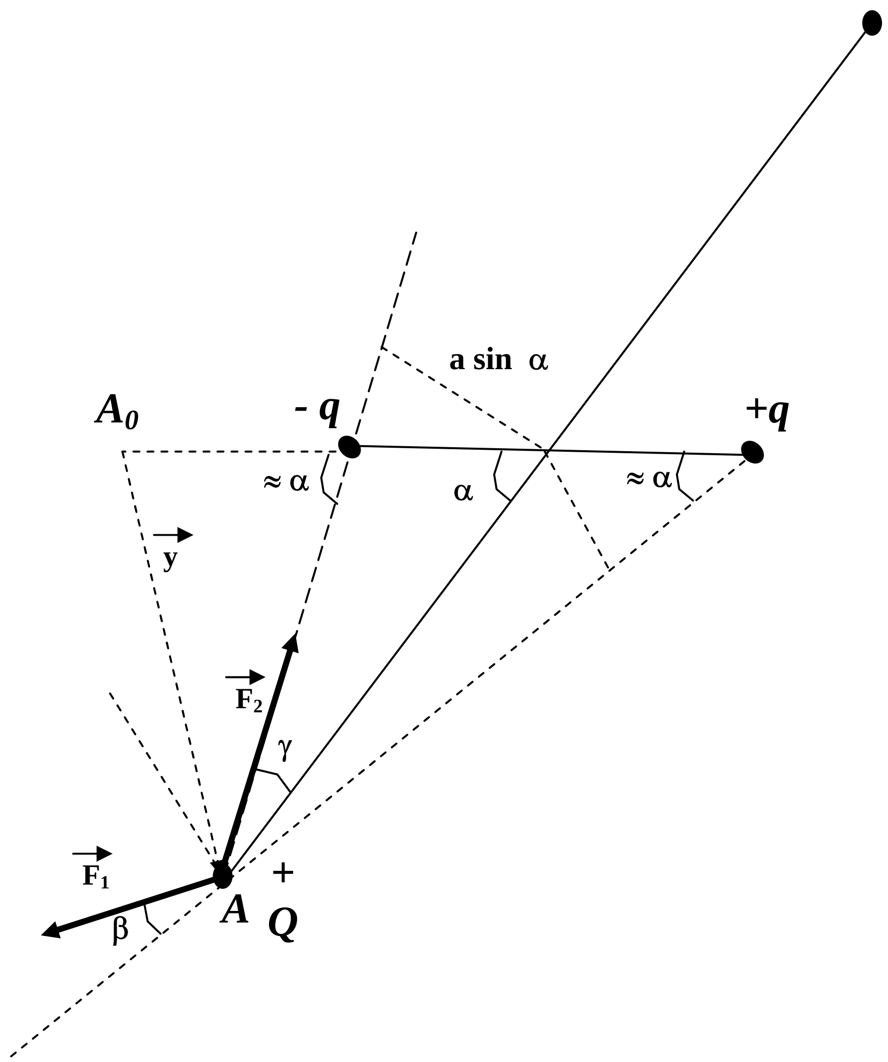
Ministerul Educaţiei Naţionale
Olimpiada Naţională de Fizică
Breaza – 1999

XI

Proba teoretică
barem

Subiectul I

a) Fie $\vec{\omega}$ viteza unghiulară a dipolului în raport cu sistemul de referinţă al laboratorului, considerat SRI. Introducem un sistem de referinţă neinerţial solidar cu dipolul. Faţă de acest sistem, la momentul iniţial, tija are viteza unghiulară $-\vec{\omega}$ . . . . **0,5 p.**



Pentru figură **1 p.**

Dacă după timpul t tija s-a rotit faţă de dipol cu un unghi α, atunci pentru $\alpha \langle 180^0$ mişcarea tijei faţă de dipol este încetinită, fiind posibilă chiar oprirea tijei în raport cu dipolul şi apoi schimbarea sensului ei de rotaţie faţă de dipol. Tija va însoţi rotaţia dipolului, efectuând oscilaţii simetrice în jurul acesuia. . . . . **0,5 p.**

