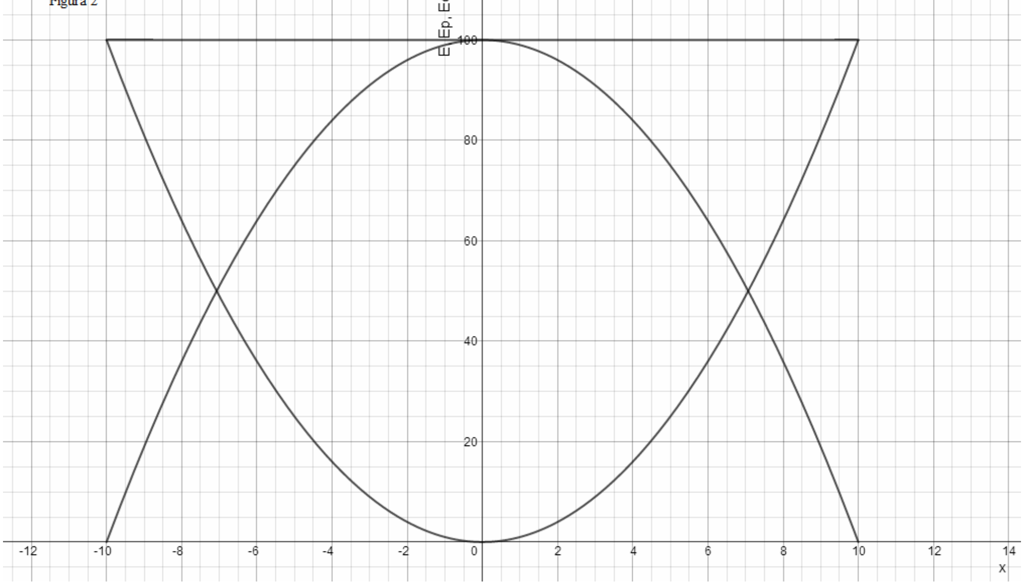
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE

Olimpiada de Fizică
Etapa pe județ
20 februarie 2016
Barem

XI

Subiect 1. ***Amortizare cu frecare la alunecare***	**Parțial**	**Punctaj**
Barem subiect 1		**10**
a.	**2,25**	
i) Ecuația mișcării este: $m\dfrac{d^2x}{dt^2}+kx=0$. (1) Această ecuație are soluții de forma $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$. Legea vitezei este $v(t)=-\omega A\sin(\omega t+\varphi_0)$. Din condițiile inițiale: $x(0)=A_0$ și $v(0)=0$ se obține $\varphi_0=0$ și $A=A_0$. Deci, pentru acest caz, obținem: legea de mișcare: $x(t)=A_0\cos\omega t$, . (2) iar legea vitezei: $v(t)=-\omega A_0\sin\omega t$. (3) Expresia perioadei este: $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$. (4)	0,25 0,25 0,25 0,25	**2,25**
ii) În mișcarea oscilatorie armonică expresiile energiilor sunt: $E_p=\dfrac{1}{2}kx^2$, (5) $E=\dfrac{1}{2}kA_0^2$ (6) și $E_c=E-E_p=\dfrac{1}{2}kA_0^2-\dfrac{1}{2}kx^2$. Figura 2  (7) Graficul, în unități arbitrare, este un arc de parabola cu vârful în sus pentru E_c, un segment de dreaptă paralel cu abscisa pentru E) și un arc de parabolă cu vârful în origine pentru E_p. (vezi figura 2).	0,5	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>

