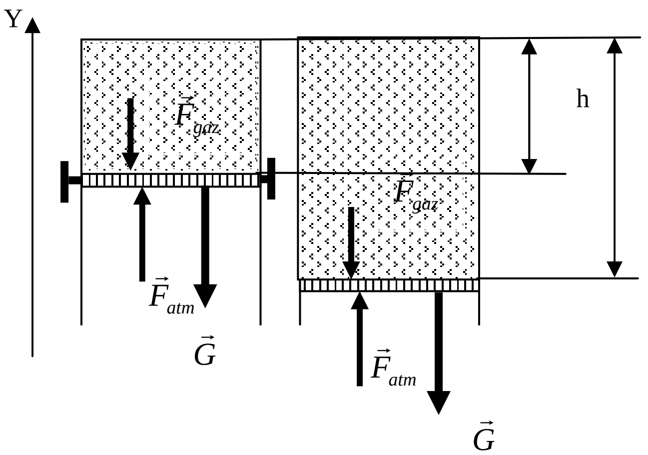
Proba teoretică-barem

X

Problema I.

I.a. 3,00p	Căldura molară a unui amestec de gaze este: $Q = \nu C\Delta T = \sum_{i=1}^{n}\nu_i C_i \Delta T$	0,50p
	de unde rezultă că $C = \sum_{i=1}^{n}\frac{\nu_i}{\nu}C_i = \sum_{i=1}^{n}c_{Mi}C_i$	0,50p
	Coeficientul adiabatic $\gamma = \frac{C_p}{C_V} =$	0,50p
	$= \frac{C_{p1}+C_{p2}}{C_{V1}+C_{V2}}$	0,50p
	Înlocuind $\gamma = \frac{\gamma_1(\gamma_2-1)+\gamma_2(\gamma_1-1)}{(\gamma_1-1)+(\gamma_2-1)}$	0,50p
	$\gamma = \frac{\frac{5}{3}\frac{2}{5}+\frac{7}{5}\frac{2}{3}}{\frac{2}{5}+\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1{,}5$	0,50p
I.b. 3,50p	Viteza pistonului creşte până în momentul în care rezultanta forţelor care acţionează asupra pistonului devine zero.Din acel moment rezultanta forţelor care acţionează asupra pistonului este orientată în sus şi începe frînarea mişcării pistonului.  $\vec{F}_{gaz} + \vec{G} + \vec{F}_{atm} = 0$ $0 = -p_1 + p_0 - \frac{G}{S}$	1,00p
	Datorită faptului că pistonul se deplasează brusc în jos, procesul se desfăşoară rapid şi poate fi considerat adiabatic.	0,50p
	$\Rightarrow 2p_0V_0^{\gamma} = p_1V_1^{\gamma}$ sau $2p_0V_0^{3/2} = \left(p_0 - \frac{G}{s}\right)V_1^{3/2}$	1,00p
	Rezultă $V_1 = V_0\sqrt[3]{\left(\frac{2p_0}{p_0-\frac{G}{S}}\right)^2}$ de unde $h_m = \frac{V_0}{S}\sqrt[3]{\left(\frac{2p_0}{p_0-\frac{G}{S}}\right)^2}$	0,50p

	Evaluare numerică : $\dfrac{2p_0}{p_0-\dfrac{G}{S}}=\dfrac{2\cdot 10^5}{10^5-\dfrac{7500}{10\cdot 10^{-2}}}=8$; h_m=30 cm	0,50p
I.c. 2,50p	Pentru a determina dacă pistonul părăseşte sau nu cilindrul,vom încerca să determinăm care ar fi cursa sa maximă , dacă cilindrul ar fi suficient de lung. Procesul fiind rapid el poate fi considerat adiabatic: $2p_0V_0^{\gamma}=p_3V_3^{\gamma}$ (1) şi $\Delta Q=0$ De asemenea la capătul cursei pistonul va avea viteza zero. Principiul I al Termodinamicii se scrie , în aceste condiţii : $\Delta U=-L_{total}$	0,50p
	Sau $\nu C_V\Delta T=-\left(p_0-\dfrac{G}{S}\right)(V_3-V_0)$ $\dfrac{\nu R\Delta T}{\gamma-1}=-\left(p_0-\dfrac{G}{S}\right)(V_3-V_0)$ $\dfrac{p_3V_3-2p_0V_0}{\gamma-1}=-\left(p_0-\dfrac{G}{S}\right)(V_3-V_0)$ (2) Înlocuind relaţia (1) $p_3=2p_0\dfrac{V_0^{\gamma}}{V_3^{\gamma}}$, în relaţia (2), obţinem $\dfrac{\left[\left(\dfrac{V_0}{V_3}\right)^{\gamma-1}-1\right]2p_0}{\gamma-1}=-\left(p_0-\dfrac{G}{S}\right)\left(\dfrac{1}{\dfrac{V_0}{V_3}}-1\right)$ (3)	0,50p
	Deoarece $\gamma=1{,}5\Rightarrow\gamma-1=0{,}5=\dfrac{1}{2}$, relaţia (3) se scrie $\dfrac{\sqrt{\dfrac{V_0}{V_3}}-1}{\dfrac{1}{\dfrac{V_0}{V_3}}-1}=-\left[\dfrac{p_0-\dfrac{G}{S}}{2p_0}\right](\gamma-1)$ sau $\dfrac{\sqrt{\dfrac{V_0}{V_3}}-1}{\dfrac{1}{\dfrac{V_0}{V_3}}-1}=-K(\gamma-1)$ (se impune notaţia $K=\left[\dfrac{p_0-\dfrac{G}{S}}{2p_0}\right]$, unde $K=\dfrac{1}{8}$ a fost evaluat la punctul b) al problemei. Notăm $\dfrac{V_0}{V_3}=z^2$ şi relaţia (4) devine : $\dfrac{z-1}{\dfrac{1}{z^2}-1}=-K(\gamma-1)$ Sau, deoarece $z\neq 1;(V_3\neq V_0)\Rightarrow z^2-\dfrac{1}{16}z-\dfrac{1}{16}=0$	0,50p 0,50p

