Ministerul Educației Naționale
Olimpiada Națională de Fizică
Piatra Neamț - 1998

XI

Barem de corectare - teorie

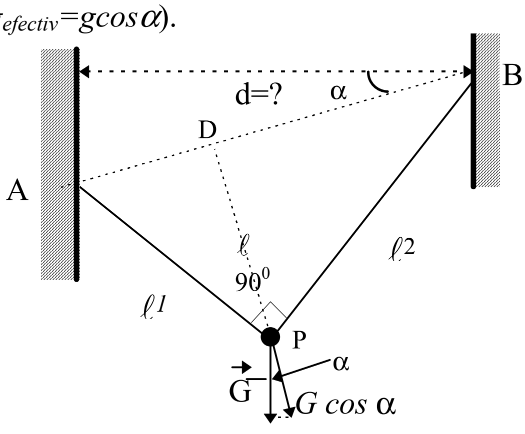
Problema I

Din oficiu ________________________________ 1 punct

1.1. ________________________________ Total 5 puncte

Desen corect plus elementele geometrice şi fizice necesare rezolvării ________________________________ 1,5 p

(P oscilează pe un arc de cerc, de rază l = PD, ce aparține intersecției sferelor de raze l_1 şi l_2, cu centrele A şi B, sub acțiunea forței $G\cos\alpha$, dirijată în prelungirea lui DP; în consecință $g_{efectiv}=g\cos\alpha$).



$$T=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g_{ef}}}=2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g\cos\alpha}}$$ ________________ 1 p

Cu l_3=AB avem $l_3=\dfrac{d}{\cos\alpha}$

Cu teorema înălțimii $l^2=AD\cdot DB$,

unde $AD=\sqrt{\ell_1^2-\ell^2}$ şi $DB=\sqrt{\ell_2^2-\ell^2}$ 1,5 p

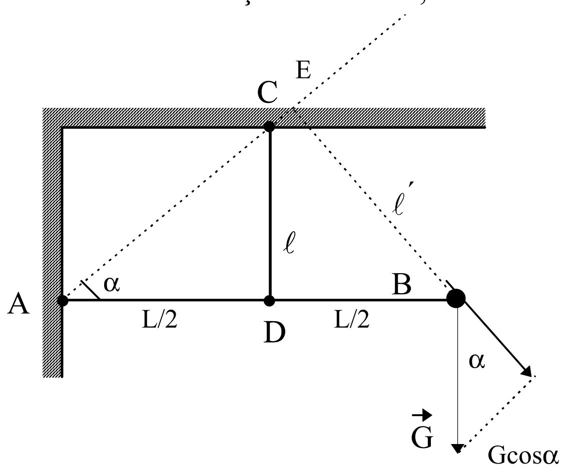
obținem $\ell=\dfrac{\ell_1\ell_2}{\ell_3}$ (căci $\ell_3=\sqrt{\ell_1^2+\ell_2^2}$)

Din formula perioadei găsim $T=2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1\ell_2}{g\ell_3\cos\alpha}}=2\pi\sqrt{\dfrac{\ell_1\ell_2}{gd}}$, astfel că $d=\dfrac{4\pi^2 l_1 l_2}{gT^2}$

(rezultat final) ________________________________ 1 p

I.2. ________________________________ Total 4 puncte

Punctele A şi C fiind fixe, sfera B va oscila pe un arc de cerc de rază $l'=BE=L\sin\alpha$ (unde $AB\equiv L$).



Avem $\sin\alpha=\dfrac{\ell}{AC}=\dfrac{2\ell}{\sqrt{L^2+4\ell^2}}$ 1,5 p

(numai desenul 0,5 puncte)

Forța ce produce oscilația este $G\cos\alpha$, astfel că $g_{efectiv}=g\cos\alpha$, unde 1p

$\cos\alpha=\dfrac{AD}{AC}=...=\dfrac{L}{\sqrt{L^2+4l^2}}$.

