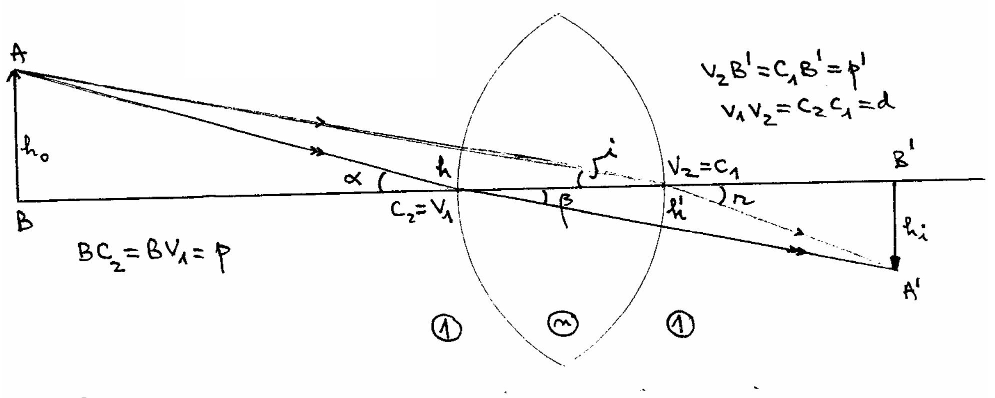
I. a) Construcția imaginii este ilustrată în figura alăturată. Din legea refracției rezultă: *sin* $\alpha = n$ *sin* β; *n sin i =sin r*. Deoarece obiectul este foarte mic $\Rightarrow \alpha \approx n\beta$, $r \approx ni$
Din punct de vedere geometric: tg $\alpha = h_0/p$, tg r $= h_i/p'$ $\Rightarrow \alpha \approx h_0/p$, $r \approx h_i/p'$; tg i $= h_0/(p+d) \Rightarrow$
$i \approx h_0/(p+d)$; tg $\beta = h_i/(p'+d) \Rightarrow \beta \approx h_i/(p'+d)$. Imaginea este reală şi răsturnată…………………………...1p



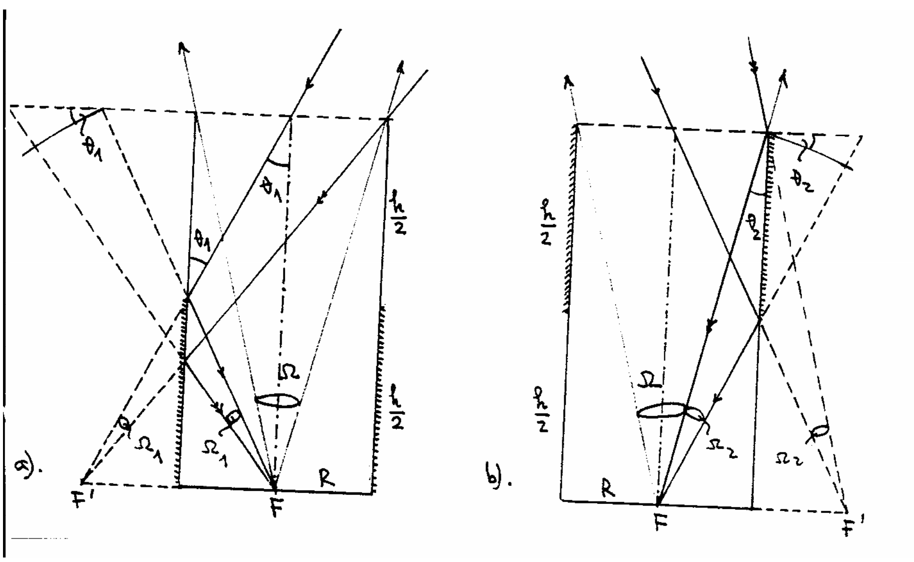
$$\frac{i}{\beta} = \frac{np}{p+d} \approx \frac{p'+d}{np'} \Rightarrow p' \approx \frac{d(p+d)}{p(n^2-1)-d} = 37{,}5cm$$

Mărirea transversală: $\dfrac{h_i}{h_0} = \dfrac{\beta(p'+d)}{\alpha p} \approx \dfrac{p'+d}{np} = 0{,}375$ ……………………………………….1p