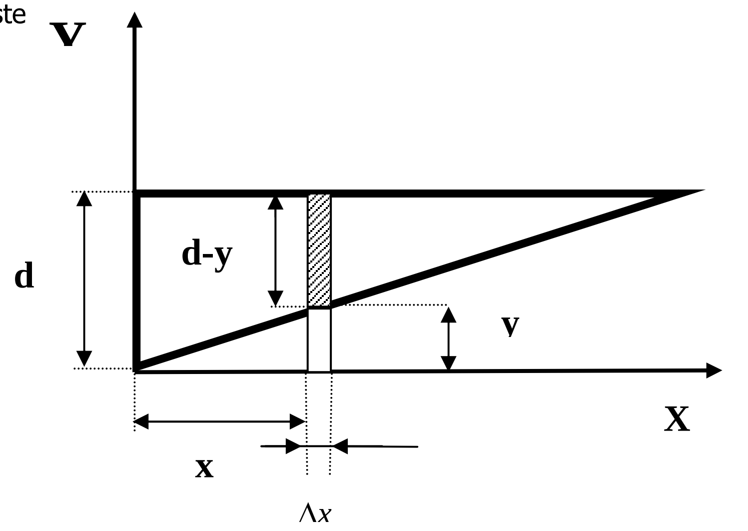
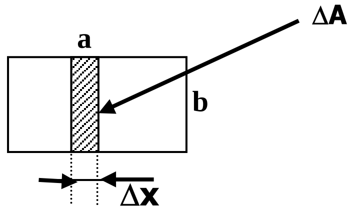
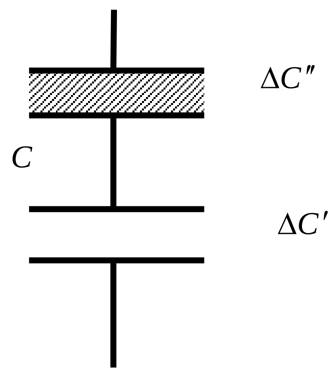
	cu rădăcinile $z_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{32}$. Singura soluţie posibilă este $z = \frac{1+\sqrt{65}}{32} \approx \frac{1+8}{32} \approx \frac{9}{32}$ Rezultă $\frac{V_o}{V_3} \cong \left(\frac{9}{32}\right)^2 \Rightarrow V_3 \cong \left(\frac{32}{9}\right)^2 V_0$ sau $h_3 \cong \left(\frac{32}{9}\right)^2 \frac{V_0}{S} = \left(\frac{32}{9}\right)^2 \frac{h_m}{4}$ $h_3 \approx 97,(7)cm$, în concluzie pistonul părăseşte cilindrul.	0,50p
Din oficiu		1,00p

Problema II.

