Subiectul 1

I. ***Ioana și... mărgelele***

Ioana, pasionată de mărgele dorește să studieze comportarea oscilatorie a sistemelor. Astfel ea construiește un pendul : pe o tijă rigidă și de masă neglijabilă articulată în punctul A lipește trei mărgele de mici dimensiuni (în comparație cu lungimea tijei), plasându-le la distanțe egale (fig.1).

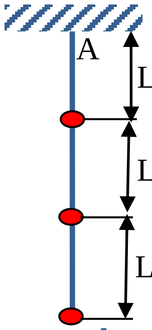


fig.1

Lungimea tijei este L, masa unei mărgele este m, iar mărimea accelerației gravitaționale este g . Neglijând frecările cu aerul:

a) Dedu expresia perioadei micilor oscilații ale sistemului realizat de Ioana.

b) Dedu expresia perioadei micilor oscilații ale pendulului realizat de Ioana atunci când acesta este suspendat de tavanul unei cutii paralelipipedice care coboară liber pe un plan înclinat de unghi α, coeficientul de frecare la alunecare dintre cutie și suprafața planului fiind μ ($\mu < tg\alpha$).

c) De mijlocul tijei pendulului Ioana leagă două resorturi ideale identice și având constanta de elasticitate k fiecare. Resorturile sunt orientate orizontal și au capetele fixate de doi pereți verticali (sistemul fiind în repaus) (fig.2). Dedu expresia perioadei micilor oscilații ale sistemului pe care ar trebui să o obțină Ioana.

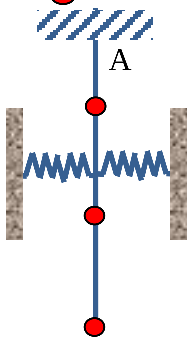
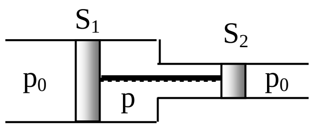


fig.2

Precizare – Se consideră cunoscut că pentru x mic $1-\cos x \simeq \frac{x^2}{2}$

II. ***Oscilaţii mecanice şi gazul ideal***

În figura alăturată se remarcă un sistem mecanic format din două pistoane aflate în tuburi de secțiuni diferite cu ariile S_1 respectiv S_2, cuplate printr-o tijă rigidă. Pistoanele izolează etanş, de mediul exterior pentru care presiunea atmosferică este p_0, o cantitate de aer cu volumul V şi aflată la presiunea p . Sistemul este în echilibru mecanic şi are masa m . Se scoate sistemul din starea de echilibru. Neglijând orice frecare şi considerând că temperatura aerului rămâne constantă:



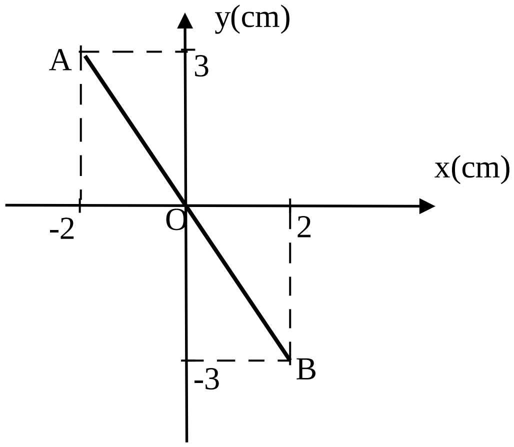
a) justifică faptul că sistemul efectuează o mişcare oscilatorie;

b) cunoscând că deviaţia sistemului de la starea de echilibru este mică determină perioada micilor oscilaţii ale acestuia.

Subiectul 2.

I. ***Oscilaţii perpendiculare***

Două oscilații perpendiculare sunt descrise de ecuațiile $x(t) = X\sin(\omega t)$ si $y(t) = Y\sin(\omega t + \varphi)$.



a) Scrie ecuația traiectoriei pe care se deplasează punctul material P, în planul orizontal xOy, datorită compunerii celor două oscilații perpendiculare.

b) Determină X, Y și φ pentru ecuațiile celor două oscilații dacă reprezentarea grafică a mișcării punctului P este segmentul AB din figura alăturată.

c) Reprezintă grafic mișcarea punctului P pentru cazurile în care defazajul celor două oscilații perpendiculare este $\varphi = \pi/2$ respectiv $\varphi = 0$.

