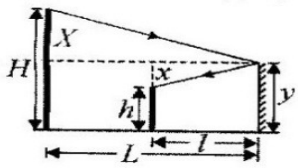
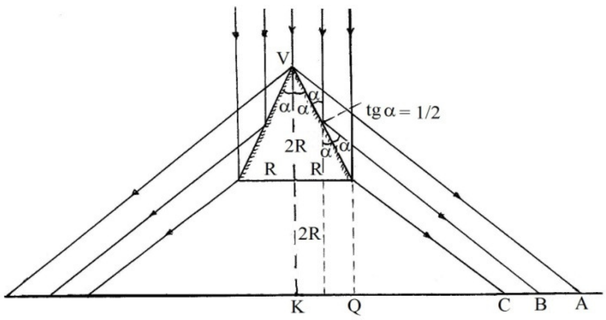
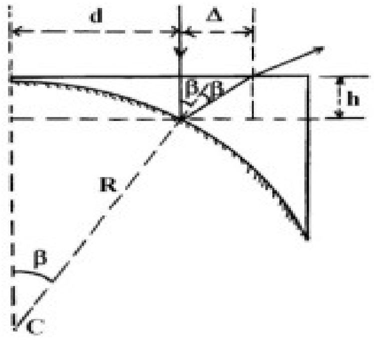
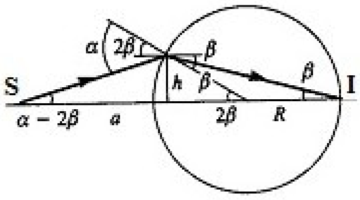
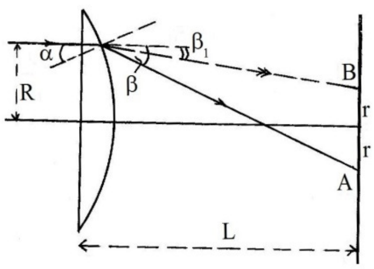
Subiect 1 (A+B+C)	**Parţial**	**Punctaj**
1. Barem subiect **1** **(A+B+C)**		**10 p**
A. O oglindă plană		**3 puncte**
Figura alăturată ne arată cum poate fi îndeplinit dezideratul din enunţ: Conform desenului avem relația de asemănare $X/L = x/\ell$ şi relația geometrică $H - X = h + x = y$. Pentru suma $X + x$ putem scrie $X + x = H - h$.  Folosind o proprietate a proporţiilor stabilim că $X/L = x/\ell = (X + x)/(L + \ell) = (H - h)/(L + \ell)$ şi, de aici obținem mai întâi, $x = \ell(H - h)/(L + \ell)$; şi apoi, $y = h + x = ... = (H\ell + hL)/(L + \ell) = 1{,}4m$.	**0,50 p** **1 p** **1 p** **0,50 p**	
B. Un con reflectător		**3 puncte**
Urmărim figura alăturată, în care $tg\alpha = 1/2$. Avem $KA = (4R) \cdot tg(2\alpha)$, $QC = (2R) \cdot tg(2\alpha)$, $KC = R + (2R) \cdot tg(2\alpha)$, unde $tg(2\alpha) = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha} = 4/3$.  Aria iluminată se determină cu formula (coroană circulară): $\Sigma \equiv \pi \cdot [(KA)^2 - (KC)^2]$. Răspunsul final este $\Sigma = \pi R^2[256/9 - 121/9] = 15\pi R^2$.	**0,40 p** **1,60 p** **0,50 p** **0,50 p**	

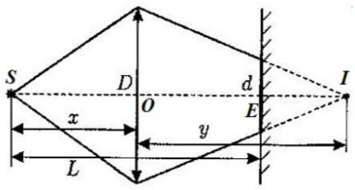
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