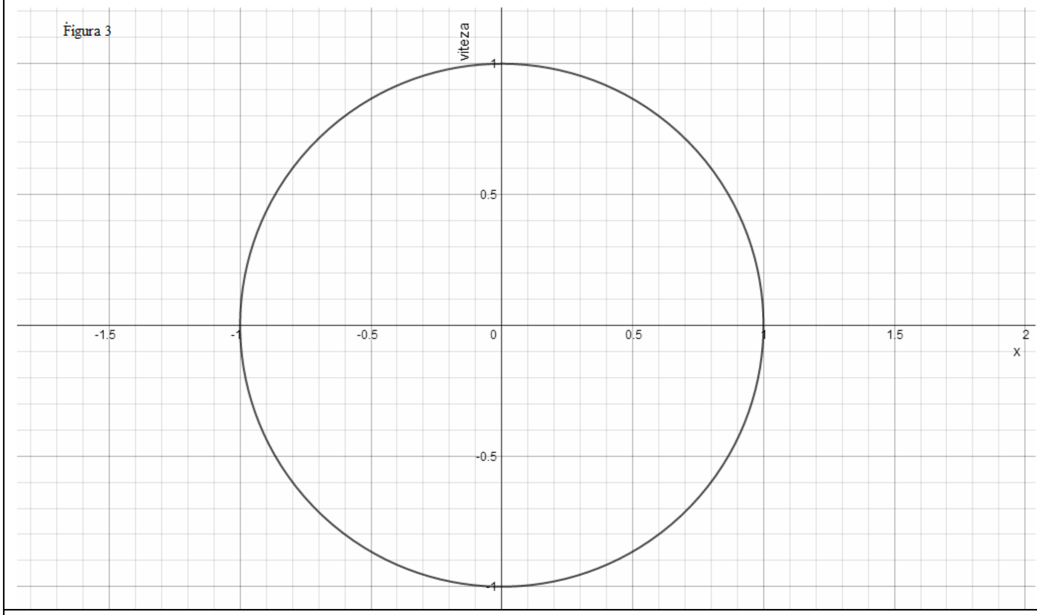
iii) Eliminând timpul din legea de mişcare (2) şi legea vitezei (3) obținem:

$$\frac{x^2}{A_0^2}+\frac{v^2}{\omega^2 A_0^2}=1. \qquad (8)$$

În unități A_0 pentru elongație și ωA_0 pentru viteză relația devine:

$$x^2+v^2=1 \qquad (9)$$

Graficul este un cerc de rază unitate. (vezi figura 3)



</td><td>0,75</td><td></td></tr>
<tr><td>

b.

</td><td>

3,75

</td><td></td></tr>
<tr><td>

i) Corpul rămâne în repaus atâta timp cât forța elastică nu compensează forța de frecare la alunecare. Pentru alungirea maximă, A_s, a resortului se poate scrie relația: $kA_s=\mu mg$. Rezultă că $A_s=\frac{\mu mg}{k}$. (10)

</td><td>0,25</td><td rowspan="2">

3,75

</td></tr>
<tr><td>

ii) Corpul pornește de la A_0 și se deplasează în sensul negativ al axei Ox. Asupra corpului acționează forța elastică $\vec{F}_{el}=-k\vec{x}$ și forța de frecare la alunecare $F_f=\mu mg$ orientată în sensul pozitiv al axei.

Ecuația mișcării este: $m\frac{d^2x}{dt^2}+kx-\mu mg=0$. (11)

Ecuația se poate scrie și sub forma $m\frac{d^2x}{dt^2}+k(x-\frac{\mu mg}{k})=0$, deci $m\frac{d^2x}{dt^2}+k(x-A_s)=0$. Facem schimbarea de variabilă $x_1=x-A_s$. Derivatele de

</td><td>0,25</td></tr>
</table>

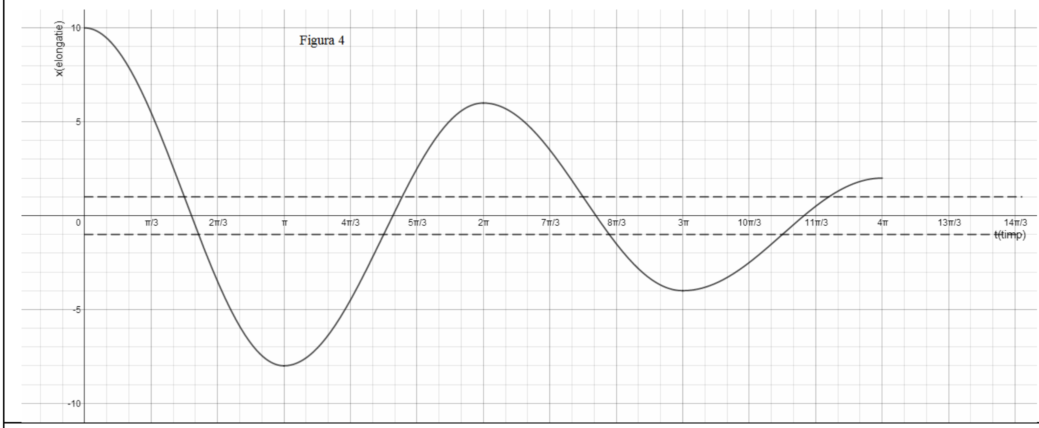
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