Dacă tija s-a oprit faţă de dipol în poziţia pentru care α = 180^0, poziţie considerată ca fiind cea mai dezavantajoasă, atunci tija însoţeşte dipolul rotindu-se solidar cu acesta în raport cu laboratorul. . . . . **0,5 p.**

Dacă viteza unghiulară a tijei în raport cu dipolul nu este încă nulă în momentul trecerii tijei prin poziţia cea mai dezavantajoasă, atunci nu mai este posibilă oprirea tijei faţă de dipol şi deci, în acest caz, tija nu mai poate însoţi rotaţia dipolului.

Însoţirea dipolului de către tijă se va realiza dacă energia iniţială a sa în raport cu dipolul este insuficientă pentru a asigura efectuarea unei rotaţii complete în jurul dipolului considerat sistem de referinţă.

Pentru ca tija să însoţească rotaţia dipolului trebuie ca energia iniţială relativă a sistemului să fie mai mică, cel mult egală cu energia în poziţia cea mai dezavantajoasă când tija este în repaus faţă de dipol. . . . . **0,5 p.**

Rezultă:

$$2\frac{M(\omega L)^2}{2}+2\left[-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L-a)}+\frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L+a)}\right]\le 2\left[-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L+a)}+\frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L-a}\right]$$ . . . . **0,5 p.**

$$\omega\le\frac{1}{L}\sqrt{\frac{2aqQ}{\pi\varepsilon M(L^2-a^2)}}$$ . . . . **0,5 p.**

b) În fig. 1, unde tija este deviată faţă de poziţia de echilibru cu unghiul α, sunt reprezentate forţele electrostatice, care acţionează asupra unui corp de la capătul tijei, forţe rezultante din interacţiunea cu sarcinile electrice ale dipolului fix.

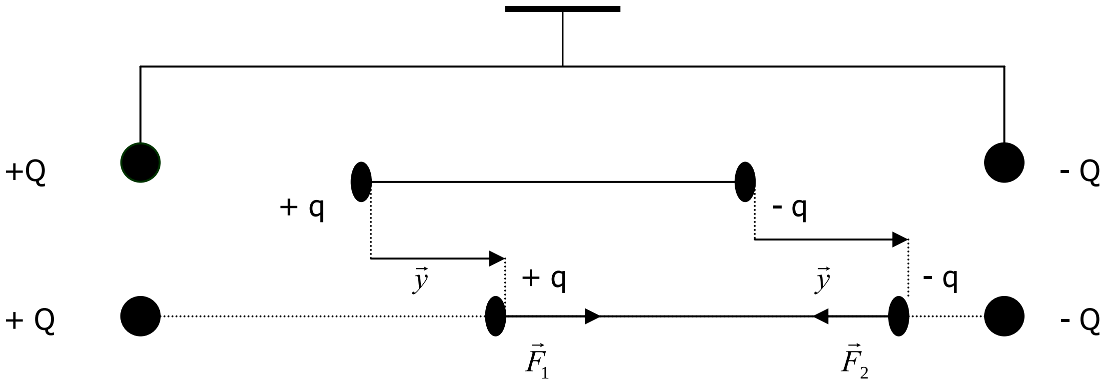
$$\left.\begin{array}{l} F_1=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{qQ}{r_1^{\,2}} \\ r_1^{\,2}=L^2+a^2+2La\cos(\alpha)\approx L^2\left(1+2\dfrac{a}{L}\cos(\alpha)\right) \\ F_1=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{qQ}{L^2}\left(1-2\dfrac{a}{L}\cos(\alpha)\right) \\ F_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{qQ}{r_2^{\,2}};r_2^{\,2}=L^2+a^2-2aL\cos(\alpha) \\ F_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon}\dfrac{qQ}{L^2}\left(1+2\dfrac{a}{L}\cos(\alpha)\right) \end{array}\right\}$$ . . . . **0,5 p.**