C. O semilentilă divergentă		**3 puncte**
Ne referim la figura alăturată şi avem în vedere notaţiile de pe desen: 	**0,50 p**	
Notăm distanţa $d_1 \equiv d + D$, unde $D = h \cdot tg(2\beta)$ şi $h = R - \sqrt{R^2 - d^2}$.	**0,75 p**	
Observăm că $tg\beta = d / \sqrt{R^2 - d^2}$.	**0,50 p**	
Cu formula din enunţ găsim $D = h\dfrac{2tg\beta}{1 - tg^2\beta} = ... = 2hd\dfrac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2}$.	**0,75 p**	
Ţinem cont de expresia lui h şi, în final, obţinem $D = 2d\dfrac{\sqrt{R^2 - d^2}}{R^2 - 2d^2}[R - \sqrt{R^2 - d^2}]$.	**0,50 p**	
Oficiu		**1 punct**

Subiect 2 (A+B).	**Parţial**	**Punctaj**
2. Barem subiect **2 (A+B)**		**10 p**
2 A. O sferă de sticlă		**4 puncte**
Notăm cu R raza sferei şi cu a distanţa de la sursa punctiformă S la sferă. Să considerăm situaţia în care imaginea sursei s-ar forma chiar pe peretele opus, în punctul I, în prelungirea axului de simetrie ce trece prin centrul sferei (ca în figură). Fie n_0 indicele de refracţie care ar face posibilă această situaţie. 	**0,50 p**	
Fasciculul luminos fiind îngust (paraxial), unghiurile din figură sunt foarte mici, deci valoarea sinusului şi respectiv a tangentei unghiului poate fi aproximată cu valoarea unghiului exprimat în radiani. Conform desenului rezultă relaţiile:	**1,50 p**	
$\beta \approx \alpha / n_0$, $h \approx (\alpha - 2\beta)a$, $h \approx 2\beta R$.	**0,75 p**	
De aici se deduce că $n_0 \approx 2(R/a+1)$.	**0,75 p**	
Când $n < n_0$ imaginea se va forma în exteriorul sferei (deoarece raza de lumină din interiorul sferei soseşte într-un punct de deasupra lui I). Se doreşte ca imaginea să se formeze în exteriorul sferei indiferent care ar fi valoarea distanţei a. Cea mai mică valoare posibilă a lui n_0 ar corespunde lui $a \to \infty$, când $n_0 \to 2$.	**0,50 p**	
Imaginea sursei se formează în exteriorul sferei, oricare ar fi plasarea sursei faţă de sferă, atunci când $n < 2 \Rightarrow n \in (1,2)$.		
2 B. O invarianţă		**5 puncte**
Deoarece dimensiunea petei de lumină de pe ecran (pată reală) este mai mică decât dimensiunea transversală a fasciculului incident, tragem concluzia că este vorba despre o lentilă plan-convexă subţire, convergentă. Notăm cu R_c raza de curbură a feţei convexe a lentilei (a 	**0,25 p**	