II. ***Câmp magnetic***

Determină inducţia magnetică în punctul O pentru situaţiile de mai jos ştiind că prin conductori trece curentul I, raza arcelor de cerc este aceeaşi în toate situaţiile r, iar punctul O se situază în centrul cercurilor din care provin arcele. Arcul de cerc din (Fig.1) şi (Fig.3) este un semicerc, iar arcele de cerc din (Fig.2) sunt sferturi de cerc. Considerăm conductorii liniari infinit de lungi spre capetele libere din desen. Conductorii se află în vid. Argumentează răspunsurile.

Fig. 1

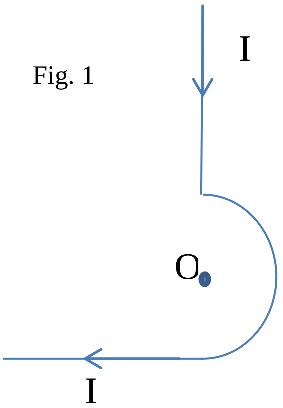


Fig. 2

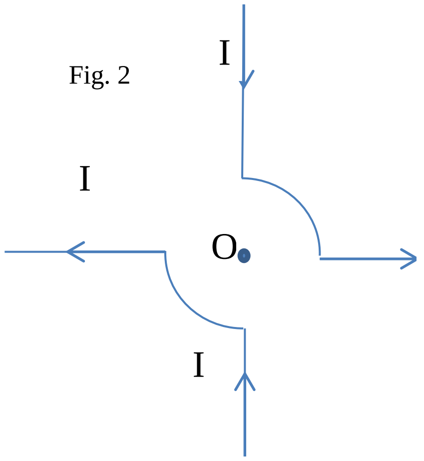
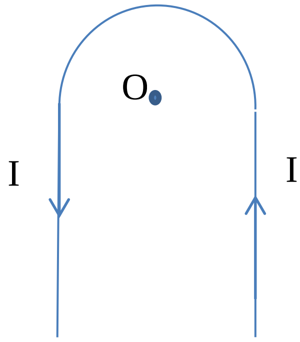


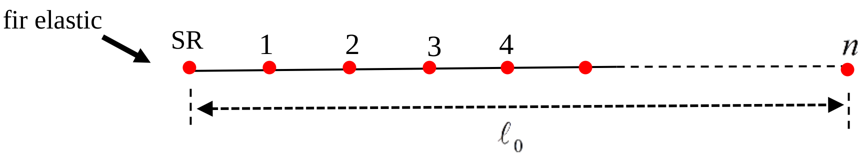
Fig. 3



Subiectul 3 – Universul oscilant și firul elastic

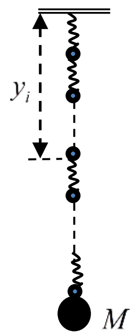
Big Bounce este un model teoretic științific al formării universului care presupune o evoluţie ciclică, oscilantă a acestuia. Big Bang-ul a fost pur și simplu începutul unei perioade de expansiune care a urmat după o perioadă de contracţie. Una din consecinţele Big Bang-ului este faptul că stelele pe care le vedem se îndepărtează cu o viteză din ce în ce mai mare cu cât se află mai departe de noi. Un model fizic simplu al acestui fenomen poate fi înţeles dacă considerăm că, indiferent de direcţia în care privim, depărtarea stelelor faţă de noi, are loc asemenea punctelor care aparţin unui fir elastic în timp ce acesta este alungit.

a) Fie un fir elastic fixat la capătul notat cu SR, suficient de lung, de lungime ℓ_0 şi pe care se consideră n puncte aflate la aceeaşi distanţă unul de celălalt (vezi figura alăturată). Se trage de fir astfel încât acesta se alungeşte uniform, în raport cu lungimea lui, până când lungimea acestuia devine ℓ Determină raportul dintre vitezele medii cu care se deplasează două puncte, faţă de sistemul de referinţă SR şi care ocupă poziţiile 1 respectiv n pe firul elastic.



Îţi propunem o modelare simplă a teoriei universului oscilant prin analiza unui fenomen fizic, ale cărui legi nu le cunoaştem, teoria Big Bounce, cu ajutorul legilor cunoscute ale altui fenomen fizic care se desfăşoară, din anumite puncte de vedere, similar cu primul.

În acest context, modelul propus spre analiză este cel al unui fir elastic cu masa m şi care este suspendat vertical (vezi figura alăturată). Firul elastic este deformat în câmpul gravitaţional uniform al Pământului atât datorită greutăţii lui cât şi datorită greutăţii corpului cu masa M .