ordinul 1 și 2 ale lui x_1 coincid cu derivatele de același ordin ale lui x. Ecuația de mişcare devine $m\frac{d^2x_1}{dt^2}+kx_1=0$, specifică unei mişcări armonice. Această ecuație are soluții de forma $x_1(t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$, deci $x(t)=x_1(t)+A_s=A\cos(\omega t+\varphi_0)+A_s$ Expresia vitezei este $v(t)=-\omega A\sin(\omega t+\varphi_0)$. Din condițiile inițiale $x(0)=A_0$ și $v(0)=0$ se obține $\varphi_0=0$ și $A=A_0-A_s$. Legea de mişcare va fi $x=(A_0-A_c)\cos\omega t+A_s$, (12) iar legea vitezei $v=-\omega(A_0-A_c)\sin\omega t$, (13) unde $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$. (14)	0,5 0,25 0,25	
iii) *Varianta 1.* Valorile extreme ale elongației se ating pentru valorile extreme ale funcției cosinus. Pentru $\cos\omega t=1$ obținem $x=(A_0-A_s)+A_s=A_0$ care este poziția de plecare, iar pentru $\cos\omega t=-1$, $x=-(A_0-A_s)+A_s=-A_0+2A_s$, deci $A_1=-A_0+2A_s$. (15) *Varianta 2.* Corpul a pornit de la A_0 și s-a deplasat până într-un punct de coordonată x. Energia sistemului în punctul de coordonată x este: $E(x)=E_c(x)+E_p(x)=k\frac{A_0^2}{2}-\mu mg(A_0-x)$. $E_c(x)=k\frac{A_0^2}{2}-k\frac{x^2}{2}-kA_s(A_0-x)=\frac{k}{2}(A_0-x)(A_0+x-2A_s)$. (16) Corpul se oprește, deci energia lui cinetică este nulă. Soluțiile sunt: $x=A_0$ (punctul de pornire) și $x=-A_0+2A_s$. Rezultă că prima oprire are loc la : $A_1=-A_0+2A_s$.	0,25	
iv) Mişcarea se desfăşoară cu pulsația $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$, deci perioada mişcării oscilatorii armonice este $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. Corpul descrie mişcarea într-un singur sens, deci		