În final, $T=2\pi\sqrt{\dfrac{\ell'}{g_{ef}}}=...=2\pi\sqrt{\dfrac{2\ell}{g}}$ 1,5 p

Total general ________________________________ 10 punct

Problema II

Din oficiu 1 p

II.1. **Total 4,5p**

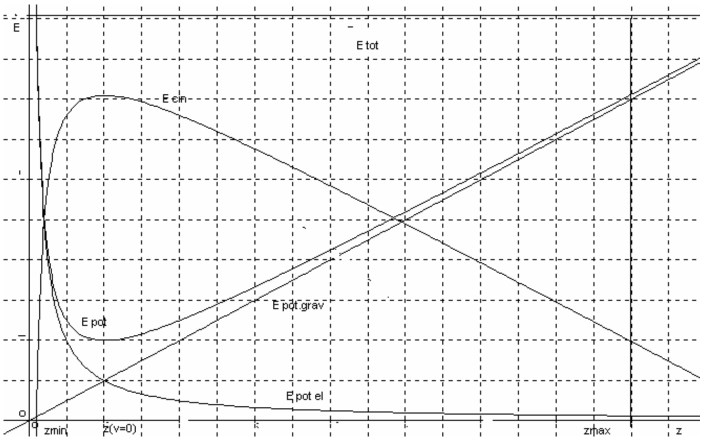
1) Legea conservării energiei $\frac{mv^2}{2}+mgz+\frac{A}{z}=mgh+\frac{A}{h}\equiv E$, unde $A=\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_o}$ 1p

a) Din condiția $v=0\Rightarrow z_{min}=\frac{1}{2mg}\left[E-\sqrt{E^2-4mgA}\right]=\frac{A}{mgh}$ si $z_{max}=h$ 0,5 p

(sau invers)

b) $\frac{mv^2}{2}=\cdots=\left(E-2\sqrt{mgA}\right)-\left(\sqrt{mgz}-\sqrt{\frac{A}{z}}\right)^2$ este maximă când se anulează a doua paranteză, adică $z_M=\sqrt{\frac{A}{mg}}$ (rezultă şi din mg=A/z^2); Corespunzător $v_{max}=\left[\frac{2}{m}\left(E-2\sqrt{mgA}\right)\right]^{1/2}$ 1p

2)Mişcare oscilatorie nearmonică, între z_{max} şi z_{min} (de la punctul 1a) 0,5p



1p

4)Există pierderi de energie prin radiație electromagnetică (q se mişcă accelerat)
$P=\Delta E/\tau$ unde $\Delta E=E_{c\,max}=\Delta E_p$ 0,5p

II.2 **Total 4,5p**

a) $$\left.\begin{array}{l} C_e=C\frac{\sqrt{5}-1}{2}\ ,\ L_e=\frac{3}{5}L\ ,\ \nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi\sqrt{L_eC_e}} \\ \text{In aplicatia numerica}\ \ \nu=1{,}67\text{MHz}\ ,\ C_e=0{,}618C \end{array}\right\}$$ 1,5p

b) Din legea lui Ohm pe bobina L_1 avem $U_m=Z_1I_{1m}$ cu $Z_1=\omega L$ şi $U_m=Q_o/C_e$.

Rezultă $Q_o=LI_{1m}\sqrt{\frac{C_e}{L_e}}$. In aplicația numerică, $Q_o\cong 10mC$ 1p

c) $$\left.\begin{array}{l} q(t)=Q_o\cos\omega t\ \text{cu}\ Q_o\ \text{si}\ \omega\ \text{stabilite mai sus} \\ i_1(t)=I_{1m}\sin\omega t\ \ (I_{1m}\ \text{dat in enunt}) \\ i_2(t)=I_{2m}\sin\omega t\ \text{cu}\ I_{2m}=I_m-I_{1m}\ ,\ \text{unde}\ I_m=\frac{U_m}{\left|X_{L_e}-X_{C_e}\right|} \\ I_m=\frac{\omega LI_{1m}}{\left|X_{L_e}-X_{C_e}\right|}=\frac{L\omega^2C_eI_{1m}}{\left|\omega^2L_eC_e-1\right|} \end{array}\right\}$$ 1,5p

d)Când condensatorii "C_2" se străpung apare $C'_e=C_1=C$, astfel că $C'_e>C_e\Rightarrow\nu'<\nu$, $Q'_o>Q_o$ 0,5p