Pentru p<d(n^2-1)=24 cm (în cazul nostru), imaginea devine virtuală (lentila se comportă ca o lupă). Cantitatea d/(n^2-1) poate fi considerată ca distanță focală ca obiect. Exprimând p în funcție de p' obținem:

$$p = \frac{d(p'+d)}{p'(n^2-1)-d},$$

care, din nou, pentru p'=d(n^2-1) ne dă p → ∞. Prin urmare, focarele obiect şi imagine sunt simetrice…………….1p



b) Aplicând principiul reversibilității razelor de lumină, considerăm, aşa cum indică desenul a) din figura alăturată, că F este o sursă punctiformă. Pot ieşi din tubul cilindric razele de lumină care pornesc în sus în unghiul solid $\Omega=\pi R^2/h^2$. În primul caz mai părăsesc tubul şi razele ce pornesc în direcția unghiului solid Ω_1 (considerând şi simetria cilindrică), după reflexia pe porțiunea argintată. Analog, în cazul al doilea (desenul b) mai părăsesc tubul, după reflexie, şi razele ce pornesc în direcția unghiului solid Ω_2 (considerând şi simetria cilindrică)………………………………………………………………….1p

În primul caz $A_1=\pi(3R)^2-\pi(2R)^2=5\pi R^2$; $\Omega_1 = \dfrac{A_1\cos\theta_1}{h^2+4R^2}; \cos\theta_1 = \dfrac{h}{\sqrt{h^2+4R^2}}$

$E_0 \sim \Omega+\Omega_1 = 6\dfrac{\pi R^2}{h^2}+O$ ……………………………………………………………………...………1p

În cazul al doilea: $A_2=\pi(2R)^2-\pi R^2=3\pi R^2$;

$\Omega_2=\dfrac{A_2\cos\theta_2}{h^2+R^2}; \cos\theta_2 = \dfrac{h}{\sqrt{h^2+R^2}} \Rightarrow E_0 \sim \Omega+\Omega_2=4\dfrac{\pi R^2}{h^2}+O$. Prin **O** desemnăm termenii neglijabili, de ordinul R^4/h^4 (cel puțin), care sunt foarte mici (când h>>R). Comparăm cele două expresii $\Rightarrow E=2/3E_0$……………………………………………………………………………………………..1p

c) Unghiul solid al pupilei oculare, situată la distanța D față de laser este $\Omega=\pi d^2/4D^2$. Unghiul solid al fascicolului laser, având divergența α este $\Omega_0=\pi\alpha^2/4$ ………………………………………1p

Unghiuluiui Ω_0 îi corespunde puterea P_0, iar lui Ω îi corespunde puterea $P=nhc/\lambda$. ……………..1p

Rezultă $P=\Omega P_0/\Omega_0$; $D=\dfrac{d}{\alpha}\sqrt{\dfrac{\lambda P_0}{nhc}} \approx 4{,}87\bullet 10^8\,m$. Radiația laser nu trebuie privită “în față” nici măcar la puteri de ordinul miliwattului. ………………………………………………………………1p

Din oficiu ………………………...1p

II. a) Elipsa este locul geometric al punctelor P_k dintr-un plan pentru care suma distanțelor de la P_k la două puncte fixe din acel plan, numite focare (F_1 şi F_2) este o constantă (2a). Fiecare elipsă poate fi caracterizată prin această lungime constantă (2a) şi prin distanța dintre focare (2c). De asemenea, poate fi descrisă cu ajutorul semiaxei mari (a) şi al semiaxei mici (b). relația dintre cele două moduri de descriere este arătată în figura a). Deoarece punctelele A şi C se află pe elipsă rezultă $AF_1+AF_2=2a$ respectiv $CF_1+CF_2=2a$. Datorită simetriei rezultă $CF_1=CF_2=a$. Din triunghiul dreptunghic $OCF_1 \Rightarrow b^2=a^2-c^2$

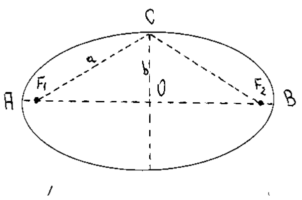


fig. a

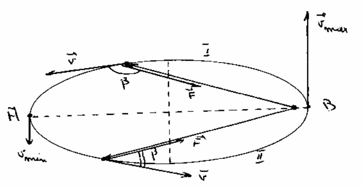


fig. b

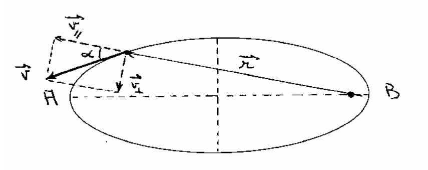


fig. c

Pentru a stabili relația dintre E şi L am descompus viteza tangențială a electronului în două componente (vezi fig. c): $\vec{v}=\vec{v}_{\parallel}+\vec{v}_{\perp}; v^2=v_{\parallel}^2+v_{\perp}^2; E_C=\dfrac{mv^2}{2}=\dfrac{mv_{\parallel}^2}{2}+\dfrac{mv_{\perp}^2}{2}$; $\vec{L}=\vec{r}\times m\vec{v}$;