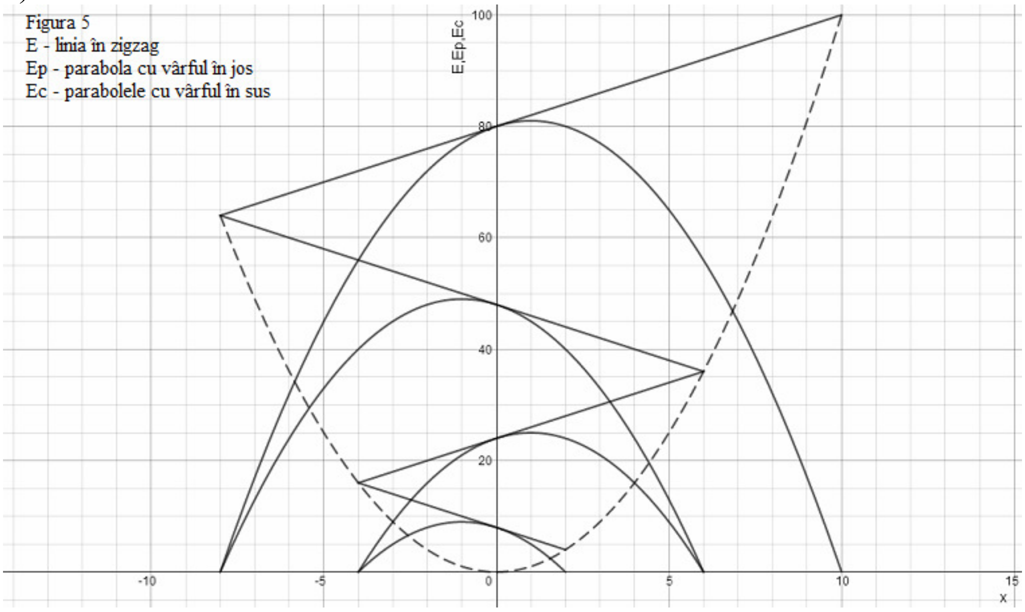
0,25

$\Delta t_1 = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$. (17)		
v) Pentru a determina coordonata celui de-al doilea punct de întoarcere putem proceda ca la punctul ***iii)***. O altă variantă de rezolvare se obține plecând de la observația că disiparea de energie se datorează numai forței de frecare la alunecare: $k\frac{\|A_1\|^2}{2} - k\frac{\|A_2\|^2}{2} = \mu mg(\|A_1\| + \|A_2\|)$. Rezolvând ecuația și ținând cont că al doilea punct de întoarcere este la dreapta originii axei Ox, deci $A_2 > 0$ obținem: $A_2 = \|A_2\| = \|A_1\| - 2A_c = A_0 - 4A_c$. (18)	0,25	
vi) Corpul se deplasează în sensul pozitiv al axei ox. Asupra sa vor acționa forța elastică și forța de frecare la alunecare, care au ambele același sens. Ecuația de mișcare va fi $m\frac{d^2x}{dt^2} + k(x + A_s) = 0$. Procedând ca în cazul anterior, cu schimbarea de variabilă $x_1 = x + A_s$, se obține din nou ecuația $m\frac{d^2x_1}{dt^2} + kx_1 = 0$. Soluția este: $x(t) = x_1(t) - A_s = A\cos(\omega t + \varphi_0) - A_s$. Momentul inițial al acestei mișcări este momentul părăsirii poziției situate la distanța A_1 de origine, deci: $x(0) = A_1$ și $v(0) = 0$. Se obțin relațiile: $x(t) = (-A_0 + 3A_s)\cos\omega t - A_s$ (19) și $v(t) = -(-A_0 + 3A_s)\omega\sin\omega t$. Deoarece pulsația mișcării este aceeași, rezultă că această miscare va dura $\Delta t_2 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \Delta t_1$. (20) Vom nota acest interval de timp cu Δt .	0,5 0,25	
vii) Se observă că fiecare punct de întoarcere este mai aproape de originea axei cu $2A_s$. Pentru ca mișcarea să pornească din punctul A_n , acesta trebuie să fie la o distanță mai mare decât A_s. față de originea axei. $\|A_1\| = A_0 - 2A_s$ $\|A_2\| = \|A_1\| - 2A_s$ .... $\|A_n\| = \|A_{n-1}\| - 2A_s$ .Rezultă că $\|A_n\| = A_0 - 2nA_s > A_s$. Deci $n < \frac{\frac{A_0}{A_s} - 1}{2}$. (21)	0,75	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