nu se confunda cu R de pe desen; $2R$ este diametrul fasciculului incident pe fața plană a lentilei) .		
Pentru lentila situată în aer (prima situaţie), pentru distanţa focală putem scrie relaţia $f = R_c/(n-1)$.	**0,50 p**	
În a doua situație (lentila cufundată în lichidul cu indicele de refracție n_1) avem relația analoagă $f_1 = R_c/(n/n_1 - 1)$.	**0,50 p**	
Deoarece atât n cât şi n_1 sunt cantităţi supraunitare, tragem concluzia că $f_1 > f$.	**0,25 p**	
În prima situaţie, după refracţia de la ieşirea din lentilă, raza marginală (vezi figura) ajunge în A, iar în a doua situaţie – în B, punctele A şi B fiind dispuse simetric faţă de locul în care axul optic principal înţeapă ecranul.	**0,25 p**	
Lentila se comportă ca o prismă optică subţire cu unghiul refringent (de vârf) egal cu unghiul de incidenţă α. În cele două situaţii, unghiurile de deviaţie (dintre prelungirea razei incidente şi razele emergente corespunzătoare) sunt $\beta \approx (n-1)\alpha$, respectiv $\beta_1 \approx (n/n_1 - 1)\alpha$.	**0,50 p**	
Raportul acestor relaţii ne dă $\beta_1/\beta \approx (n/n_1 - 1)/(n-1)$.	**0,50 p**	
Pe de altă parte, conform desenului $\beta \approx (R+r)/L$, respectiv $\beta_1 \approx (R-r)/L$, adică $\beta_1/\beta \approx (R-r)/(R+r)$.	**0,50 p**	
În această ultimă expresie, conform celor ce se afirmă în enunţ, putem scrie $R = kr$ şi obţinem $\beta_1/\beta \approx (k-1)/(k+1)$.	**0,50 p**	
În final găsim $n = 2n_1/[k+1-(k-1)n_1]$.	**0,50 p**	
În aplicaţia numerică: $n = 3/2$ şi $R_c/f = n-1 = 1/2$, respectiv $R_c/f_1 = n/n_1 - 1 = 1/8$.	**0,75 p**	
Oficiu		**1 punct**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 3. (Un experiment).	**Parţial**	**Punctaj**
3. Barem subiect 3 (Un experiment)		**10 p**
Folosim notaţiile de pe desenul dat în enunţ (pe care îl reproducem alăturat).	**1 p**	
Punctele S şi I fiind conjugate optic putem scrie relaţia bine-cunoscută $1/x+1/y=1/f$, de unde $y=xf/(x-f)$, **(*).** 	**1 p**	
Asemănarea unor triunghiuri evidente ne dă relaţia $d/D=[y-(L-x)]/y$, de unde $d=D\left(1+(x-L)/y\right)$, **(**) .**	**0,50 p**	
Această distanţă (diametrul petei de lumină de pe ecran) este minimă atunci când raportul/funcția $F(x,y)=(x-L)/y$ este minim/ă **.**	**0,50 p**	
Cu y preluat din relaţia (*) avem funcţia $F(x)=x/f+L/x-(f+L)/f$, de o singură variabilă, adică de x, pentru care trebuie găsit minimul.		
Procedăm astfel: în membrul drept adunăm şi scădem cantitatea $2\sqrt{L/f}$ şi astfel, putem scrie $F(x)=[\sqrt{x/f}-\sqrt{L/x}]^2-(f+L)/f+2\sqrt{L/f}$ **.**	**1 p**	
Funcția $F(x)$ este minimă când pătratul perfect se anulează, adică pentru $x_m=\sqrt{Lf}$ **.**	**0,50 p**	
Corespunzător $F(x_m)=-(f+L)/f+2\sqrt{L/f}=-\left(\sqrt{L/f}-1\right)^2$ şi astfel	**0,50 p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$y_m = (f\sqrt{L})/(\sqrt{L}-\sqrt{f})$. Cu expresiile lui x_m și y_m revenim în relaţia generală a lui d (în relația (**)) şi găsim următoarea ecuaţie de gradul al doilea $f^2 - 2fL(D/d)^2(2-d/D) + (LD/d)^2 = 0$,	1 p	
cu soluţiile $f = L(D/d)^2[2-d/D \pm 2\sqrt{1-d/D}] = L(D/d)^2[1\pm\sqrt{1-d/D}]^2$.	1,50 p	
Ambele soluții sunt reale. Situaţia arătată în desen corespunde semnului (+) în faţa radicalului. Semnul (-) în faţa radicalului corespunde unei distanțe focale mai mici .	0,50 p	
Numeric: $f = 4(3\pm2\sqrt{2})m$. Astfel $f \approx 23{,}314m$, respectiv $f \approx 0{,}686m$. Cum $L/4 = 0{,}500m$, observăm că ambele soluții satisfac cerința din enunț, anume că $f > L/4$.	1 p	
Oficiu		**1 punct**

Barem propus de:
prof. univ. dr. **ULIU** Florea, Universitatea din Craiova;
prof. **ANTONIE** Dumitru, Colegiul Tehnic nr.2**,** Târgu - Jiu.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.