Componentele celor două forţe, perpendiculare pe tijă sunt:

$$\left.\begin{array}{l} F_1'=F_1\sin\beta\approx F_1\beta \\ a\times\sin\alpha=L\beta \\ a\alpha=L\beta \\ F_1'=F_1\dfrac{a}{L}\alpha \\ F_2'=F_2\sin\gamma\approx F_2\gamma \\ a\times\sin\alpha=L\gamma \\ a\alpha=L\gamma \\ F_2'=F_2\dfrac{a}{L}\alpha \end{array}\right\}$$ iar rezultanta lor este: $$\left.\begin{array}{l} \vec{F}=\vec{F}_1'+\vec{F}_2' \\ F=F_2'+F_2'=(F_1+F_2)\dfrac{a}{L}\alpha \\ F=\dfrac{1}{2\pi\varepsilon}\dfrac{aqQ}{L^3}\alpha \end{array}\right\}$$ . . . . **0,5 p.**

$A_0\vec{A} = \vec{y};\, y \approx L\alpha;\, \alpha = \frac{y}{L};\, F = \frac{aqQ}{2\pi\varepsilon L^4}y;\, k = \frac{aqQ}{2\pi\varepsilon L^4};\, F = ky;\, \vec{F} = -k\vec{y}$, ceea ce dovedeşte că oscilaţiile sunt armonice. . . . . **0,5 p.** $k = M\omega^2$; $T = 2\pi L^2\sqrt{\frac{2\pi\varepsilon M}{aqQ}}$ . . . . **0,5 p.**

c) Din fig.2, unde dipolul este deplasat faţă de poziţia de echilibru pe distanţa y, rezultă:



$$F_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{(L-a+y)^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{(L+a-y)^2}$$ . . . . **0,5 p.**

$$F_1 \approx \frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L-a)^2}\left(1-\frac{2y}{L-a}\right) + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L+a)^2}\left(1+\frac{2y}{L+a}\right)$$ . . . . **0,25 p.**

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{(L+a+y)^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{qQ}{(L-a-y)^2}$$ . . . . **0,5 p.**

$$F \approx \frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L+a)^2}\left(1-\frac{2y}{L+a}\right) + \frac{qQ}{4\pi\varepsilon(L-a)^2}\left(1+\frac{2y}{L-a}\right)$$ . . . . **0,25 p.**

$F_2 > F_1;\, \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1;\, F = F_2 - F_1$; $F = \frac{qQ}{\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3}\right]y$; F = ky; $\vec{F} = -k\vec{y}$ . . . . **0,5 p.**

$k = 2m\omega^2;\, T' = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{\frac{qQ}{\pi\varepsilon}\left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3}\right]}}$; $F = \frac{6aqQ}{\pi\varepsilon L^2}y$; F = ky; $\vec{F} = -k\vec{y}$;

$T' = 2\pi L\sqrt{\frac{\pi\varepsilon m}{3aqQ}}$ . . . . **0,5 p.**

Din oficiu 1 p

<u>TOTAL 10 puncte</u>.

Subiectul II.

a) $\begin{cases} P_{a1} = P_{a2} \\ P_{r1} = P_{r2} \end{cases}$ unde: $\begin{cases} P_a = RI^2 = R\dfrac{E^2}{(R+r)^2 + (X+x)^2} \\ P_r = XI^2 = X\dfrac{E^2}{(R+r)^2 + (X+x)^2} \end{cases}$

$$\begin{cases} \dfrac{R_1}{(R_1+r)^2 + (X_1+x)^2} = \dfrac{R_2}{(R_2+r)^2 + (X_2+x)^2} \\ \dfrac{X_1}{(R_1+r)^2 + (X_1+x)^2} = \dfrac{X_2}{(R_2+r)^2 + (X_2+x)^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{R_1}{X_1} = \frac{R_2}{X_2}$$ . . . . **1 p.**