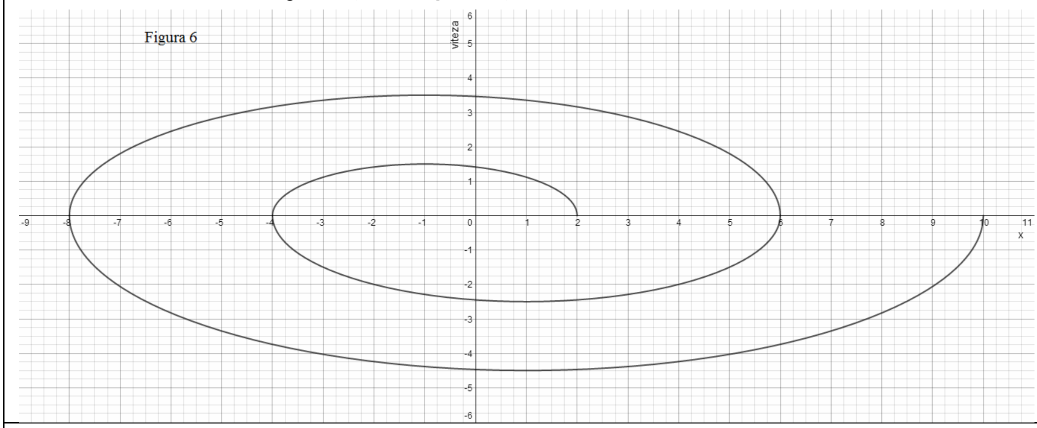
c.	**3**	**3**
i) Din legile de mişcare (12) şi (19) se observă că mobilul va descrie o succesiune de semicosinusoide. Pentru mişcările efectuate în sensul negativ al axei acestea vor fi centrate la A_s iar pentru cele în sens pozitiv la $-A_s$. Distanțele maxime față de origine scad cu un pas de $2A_s$, iar durata pentru fiecare mişcare este Δt . Pentru $A_0 = 10A_c$, $n < 4{,}5$ deci vor fi patru puncte de întoarcere (vezi figura 4).  	1	
ii) Energia potențială $E_p = k\frac{x^2}{2}$ este reprezentată prin parabola cu vârful în originea. Energia totală scade, prin disiparea sa de către forța de frecare, proporțional cu distanța parcursă de corp şi este reprezentată prin linia frântă care coboară de la $k\frac{A_0^2}{2}$ până la $k\frac{A_4^2}{2}$. Energia cinetică este descrisă de o funcție de gradul II (16) pentru fiecare mişcare dintre două puncte de întoarcere. Aceasta are valoarea zero în punctele de întoarcere, este egală cu energia totală la trecerea prin origine şi are maximele situate la A_s pentru mişcările în sensul negativ al axei şi la $-A_s$ pentru mişcările în sensul pozitiv. Aceasta este reprezentată prin cele patru arce de parabolă cu vârful în sus.		

(vezi figura 5)



1

iii) Eliminând timpul din relațiile (12) și (13) obținem: $\dfrac{(x-A_s)^2}{(A_0-A_s)^2}+\dfrac{v^2}{\omega^2(A_0-A_s)^2}=1$ care este ecuația unei elipse cu centrul în punctul de coordonate $x=A_s$ și $v=0$. Semiaxele sunt A_0-A_s și $\omega(A_0-A_s)$. În mod analog se procedează pentru următoarele deplasări. La deplasările în sensul pozitiv al axei Ox centrul elipsei va avea coordonatele $(-A_s,0)$. (vezi figura 6).

