

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

IX

Pagina 1 din 3

Problema 1

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a) Pentru:		3p
$y = x \operatorname{tg} \theta - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$	1p	
$\begin{cases} h_1 = d_1 \operatorname{tg} \theta - \frac{g}{2} \cdot \frac{d_1^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \\ h_2 = d_2 \operatorname{tg} \theta - \frac{g}{2} \cdot \frac{d_2^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \end{cases}$	1p	
$v_0 \approx 2,98 \text{ m/s}; \theta \approx 74^\circ$	1p	3p
b) Pentru:		
$t_u = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$	1p	
$t_{\text{orizontala}} = \frac{v_0 \cos \theta}{kg}$	2p	
c) Pentru:		3p
$t_{\text{orizontala}} > 2t_{\text{urcare}} \Rightarrow ktg\theta < 0,5$ o curbă asemănătoare unei parabole, asimetrică, cu o bătaie mai mică în comparație cu cea obținută în absența forței orizontale;	1p	
$t_{\text{urcare}} < t_{\text{orizontala}} < 2t_{\text{urcare}} \Rightarrow 0,5 < ktg\theta < 1$ pe orizontală bilă se întoarce spre vest, după atingerea înălțimii maxime, înainte de aterizare;	1p	
$t_{\text{orizontala}} < t_{\text{urcare}} \Rightarrow ktg\theta > 1$ pe orizontală bilă se întoarce spre vest, înainte de a atinge înălțimea maximă.	1p	
Oficiu		1p

Problema 2

(10 puncte)

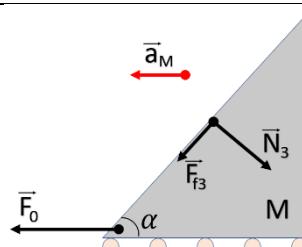
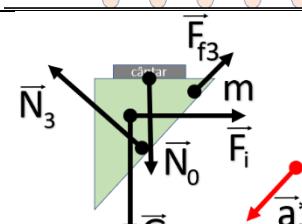
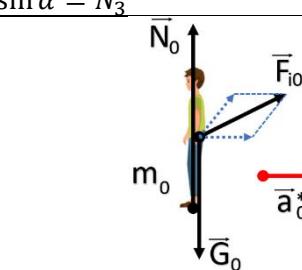
	Parțial	Punctaj
a) Accelerația cu care sistemul format din pană și om coboară pe suprafața prismei este:	0,5	1,5
$a = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$		
Pentru om, pe direcție verticală:	0,5	
$N = m_0 \cdot g - m_0 \cdot a \cdot \sin \alpha$		3,5
Deci masa aparentă este	0,5	
$m_a = m_0 \cdot \cos \alpha \cdot (\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha) = 30kg$		
b) Sunt posibile două cazuri:		3,5
Cazul 1: tendință de alunecare a penei este în jos. Pentru prismă:	0,5	
$F_1 + F_f \cdot \cos \alpha - N_1 \cdot \sin \alpha = M \cdot a_1$		
Pentru ansamblul format din pană și om: $(m + m_0) \cdot g \cdot \sin \alpha - (m + m_0) \cdot a_1 \cdot \cos \alpha - F_f = 0$	0,5	3,5
$N_1 = (m + m_0) \cdot g \cdot \cos \alpha + (m + m_0) \cdot a_1 \cdot \sin \alpha$	0,5	
Rezultă $F_1 = 3000N = 3kN$	0,25	
Cazul 2: tendință de alunecare a penei este în sus. Pentru prismă:	0,5	3,5
$F_2 - F_f \cdot \cos \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = M \cdot a_2$		
Pentru ansamblul format din pană și om:	0,5	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

IX

Pagina 2 din 3

$(m + m_0) \cdot g \cdot \sin \alpha - (m + m_0) \cdot a_2 \cdot \cos \alpha + F_f = 0$		
$N_2 = (m + m_0) \cdot g \cdot \cos \alpha + (m + m_0) \cdot a_2 \cdot \sin \alpha$	0,5	
Rezultă $F_1 = 5000N = 5kN$	0,25	
c) Pentru prismă față de pământ: $F_0 + \mu \cdot N_3 \cdot \cos \alpha - N_3 \cdot \sin \alpha = M \cdot a_M$	0,5	
		
Pentru pană față de prismă: $(m \cdot g + N_0) \cdot \sin \alpha - m \cdot a_M \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N_3 = m \cdot a_m^*$	0,5	
		
$(m \cdot g + N_0) \cdot \cos \alpha + m \cdot a_M \cdot \sin \alpha = N_3$	0,5	
Pentru om față de pană: $m_0 \cdot a_M + m_0 \cdot a_m^* \cdot \cos \alpha = m_0 \cdot a_0^*$	0,5	
		