După efectuarea calculelor se obţine:

$$(R_2 - R_1)(R_1R_2 - r^2) + R_1X_2{}^2 - R_1X_1X_2 + R_1R_2X_2 - R_1{}^2X_2 +$$
$$x^2R_1 - x^2R_2 + r^2X_1 - r^2X_2 + (X_2 - X_1)(X_1X_2 - x^2) = 0$$

Egalitatea se verifică în cazul când $R_1 \neq R_2$ şi $X_1 \neq X_2$, dacă $\begin{cases} R_1R_2 = r^2 \\ X_1X_2 = x^2 şi \\ R_1X_2 = R_2X_1 \end{cases}$ . . . **2 p.**

b) $P_a = RI^2 = R\dfrac{E^2}{(R+r)^2 + (X+x)^2} = \dfrac{E^2}{4r}\dfrac{4rR}{(R+r)^2 + (X+x)^2}$ de unde:

$P_a = \dfrac{E^2}{4r}\left[1 - \dfrac{(R-r)^2 + (X+x)^2}{(R+r)^2 + (X+x)^2}\right]$ . . . . **1 p.** $P_{a_{\max}} = \dfrac{E^2}{4r}$ dacă

R = r . . . **1 p.** şi X = - x. . . **1 p.**

Obs: Dacă R = r şi $X \neq -x$ nu se obţine puterea activă maximă. Transferul optim de putere activă implică: la caracter inductiv al sursei trebuie să corespundă caracter capacitiv al consumatorului şi invers.

c) $\begin{cases} P = UI\cos\varphi \\ Q = UI\sin\varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = Ptg(\varphi) \\ Q' = Ptg(\varphi') \end{cases}$

$Q' = Q - Q_{cond} \Rightarrow Q_{cond} = Q - Q' = P[tg(\varphi) - tg(\varphi')]$ . . . . **2 p.**

Dar $Q_{cond} = \dfrac{U^2}{X_c} = \omega CU^2 \Rightarrow C = \dfrac{P}{\omega U^2}[tg(\varphi) - tg(\varphi')]$ . . . . **1 p.**

La aceeaşi putere activă obţinută se micşorează energia reactivă, puterea reactivă şi valoarea efectivă a curentului.

Din oficiu 1 p.
Total 10 p.

Subiectul III.

a) Se consideră circuitul echivalent, la un moment dat, în care sarcina electrică a condensatorului este distribuită pe două porţiuni din suprafaţa totală a acestuia.

$\begin{cases} q_1 + q_2 = q \\ L_1 q_1 = L_2 q_2 \end{cases} \Rightarrow q_1 = q\dfrac{L_2}{L_1 + L_2}$. Din condiţia $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ rezultă, după efectuarea calculelor:

$$\omega = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{CL_1 L_2}}$$ . . . . **3 p.**

b) Fiecare punct material de masă m_1 sau m_2 (aflate la distanţele l_1 respectiv l_2 de C. M.) oscilează în raport cu C. M. cu aceeaşi pulsaţie $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Deoarece:

$\begin{cases} l_1 + l_2 = l \\ m_1 l_1 = m_2 l_2 \end{cases}$. Deoarece: $K_1 = K\dfrac{m_1 + m_2}{m_2}$, dacă $m_1 = m_2$, se obţine: $\omega_1 = \omega$ . . . . **2 p.**

$$\omega = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$ . . . . **1 p.**

c) Energia de oscilaţie a unui atom $E_H = \dfrac{E_{H_2}}{2} = 6{,}5 \times 10^{-20}\,J$.

$V_{\max\atop osc} = \sqrt{\dfrac{2E_H}{m}} = 8{,}8 \times 10^3\,\dfrac{m}{s}$ . . . **1 p.** $\dfrac{Kx^2}{2} = E_H \Rightarrow x_{\max} = \sqrt{\dfrac{2E_H}{K}} \approx 1{,}1 \times 10^{-11}\,m$ . . . . **1 p.**

Se observă că amplitudinea de oscilaţie A = x_{max} este cu un ordin de mărime mai mică decât dimensiunile moleculelor. . . . . **1 p.**

Din oficiu 1 p.

Total 10 p.