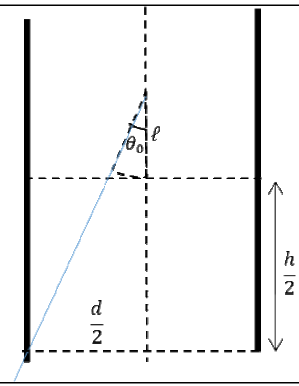


1

Oficiu — **1**

---

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect 2.				**10 p**
a)	*i)*	Intensitatea câmpului electric dintre armături este: $E + U/d$.		1
		Asupra bilei acționează trei forțe $G = mg$, forța electrică $F_e = qE$ și tensiunea din fir		
		La echilibru	$\tan\theta_0 = \frac{F_e}{mg} = \frac{qU_0}{mgd}$	
b)	*ii)*	Mișcarea se efectuează sub acțiunea greutății aparente	$G_{ap} = \sqrt{G^2 + F_e^2}$	1,5
		Un pendul simplu oscilează liber cu perioada:	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$	
		În cazul problemei înlocuim	$g \to g_{ap} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qU_0}{md}\right)^2}$	
		și obținem	$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left(1 + \left(\frac{qU_0}{mgd}\right)^2\right)^{-1/4}$	
	iii)		$T = T_0\sqrt{\cos\theta_0}$	1
c)	*iv)*	După tăierea firului, bila se va mișca în linie dreaptă pe direcția firului. $\frac{d}{2} = \left(\ell + \frac{h}{2}\right)\tan\theta_0$ $U_0 = \frac{mgd^2}{(2\ell + h)q}$		1
d)	*v)*	Pe orizontală (axa Ox) asupra bilei va acționa forța	$F_e = \frac{qU_0}{d}\sin\omega t$	2
		care determină accelerația	$a_x = \frac{qU_0}{md}\sin\omega t$	
		Cum la $t = 0$, $v_0 = 0$ viteza bilei pe ax Ox va fi	$v_x = \frac{qU_0}{\omega md}(1 - \cos\omega t)$	
		Legea de mișcare pe axa Ox, ținând cont că $x(0) = 0$ este	$x(t) = \frac{qU_0}{\omega md}\left(t - \frac{1}{\omega}\sin\omega t\right)$	
	vi)	Când bila atinge una dintre plăci	$x(t) = \frac{d}{2}$	

		unde t se exprimă din căderea pe verticală	$t=\sqrt{\frac{h}{g}}$	2
		Pentru limita $g \ll h\omega^2$ neglijăm $1/\omega$ față de $\sqrt{gh}$,	$\frac{md^2\omega}{2qU_0}=\sqrt{\frac{g}{h}}, \omega_1=\frac{2qU_0}{md^2}\sqrt{\frac{g}{h}}$	
		Pentru limita $g \gg h\omega^2$ aproximăm $\sin\omega t \approx \omega t-\frac{1}{6}(\omega t)^3$ și rezolvăm ecuația:	$\frac{md^2\omega}{2qU_0}=\frac{1}{6}\omega^2 t^3, \omega_2=\frac{3md^2}{qU_0}\sqrt{\frac{h^3}{g^3}}$	
	vii)		$\omega_1\cdot\omega_2=6\frac{h}{g}$	0,5
	Oficiu			1

Subiect 3	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect 3		**10**
a) Presupunem că bila a fost deplasată pe o distanță mică, x, din poziția de echilibru. Din relația $V\Delta p+\gamma p\Delta V=0$ se obține $\Delta p=-\frac{\gamma p}{V}\Delta V$ unde $\Delta V=Sx=\frac{\pi d^2}{4}x$. Asupra bilei va acționa o forță de revenire $F=\Delta pS=-\frac{\gamma p}{V}S^2x$. Această este o forță de tip elastic cu constanta elastică echivalentă $k=\frac{\gamma p}{V}S^2$. Deci bila va efectua o mișcare oscilatorie armonică.	2	9
b) Perioada de oscilație este $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\frac{mV}{\gamma pS^2}}=\frac{2\pi}{\pi\frac{d^2}{4}}\sqrt{\frac{mV}{\gamma p}}=\frac{8}{d^2}\sqrt{\frac{mV}{\gamma p}}$.	1,5	
c) Utilizând valorile din tabel se obține valoarea medie a perioadei: $T=1{,}15\,\mathrm{s}$.	2	
d) Din expresia perioadei rezultă $\gamma=\frac{64mV}{T^2d^4p}$. Utilizând valorile cunoscute se găsește valoarea $\gamma=1{,}37$, apropiată de valoarea utilizată pentru un gaz biatomic.	2	
e) Surse de erori: - datorită frecărilor oscilațiile sunt amortizate, cu pulsația $\omega\neq\omega_0$; - transformarea nu este chiar adiabatică; - gazul nu este ideal (nu respectă exact legile gazelor ideale, valoarea lui γ depinde de temperatură, etc.); - există pierderi de gaz pe lângă bilă (în unele variante ale experimentului rezervorul este prevăzut cu un robinet prin care se poate înlocui gazul	1,5	

pierdut).		
Oficiu		**1**

Barem propus de:
Prof. Viorel Solschi, CN „Mihai Eminescu”, Satu-Mare
Prof. dr. Constantin Corega, CN „Emil Racoviță”, Cluj-Napoca,
Prof. Ion Toma, CN „Mihai Viteazu”, București