b. Consideră că viteza undelor electromagnetice în aer este de $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

B. Dispozitiv pentru detecția obiectelor situate sub suprafața pământului

O undă electromagnetică plană, liniar polarizată, de pulsație ω , se propagă pe direcția Oz într-un material cu permeabilitatea magnetică μ , cu permitivitatea dielectrică ε și conductivitatea electrică σ .

Intensitatea câmpului electric al unde este descrisă de expresia

$$E = E_0 \cdot e^{-\alpha \cdot z} \cdot \cos(\omega \cdot t - \beta \cdot z) \quad (1)$$

unde E_0 este o constantă, α este coeficientul de atenuare al unde în mediul conductor absorbant, iar $\beta = 2\pi/\lambda$ este numărul de undă.

Expresiile pentru coeficientul de atenuare, respectiv pentru numărul de undă, în funcție de mărimile caracteristice ale materialului prin care se propaga unda electromagnetică sunt:

$$\begin{cases} \alpha = \omega \sqrt{(\mu \varepsilon / 2) \left(\sqrt{1 + \sigma^2 / (\varepsilon^2 \omega^2)} - 1 \right)} \\ \beta = \omega \sqrt{(\mu \varepsilon / 2) \left(\sqrt{1 + \sigma^2 / (\varepsilon^2 \omega^2)} + 1 \right)} \end{cases} \quad (2)$$

Dispozitivul utilizat pentru detecția și localizarea obiectelor situate sub suprafața pământului (figura 3) are o antenă care generează unde electromagnetice și un detector, care recepționează undele electromagnetice emise de antenă și reflectate de obiectele situate sub suprafața pământului. Consideră că antena emițătoare și detectorul sunt plasate pe suprafața pământului și se găsesc practic în același loc.

Rezoluția detectorului reprezintă distanța minimă dintre două obiecte reflectante apropiate, care pot fi detectate ca distincte. Distanța minimă dintre cele două obiecte detectate trebuie să conducă la apariția în detector a unei diferențe de fază de 180° între undele electromagnetice care au fost emise simultan și care au fost reflectate de cele două obiecte subterane.

Undele electromagnetice cu care operează un astfel de dispozitiv sunt descrise de relațiile (1) și (2) și se propagă prin pământ. Consideră că pământul este un material nemagnetic ($\mu = \mu_0$), cu permitivitate dielectrică $\varepsilon = 9\varepsilon_0$ și cu conductivitatea electrică $\sigma = 1,0 \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} m^{-1}$. De asemenea, consideră că, pentru pământ, este satisfăcută condiția $(\sigma/\omega\varepsilon)^2 \ll 1$. Permeabilitatea magnetică a vidului are valoarea $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$, iar permitivitatea dielectrică a vidului are valoarea $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} F/m$.

Dacă îți este necesar, ai în vedere că $(1+x)^k \cong 1+k \cdot x$, pentru $x \ll 1$, oricare ar fi $k \in R$.

a. Dedu expresia vitezei v de propagare a unde electromagnetice prin pământ. Exprimă rezultatul în funcție de μ și ε .

Detectorul nu mai poate opera atunci când amplitudinea semnalului care ajunge la obiect scade sub $\frac{1}{e}$ ($\approx 37\%$) din valoarea amplitudinii semnalului emis de sursă.

b. Determină expresia adâncimii maxime (față de suprafața pământului) la care poate fi detectat un obiect în pământ. Exprimă rezultatul în funcție de ε , μ și σ .



Figura 3

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

c. Calculează valoarea adâncimii maxime la care poate fi detectat un obiect în pământ.

Consideră două conducte metalice paralele, îngropate într-un plan orizontal, în pământ, la adâncimea $d = 4\text{ m}$, față de suprafața pământului. Presupune că explorarea se face cu aparatul plasat deasupra uneia dintre conducte și că se folosește un detector punctiform.

d. Determină valoarea frecvenței minime f_{\min} , care este necesară pentru a se obține o rezoluție laterală de $r = 50\text{ cm}$.

Subiect propus de:

Profesor dr. Delia DAVIDESCU

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI

Facultatea de Fizică – Universitatea București

Problema a II-a (10 puncte)

A. Avioane care zboară la altitudine mică deasupra mării

Pe țărmul mării, la înălțimea $H = 200\text{ m}$ față de nivelul apei, este situată antena de recepție a unui dispozitiv de localizare a avioanelor. Antena detectează interferența undei radio, care provine direct de la un emițător plasat pe un avion, cu aceeași undă provenită de la emițător, dar care se reflectă pe suprafața apei. Emițătorul situat pe avion generează unde radio, a căror lungime de undă este $\lambda = 5\text{ m}$.

Un avion care zboară deasupra mării la o înălțime foarte mică ($h < 20\text{ m}$) și care se află la o distanță $d = 20\text{ km}$ de antenă nu poate fi detectat cu acest sistem. Consideră că d reprezintă distanța dintre avion și verticala locului de pe țărm, unde este situată antena de recepție.

a. Comparând lungimile drumurilor parcurse de unda detectată direct, respectiv de unda detectată după reflexia pe suprafața apei, explică pe scurt faptul că dispozitivul de localizare a avioanelor, descris în enunț, nu poate detecta avioane care zboară la o înălțime foarte mică deasupra mării. Trasează o schiță, care să evidențieze situația descrisă în enunțul problemei și marchează pe schiță coordonatele punctelor de interes pentru explicația pe care o realizezi.

Pentru aceeași distanță d , există anumite înălțimi h' de zbor ale avionului la altitudine joasă ($h' < 2\text{ km}$), în raport cu suprafața mării, pentru care avionul poate fi detectat cu ajutorul sistemului de localizare menționat.

b. Determină valorile înălțimilor de zbor h' ale avionului la altitudine joasă, la care acesta poate fi detectat, cu dispozitivul de localizare a avioanelor situat pe țărmul mării.