$L=mvr\sin\alpha = mr\,v_{\perp} \Rightarrow v_{\perp}=L/mr$; $E=E_C+E_P=\dfrac{mv^2}{2}-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$; $E=\dfrac{mv_{\parallel}^2}{2}+\dfrac{mv_{\perp}^2}{2}-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

În conformitate cu legea conservării energiei, valoare E a energiei totale trebuie să se regăsească pentru orice poziție a electronului pe elipsă, deci şi pentru punctele A şi B, acolo unde componenta $v_{\parallel}=0$.

Dacă distanța de la nucleu până la aceste puncte este r_0 atunci obținem:

$E=\dfrac{1}{2}mv_{\parallel}^2+\dfrac{L^2}{2mr_0^2}-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}=\dfrac{L^2}{2mr_0^2}-\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}$;…………………………………………1p

$$r_0^2+\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 E}r_0-\frac{L^2}{2mE}=0;$$

ale cărei rădăcini satisfac relaţiile: $r_{0A}=a+c=r_{max}$ şi $r_{0B}=a-c=r_{min}$. Utilizând relaţiile dintre rădăcinile şi coeficienţii ecuaţiei de grad II ⇒

(a-c) + (a+c) = – $e^2/4\pi\varepsilon_0 E$ şi (a–c)(a+c)= $-L^2/2mE=b^2 \Rightarrow E = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a} < 0; L = \frac{eb}{2}\sqrt{\frac{m}{\pi\varepsilon_0 a}}$ ….1p

Energia totală a atomului de hidrogen depinde numai de semiaxa mare a elipsei, iar momentul cinetic orbital al electronului depinde de ambele semiaxe. Pentru orbitele indicate:

$E_1=E_2=...==E_n=E_n=-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$; $L_1=L_{max}=\frac{ea}{2}\sqrt{\frac{m}{\pi\varepsilon_0 a}}$; $L_1>L_2> ... > L_n$

Pentru o valoare dată semiaxei "a" , indiferent de valoarea "b" energia totală a atomului este aceeaşi. Substările se diferenţiază prin valorile L, deci se diferenţiază după valorile "b"……………..1p

b) Desenul din fig. b justifică de ce pe sectorul I (de la B spre A) mişcarea electronului este încetinită ($\beta>\pi/2$) şi de ce pe sectorul II (de la A spre B) mişcarea electronului este accelerată ($\beta<\pi/2$). Utilizând legile de conservare ale energiei şi momentului cinetic, obţinem :

$\frac{mv^2_{max}}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{min}} = \frac{mv^2_{min}}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_{max}}$; $r_{min}v_{max}=r_{max}v_{min}$; $r_{min}+r_{max}=2a$ şi $r_{min}r_{max}=b^2 \Rightarrow$

$r_{min} = a - \sqrt{a^2-b^2};$ $r_{max} = a + \sqrt{a^2-b^2};$ ………………………………….1p

$v^2_{min} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 ma}\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}};\ v^2_{max} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 ma}\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}};$ …………………………...1p

$A=\frac{LT}{2m} \Rightarrow T = \frac{2mA}{L}; A = \pi ab;\ L = \frac{eb}{2}\sqrt{\frac{m}{\pi\varepsilon_0 a}}$

$T = \frac{4\pi a}{e}\sqrt{\pi\varepsilon_0 ma};\qquad T^2 = ka^3, unde\, k = \frac{16\pi^3\varepsilon_0 m}{e^2}$ ……………………………………….1p

c) $\Delta x\Delta p \geq h/2\pi \Rightarrow rp=h/2\pi$ (în cazul cel mai defavorabil acceptăm egalitatea)

$E_{totala}=p^2/2m - e^2/4\pi\varepsilon_0 r = p^2/2m - pe^2/2\varepsilon_0 h$……………………………………………………1p