$N_0 + m_0 \cdot a_m^* \cdot \sin \alpha = m_0 \cdot g$	0,5	
Rezultă $a_M = 3m/s$	0,5	
Accelerarea penei față de pământ este: $a_m = \sqrt{a_M^2 + (a_m^*)^2 + 2 \cdot a_M \cdot a_m^* \cdot \cos \alpha} = \sqrt{52} m/s^2 \cong 7,21 m/s^2$	0,5	
Accelerarea omului față de pământ este: $a_0 = \sqrt{(a_0^* - a_M)^2 + (a_m^*)^2 - 2 \cdot (a_0^* - a_M) \cdot a_m^* \cdot \cos \alpha} = 4 m/s^2$	0,5	
Observație: În sistemul de referință legat de sol accelerarea omului este orientată vertical în jos și se poate determina direct din relația: $m_0 \cdot g - N_0 = m_0 \cdot a_0$		
Oficiu		1p

Problema 3

(10 puncte)

	Partajal	Punctaj
a) Deoarece resorturile k_1 și k_2 aveau în stare nedeformată aceeași lungime rezultă că după lipirea corpurielor ele vor avea aceeași alungire: $x_1 = x_1 = x, F_e = F_{e1} + F_{e2}, k_e x = k_1 x + k_2 x, \Rightarrow k_e = k_1 + k_2$	1p	1p
b) Lucrul mecanic total efectuat pentru alungirea resorturilor până la lipirea corpurielor este egal cu suma lucrurilor mecanice ale forțelor elastice, luate în modul:	1p	

$$L = \frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} + \frac{k_3 x_3^2}{2} = \frac{(k_1 + k_2)x_1^2}{2} + \frac{k_3 x_3^2}{2}$$

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

IX

Pagina 3 din 3

$F_{e1} + F_{e2} = F_{e3} \Rightarrow k_1 x_1 + k_2 x_1 = k_3 x_3 \Rightarrow x_3 = \frac{k_1 + k_2}{k_3} x_1$	1p	3p
$L = \frac{(k_1 + k_2)x_1^2}{2} \left(1 + \frac{k_1 + k_2}{k_3}\right) = \frac{(k_1 + k_2)k_1 + k_2 + k_3)x_1^2}{2k_3}$		
$x_1 = x_2 = \sqrt{\frac{2Lk_3}{(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
$x_3 = \sqrt{\frac{2L(k_1 + k_2)}{k_3(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
c) După desfacerea lipiturii, în lipsa forțelor de frecare, energia mecanică a fiecărui corp se conservă în timpul oscilațiilor. Viteza fiecărui corp devine maximă atunci când corpul respectiv trece prin poziția în care resortul care îl leagă cu peretele este nedeformat.	1p	
$E_i = \frac{k_i x_i^2}{2} = \frac{k_i \Delta \ell_i^2}{2} + \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m_i v_{i\max}^2}{2} \text{ cu } i=1,2,3$		2,5p
$\frac{k_1 x_1^2}{2} = \frac{m_1 v_{1\max}^2}{2} \Rightarrow v_{1\max} = x_1 \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{2Lk_1 k_3}{m_1(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
$\frac{k_2 x_2^2}{2} = \frac{m_2 v_{2\max}^2}{2} \Rightarrow v_{2\max} = x_2 \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{2Lk_2 k_3}{m_2(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
$\frac{k_3 x_3^2}{2} = \frac{m_3 v_{3\max}^2}{2} \Rightarrow v_{3\max} = x_3 \sqrt{\frac{k_3}{m_3}} = \sqrt{\frac{2L(k_1 + k_2)}{m_3(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
d) Notăm cu α unghiul pe care îl face forța de tracțiune și implicit forța elastică cu orizontală. La deplasare cu viteza constantă și $N > 0$:	1p	
$F_{ex} = F_f \Rightarrow F_e \cos \alpha = \mu(m_1 g - F_e \sin \alpha) \Rightarrow F_e = \frac{\mu m_1 g}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$		2,5p
Folosim notația $\mu = \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$, $\varphi = \text{unghi de frecare}$ și obținem	0,5p	
$F_e = \frac{\mu m_1 g \cos \varphi}{\cos \alpha \cos \varphi + \sin \alpha \sin \varphi} = \frac{m_1 g \sin \varphi}{\cos(\alpha - \varphi)}$	0,5p	
Forța cu care se trage de capătul liber al resortului este minimă, implicit și forța elastică este minimă, atunci când $\cos(\alpha - \varphi) = 1 \Rightarrow F_{e\min} = m_1 g \sin \varphi$ (observație $N > 0$!)	0,5p	
$\tan^2 \varphi = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi} \Rightarrow \sin^2 \varphi = \frac{\tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{\mu^2}{1 + \mu^2}$		
$F_{e\min}^2 = \frac{m_1^2 g^2 \mu^2}{1 + \mu^2} = k_1^2 x_{01}^2 \Rightarrow \mu = \frac{k_1 x_{01}}{\sqrt{m_1^2 g^2 - k_1^2 x_{01}^2}}$	0,5p	
Oficiu		1p

*Barem propus de:
prof. Florina Bărbulescu, CNPEE București
prof. Gabriela Alexandru, Colegiul Național "Grigore Moisil" București
prof. Florin Butușină, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu" Șimleu Silvaniei*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.