Dacă îți este necesar poți folosi relația $(1+x)^n \cong 1+n \cdot x$, pentru $x \ll 1$, oricare ar fi $n \in \mathbb{R}$.

B. Nava stelară SS Enterprise

De pe nava stelară SS Enterprise, pleacă într-o misiune de explorare navetele BS100 și BS200. Cele două navete se îndepărtează de SS Enterprise, deplasându-se pe o direcție care conține nava stelară.

Supraveghetorul de trafic constată că, în sistemul de referință al navei SS Enterprise, marcat prin O_0 , la momentul de timp $t = 0,00\text{ s}$, naveta BS100 se află în punctul A_0 de coordonată

- 1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.*
- 2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.*
- 3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
- 4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.*
- 5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.*

$x_{0,AO_0} = 1,50 \times 10^8 \text{ m}$ și se deplasează cu viteza $v_A = 0,70 \cdot c$ și că simultan naveta BS200 se află în punctul B_0 de coordonată $x_{0,BO_0} = 4,50 \times 10^8 \text{ m}$ și se deplasează cu $v_B = 0,20 \cdot c$.

a. Determină valoarea pentru momentul de timp t_0 la care - în sistemul O_0 - distanța dintre navele BS100 și BS200 devine jumătate din distanța inițială, corespunzătoare momentului de timp $t = 0,00 \text{ s}$.

b. Calculează, în sistemul de referință solidar cu nava SS Enterprise, valorile coordonatelor x_{1,AO_0} și x_{1,BO_0} ale punctelor A și B , în care se află navele la momentul de timp t_0 .

La momentul de timp $t = 0,00 \text{ s}$, atunci când se află în punctul de coordonată $x_{0,BO_0} = 4,50 \times 10^8 \text{ m}$ în sistemul de referință solidar cu SS Enterprise, naveta BS200 lansează un semnal laser de avertizare către naveta BS100.

c. Dedu valoarea t_{s,O_0} a intervalului de timp în care, în sistemul O_0 , semnalul luminos ajunge la naveta BS100.

d. Calculează, în sistemul O_0 , valoarea coordonatei x_{s,O_0} a locului în care este recepționat semnalul luminos de către naveta BS100.

Supraveghetorul de trafic constată că un eveniment care se desfășoară în același loc, în sistemul de referință solidar cu SS Enterprise, durează $\tau_{O_0} = 1,00 \text{ s}$.

e. Determină, valoarea duratei τ_{O_1} a aceluiași eveniment în sistemul O_1 solidar cu naveta BS100.

Subiect propus de:

Profesor dr. Delia DAVIDESCU

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI

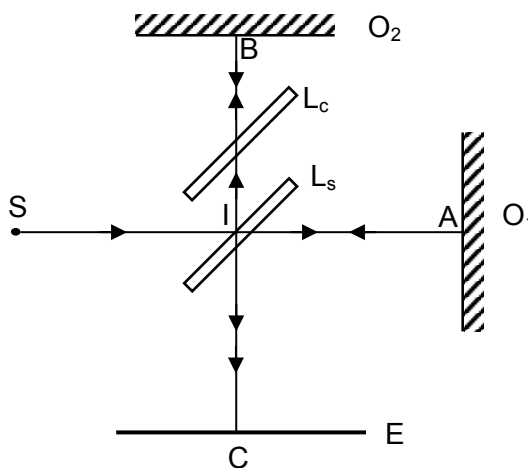
Facultatea de Fizică – Universitatea București

Problema a III-a (10 puncte)

Interferometrul Michelson

Reprezentarea schematică a celebrului interferometru Michelson este redată în figura alăturată, unde S este sursa de lumină, E este ecranul de observare, $O_{1,2}$ sunt cele două oglinzi (dintre care O_2 este fixă, iar O_1 mobilă – putându-se deplasa pe direcție orizontală, păstrându-și însă poziția verticală), L_s este lama semitransparentă, argintată pe fața dinspre sursă, iar L_c este lama compensatoare. Calibrarea dispozitivului se face prin egalarea riguroasă a distanțelor IA și IB .

a. Drept sursă de lumină pentru interferometrul Michelson este utilizat un laser cu He-Ne, deoarece radiația emisă este monocromatică ($\lambda = 632,8 \text{ nm}$).



1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Pe ce distanță trebuie deplasată oglinda O_1 astfel încât figura de interferență să se deplaseze cu 129 franje?

b. Interferometrul Michelson, calibrat și având ca sursă de lumină laserul cu He-Ne, poate fi utilizat și pentru măsurarea indicelui de refracție al unui gaz. Pentru aceasta, în calea fasciculelor IA și IB se așează, longitudinal, câte un tub închis, cu baze transparente și neabsorbante pentru radiația folosită. Tuburile sunt identice, vidate și au lungimea $d = 9,55 \text{ cm}$. Într-unul dintre tuburi se introduce lent CO_2 , până când presiunea gazului ajunge la presiunea atmosferică. Experimental se constată că, în timpul umplerii tubului, figura de interferență se deplasează cu 129 franje. Care este indicele de refracție al CO_2 la 1 atm și la temperatura la care se efectuează experimentul, presupusă constantă?

c. În locul laserului cu He-Ne, drept sursă se folosește o lampă care emite dubletul galben al sodiului ($\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ și $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$).

c1. Să se explice de ce franjele de interferență apar și dispar periodic atunci când oglinda O_1 se deplasează?

c2. Pe ce distanță se deplasează oglinda O_1 între două dispariții succesive ale franjelor de interferență?

Subiect propus de:

*Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU
Facultatea de Fizică din Iași*

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.