Constanta elastică a firului este k , iar a firului nealungit ℓ . Consideră firul elastic un sistem format din N corpuri cu mase egale legate vertical prin N resorturi elastice identice ideale (vezi figura alăturată).

Consideră drept sistem de referinţă punctul de suspensie al firului elastic şi faptul că N este foarte mare $(N \to \infty)$

b) Coordonata $y(x,t)$ a oricăruia din cele N corpuri (vezi figura alăturată), unde x reprezintă deplasarea faţă de poziţia de echilibru a corpului, este o funcţie atât de poziţie cât şi de timp. Scrie ecuaţia mişcării corpului care ocupă poziţia i, unde i nu reprezintă nici poziţia primului nici a ultimului corp în succesiunea corpurilor suspendate, în funcţie de coordonatele corpurilor care ocupă poziţiile $i+1$ respectiv $i-1$.

c) Ecuaţia mişcării unui corp oarecare i poate fi adusă la forma: $a_i = g + \dfrac{k\ell^2}{m} y_i''(x)$. Soluţia acestei ecuaţii se compune dintr-un termen cu derivata a doua constantă, $y_0(x)$, corespunzător poziţiei de echilibru mecanic al corpului care ocupă poziţia i şi dintr-un termen care depinde de amplitudinea $A(x)$ şi de $\cos(\omega t)$, unde ω este pulsaţia de oscilaţie a corpului, iar t este timpul. Arată că ecuaţia mişcării corpului care ocupă poziţia i este: $\omega^2 A(x) + \dfrac{k\ell^2}{m} A''(x) = 0$, unde ω este pulsaţia, iar $A''(x)$ este derivata a doua a amplitudinii.

<u>*Precizare:*</u>

- *Pentru o funcţie $A(x)$ a cărei valoare depinde de variaţia infinitezimală a lui x, $A'(x)$ reprezintă viteza de variaţie a funcţiei în funcţie de x (rata cu care se modifică valoarea funcţiei) şi se numeşte derivata funcţiei în raport cu x; de exemplu, viteza instantanee este derivata de ordinul întâi a distanţei în funcţie de timp. $A''(x)$ reprezintă $(A'(x))'$ şi se numeşte derivata de ordinul doi a funcţiei $A(x)$ în raport cu x; de exemplu, acceleraţia instantanee reprezintă derivata de ordinal doi a distanţei în funcţie de timp.*
- *Pentru un oscilator linar armonic, care oscilează după legea $y(t) = A\cos\omega t$, viteza cu care oscilează corpul reprezintă derivata elongaţiei, $y'(t)$, în funcţie de timp, iar acceleraţia cu care oscilează corpul reprezintă derivata a doua a elongaţiei, $y''(t)$, în funcţie de timp.*

d) Analizând ecuaţia mişcării corpului care ocupă poziţia N scrie ecuaţia mişcării acestuia în funcţie de coordonata corpului care ocupă poziţia $N-1$. Cunoscând că alungirea ultimului resort este de forma $\dfrac{\ell}{N} y_N'(x) - \dfrac{\ell^2}{N^2} y_N''(x) - \dfrac{\ell}{N}$ arată că ecuaţia amplitudinii $A(\ell)$ cu care oscilează acesta în funcţie de masa M este: $\omega^2 A(\ell) = \dfrac{k\ell}{M} A'(\ell)$.

e) Soluţia ecuaţiei amplitudinii $A(\ell)$ este de forma $A(x) = C_1 \cdot \cos\left(\sqrt{\dfrac{m\omega^2}{k}} \dfrac{1}{\ell} \cdot x\right) + C_2 \cdot \sin\left(\sqrt{\dfrac{m\omega^2}{k}} \dfrac{1}{\ell} \cdot x\right)$. Ţinând cont că pentru un α mic se poate face aproximaţia $tg(\alpha) \simeq \alpha + \dfrac{1}{3}\alpha^3$, că $(1+x)^n \simeq 1 + nx + \dfrac{n(n-1)}{2} x^2$, dacă $x \ll 1$ şi că $\dfrac{m}{M} \ll 1$ dedu, în funcţie de k, m respectiv M relaţia pulsaţiei ω cu care oscilează sistemul.

Subiecte propuse de:
Prof. Cristinel Miron, Colegiul Național”Emil Racoviță”, Iași
Prof. Marian Viorel Anghel, Liceul Teoretic ”Petre Pandrea”, Balş
Prof. Victor Stoica, Inspectoratul Şcolar al Municipiului Bucureşti