II.1. 3,00p	$L_{23} = \dfrac{(p_3 + p_2)(V_3 - V_2)}{2}$	0,50p
	$L_{23} = \nu R T_2 \dfrac{1-k^2}{2k}$	0,50p
	$Q = Q_{12} + \Delta U_{23} + L_{23} + \Delta U_{31}$ $Q = \nu C_V (T_1 - T_2) + \nu R T_2 \dfrac{1-k^2}{2k}$	1,00p
	$T_2 = \dfrac{Q - C_V T_1}{R\dfrac{1-k^2}{2k} - C_V}$	0,50p
	$L_{23} = \dfrac{Q - C_V T_1}{1 - \dfrac{2k}{1-k^2}\dfrac{C_V}{R}}$	0,50p
II.2 3,00p	$\begin{cases} pV = \nu RT \\ p = aV + b \end{cases} \Rightarrow T_{\max} = -\dfrac{b^2}{4\nu Ra}$	1,00p
	$\begin{cases} p_3 = aV_3 + b \\ p_2 = aV_2 + b \end{cases} \Rightarrow a = \dfrac{p_3 - p_2}{V_3 - V_2}$	0,50p
	$\Rightarrow b = \dfrac{p_2 V_3 - p_3 V_2}{V_3 - V_2}$	0,50p
	$T_{\max} = \dfrac{(1+k)^2}{4k} T_2$ $T_{\max} = \dfrac{Q - C_V T_1}{\dfrac{2(1-k)}{1+k}R - \dfrac{4k}{(1+k)^2}C_V}$	1,00p
II.3. 3,00p	Explicaţi de ce nu este desenat procesul $1 \to 2$	0,50p
	$\Delta U_{12} = Q_{12} - L_{12}; Q_{12} = 0$	0,50p
	$\Delta U_{23} = Q_{23} - L_{23}$	0,50p
	$\Delta U_{31} = Q_{31} - L_{31}; L_{31} = 0$	0,50p
	$\Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{31} = 0 \qquad 0 = Q - L_{23} - L_{12} \quad ; \; L_{12} = Q - L_{23}$	0,50p
	$L_{12} = \dfrac{\dfrac{1-k^2}{2k}\dfrac{RT_1}{Q} - 1}{\dfrac{1-k^2}{2k}\dfrac{R}{C_V} - 1} Q$	0,50p
Din oficiu		1,00p

Problema III.

III.A. 5,00p	$\begin{cases} q_1 + q_2 = Q \\ \dfrac{q_1}{r_1} = \dfrac{q_2}{r_2} \end{cases}$	0,50p 0,50p
	$q_1 = Q\dfrac{r_1}{r_1 + r_2}$ sau $q_2 = Q\dfrac{r_2}{r_1 + r_2}$	0,50p
	După introducerea sferei r_1 în interiorul sferei de rază R care este legată la Pământ, potenţialul sferei r_1 devine: $V_1' = V_{11} + V_{1R}$ unde: $V_{11} = \dfrac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$ -potenţialul propriu al sferei 1 în această situaţie nouă $V_{1R} = \dfrac{Q_R}{4\pi\varepsilon_0 R}$ -potenţialul propriu al sferei de rază R datorat sarcinii de pe ea (schimbată cu Pământul) Q_R -sarcina schimbată de sfera de rază R cu Pământul pentru ca potenţialul ei să rămână zero $\dfrac{Q_R}{4\pi\varepsilon_0 R} + \dfrac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0 \Rightarrow Q_R = -q_1'$ Deci $V_1' = \dfrac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 r_1}\left(1 - \dfrac{1}{k}\right)$	2,00p
	$\begin{cases} q_1' + q_2' = Q \\ \dfrac{q_1'}{4\pi\varepsilon_0 \dfrac{r_1 k}{k-1}} = \dfrac{q_2'}{4\pi\varepsilon_0 r_2} \end{cases}$	0,50p
	$q_1' = \dfrac{r_1 k Q}{(r_1 + r_2)k - r_2}$ (sau q_2')	0,50p
	Prin urmare prin conductorul de legătură a trecut sarcina : $\Delta q = q_1' - q_1 = \dfrac{r_1 r_2 Q}{(r_1 + r_2)^2 k - r_2(r_1 + r_2)}$ (sau $\Delta q = -(q_2' - q_2)$)	0,50p

III.B. 4,00p	Secţiunea în condensator este 	0,50p
	Suprafaţa condensatorului corespunzătoare unui segment mic Δx este : $\Delta A = b \cdot \Delta x$ 	0,50p
	Avem o succesiune de condensatori legaţi în paralel fiecare din ei fiind formaţi din doi condensatori legaţi în serie	0,5p
	 $\Delta C' = \frac{\varepsilon_0 b \Delta x}{y}$ $\Delta C'' = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r b \Delta x}{d - y}$ $\Delta C = \frac{\Delta C' \cdot \Delta C''}{\Delta C' + \Delta C''} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r b \Delta x}{d + y(\varepsilon_r - 1)}$	0,50p 0,50p 0,50p
	Dar $y = x\frac{d}{a} \Rightarrow \Delta x = \frac{a}{d}\Delta y \Rightarrow \Delta C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r b}{d + y(\varepsilon_r - 1)} \frac{a}{d}\Delta y$ Notăm *z=d+y (ε_r-1)*; evident *Δz=(ε_r-1)Δy*, $\Delta C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r b}{z} \frac{a}{d} \frac{\Delta z}{\varepsilon_r - 1} = \frac{C_0 \varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} \frac{\Delta z}{z}$	0,50p
	$C_{total} = \sum \Delta C = \frac{C_0 \varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} \sum_{z=d}^{d\varepsilon_r} \frac{\Delta z}{z} = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} C_0 \ln \varepsilon_r$	0,50p
Din oficiu		1,00p