Total general **10p**

Problema III

Din oficiu 1p

Fluxul magnetic Φ , prin suprafața cadrului este constant

(Rezultă din $-\dfrac{d\Phi}{dt} = IR = 0$, pentru ca $R = 0$) 1p

Pe de altă parte , fluxul Φ prin suprafața cadrului este egal cu suma dintre fluxul LI (datorat curentului indus) şi fluxul determinat de câmpul magnetic exterior $B_z d^2$, anume:

$\Phi = LI + (B_o + \alpha \cdot z)d^2$ 1p

Fiind constant, egal cu fluxul inițial $I_o = B_o d^2$ (când z=0) rezultă:

$B_o d^2 = LI + (B_o + \alpha \cdot z)d^2$, de unde $I = -\dfrac{\alpha d^2}{L} z$ 1p

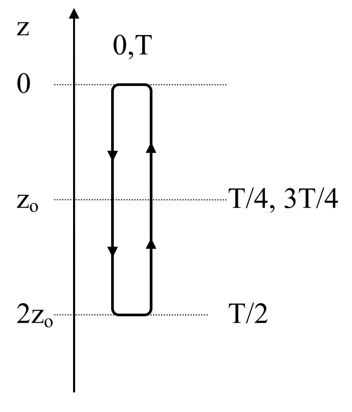
Forța ce acționează din partea câmpului $\overline{B}$ asupra cadrului parcurs de curentul I este dirijată în lungul axei Oz . Există doar rezultanta celor două componente ce acționează asupra laturilor paralele cu axa Oy (desen). In total $F = d\dfrac{\alpha}{2}dI + d\dfrac{\alpha}{2}dI = \alpha d^2 I$ 1,5p

Ecuația de mişcare a cadrului este $m\ddot{z} = -mg + F = -mg + \alpha d^2 I = -mg - \left(\dfrac{\alpha d^2}{\sqrt{L}}\right)^2 z$ 1p

Făcând analogie cu ecuația oscilatorului vertical în câmp gravitațional $m\ddot{z} = -mg - kz$ (la z=0 nu există forță elastică) tragem concluzia că lui k îi corespunde $\left(\dfrac{\alpha d^2}{\sqrt{L}}\right)^2$, astfel că avem pulsația $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = \dfrac{\alpha d^2}{\sqrt{mL}}$ 1p

Oscilația se produce în jurul punctului pentru care $\ddot{z} = 0$

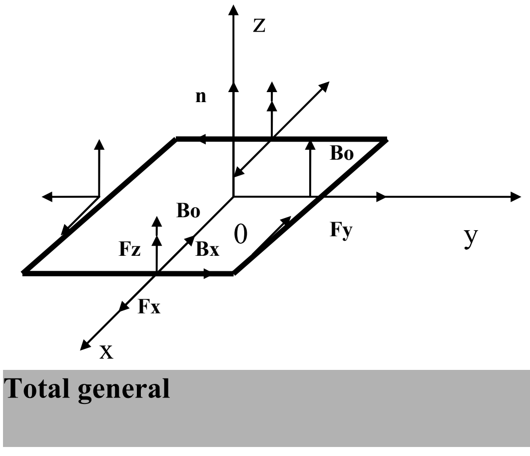
$z_o = -\dfrac{mg}{k} = -\dfrac{mgL}{\alpha^2 d^4}$ 1p



Legea $z = z(t)$ are forma:

$$z(t) = \frac{mgL}{\alpha^2 d^4}\left[-1 + \cos\left(\frac{\alpha d^2}{\sqrt{mL}} t\right)\right]$$

$\Rightarrow$ Aici $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\dfrac{\sqrt{mL}}{\alpha d^2}$ 1,5p



Desen pentru forțe

Total general **10p**