Minimul energetic corespunde evoluţiei atomului spre starea cea mai probabilă:

$\frac{dE}{dp} = 0 \Rightarrow p = \frac{me^4}{2\varepsilon_0 h}$ ……………………………………………………………………….1p

$\Rightarrow r_1 = \frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi me^2} = 0{,}5\bullet 10^{-10}$ (m) şi $E_1 = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = -13{,}6(eV)$ ……………………………………1p

sau $E_{totala}=p^2/2m-e^2/4\pi\varepsilon_0 r$, dar $p=h/2\pi r \Rightarrow E = \frac{h^2}{4\pi^2 r^2 2m} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = f(r);$

$\frac{dE}{dr} = 0 \Rightarrow \frac{h^2}{\pi mr} = \frac{e^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow r_1 = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi me^2}\ si\ E_1 = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$

Obs: incertitudinea drastică asupra poziţiei electronului $\Delta r=r_1$după orice direcţie ar impune să acceptăm că nu are sens să vorbim de orbită circulară de rază r_1, adică acestei stări îi corespunde un nor electronic ce înconjoară în mod izotrop nucleul.

Din oficiu…………………………..1p

III. a) $I_2=\frac{U_{BE}+R_E I_E}{R_2} \approx 10^{-4}(A); I_1 = I_2 + I_B = 110\mu A; E = R_1 I_1 + R_2 I_2$………………1p

$\Rightarrow R_1 = 103{,}6k\Omega$; $I_C+I_B=I_E \Rightarrow I_C \approx 5mA$; $U_{CE}=E-R_C I_C-R_E I_E \approx 7$ V……………..……………………1p

Dacă $R'_2 \to \infty$ (K- deschis), atunci $I'_1=I'_B \Rightarrow E=R_1 I'_B+U_{BE}+R_E I_E$, de unde $I'_B \approx 11{,}4$ mA……1p

b) Considerând două momente de timp t_1 şi t_2 foarte apropiate pentru care sunt satisfăcute ecuaţiile (în regim dinamic)

$$\begin{cases} E=R_C(I_C+i_{C,1}) + u_{CE,1}+R_E(I_E+i_{E,1}) \\ E=R_C(I_C+i_{C,2}) + u_{CE,2}+R_E(I_E+i_{E,2}) \end{cases}$$ ……………………………………………1p

Deoarece curenţii de emitor şi curenţii de colector sunt de acelaşi ordin de mărime ($\alpha = \dfrac{i_{C2}-i_{C1}}{i_{E2}-i_{E1}} \approx 0{,}9; i_C = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} i_B = \beta i_B \Rightarrow \beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha}$) şi $R_E << R_C$ ultimul termen din cele două ecuaţii ale sistemului se poate neglija faţă de ceilalţi termeni sau practic se va reduce dacă cele două ecuaţii se scad membru cu membru. Obţinem: $R_C\Delta i_C \approx -\Delta u_{CE}$ sau $R_C di_C \approx -du_{CE} \Rightarrow u_{22', ies} = -R_C i_C$………1p

<u>Obs</u>: Semnalul electric de ieşire (tensiunea variabilă culeasă după condensatorul C_{iesire} între bornele 22' este defazat cu π radiani faţă de semnalul de la intrare (este în opoziţie de fază) şi amplificat în tensiune. Prin creşterea potenţialului bazei (spre valori mai pozitive, de exemplu) se obţine creşterea conductibilităţii electrice prin tranzistor (cresc i_C şi i_E), dar scade u_{CE} deoarece creşte căderea de tensiune pe rezistenţa de sarcină din colectorul tranzistorului. La scăderea potenţialului bazei procesele sunt inverse. Dacă $U_{CE} \rightarrow 0$, situaţie ce corespunde "saturaţiei" ($I_{cmax} \approx E/R_S$), atunci curenţii din bază practic nu mai comandă curenţii prin consumator(R_S)…………………………………………………1p

c) Apare un curent de difuzie a electronilor majoritari din zona puternic dopată cu impurităţi donoare către zona joncţiunii colector-bază, care devine negativă. …………………………………..1p

Astfel apare un câmp electric intern orientat către bază. Acest câmp produce o mişcare dirijată (de drift) a electronilor în sens contrar faţă de deplasarea prin difuzie……………………………………1p

La echilibru curenţii de difuzie şi de câmp sunt egali, rezultă $I_{total}=0$…………………………1p

Din oficiu ……………………………………1p