



PROBLEMA 1

a) Fie $\vec{\omega}$ viteza unghiulară a dipolului în raport cu sistemul de referință al laboratorului, considerat SRI.

Introducem un sistem de referință neinertial solidar cu dipolul. Față de acest sistem, la momentul inițial, tija are viteza unghiulară $-\vec{\omega}$.

Dacă după timpul t tija s-a rotit față de dipol cu un unghi α , atunci pentru $\alpha < 180^\circ$ mișcarea tijei față de dipol este încetinită, fiind posibilă chiar oprirea tijei în raport cu dipolul și apoi schimbarea sensului ei de rotație față de dipol. Tija va însoți rotația dipolului, efectuând oscilații simetrice în jurul acestuia.

Dacă tija s-a oprit față de dipol în poziția pentru care $\alpha = 180^\circ$, poziție considerată ca fiind cea mai dezavantajoasă, atunci tija însoțește dipolul rotindu-se solidar cu acesta în raport cu laboratorul.

Dacă viteza unghiulară a tijei în raport cu dipolul nu este încă nulă în momentul trecerii tijei prin poziția cea mai dezavantajoasă, atunci nu mai este posibilă oprirea tijei față de dipol și deci, în acest caz, tija nu mai poate însoți rotația dipolului.

Însoțirea dipolului de către tija se va realiza dacă energia inițială a sa în raport cu dipolul este insuficientă pentru a asigura efectuarea unei rotații complete în jurul dipolului considerat sistem de referință.

Pentru ca tija să însoțească rotația dipolului trebuie ca energia inițială relativă a sistemului să fie mai mică, cel mult egală, cu energia în poziția cea mai dezavantajoasă, când tija este în repaus față de dipol.

Rezultă

$$2 \frac{M(\omega L)^2}{2} + 2 \left[-\frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)} \right] \leq 2 \left[-\frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)} \right];$$

$$\omega \leq \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2aqQ}{\pi\epsilon M(L^2 - a^2)}}.$$

b) În figura 1, unde tija este deviată față de poziția de echilibru cu unghiul α , sunt reprezentate forțele electrostatice, care acționează asupra unui corp de la capătul tijei, rezultate din interacțiunea cu sarcinile electrice ale dipolului fix.

Ca urmare

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{r_1^2}; r_1^2 = L^2 + a^2 + 2La \cos \alpha \approx L^2 \left(1 + 2 \frac{a}{L} \cos \alpha \right); F_1 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{L^2} \left(1 - 2 \frac{a}{L} \cos \alpha \right);$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{r_2^2}; r_2^2 = L^2 + a^2 - 2La \cos \alpha; F_2 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{L^2} \left(1 + 2 \frac{a}{L} \cos \alpha \right).$$

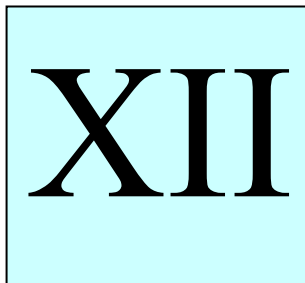
Componentele celor două forțe perpendiculare pe tija sunt

$$F'_1 = F_1 \sin \beta; a \sin \alpha = L \beta; a \alpha = L \beta; F'_2 = F_2 \sin \gamma \approx F_2 \gamma;$$

$$a \sin \alpha = L \gamma; F'_2 = F_2 \frac{a}{L} \alpha,$$

iar rezultanta lor este

$$\vec{F} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2; F = F'_1 + F'_2 = (F_1 + F_2) \frac{a}{L} \alpha; F = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{aqQ}{L^3} \alpha;$$



proba teoretică
Barem

$$\overrightarrow{A_0 A} = \vec{y}; y \cong L; \alpha; \alpha = \frac{y}{L}; F = \frac{aqQ}{2\pi\epsilon L^4} y; k = \frac{aqQ}{2\pi\epsilon L^4}; F = ky; \vec{F} = -k\vec{y},$$

ceea ce dovedește că oscilațiile sunt armonice

$$k = M\omega^2; T = 2\pi L^2 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon M}{aqQ}}.$$

c) Din fig. 2, und dipolul este deplasat față de poziția de echilibru pe distanța y , rezultă

$$F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L-a+y)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L+a-y)^2};$$

$$F_1 \approx \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)^2} \left(1 - \frac{2y}{L-a}\right) + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)^2} \left(1 + \frac{2y}{L+a}\right);$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L+a+y)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L-a-y)^2};$$

$$F_2 \approx \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)^2} \left(1 - \frac{2y}{L+a}\right) + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)^2} \left(1 + \frac{2y}{L-a}\right);$$

$$F_2 > F_1; \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1; F = F_2 - F_1;$$

$$F = \frac{qQ}{\pi\epsilon} \left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3} \right] y; F = ky; \vec{F} = -k\vec{y}; k = 2m\omega^2;$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{\frac{qQ}{\pi\epsilon} \left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3} \right]}};$$

$$F = \frac{6aqQ}{\pi\epsilon L^2} y; F = ky; \vec{F} = -k\vec{y}; T = 2\pi L \sqrt{\frac{\pi\epsilon m}{3aqQ}}.$$



proba teoretică
Barem

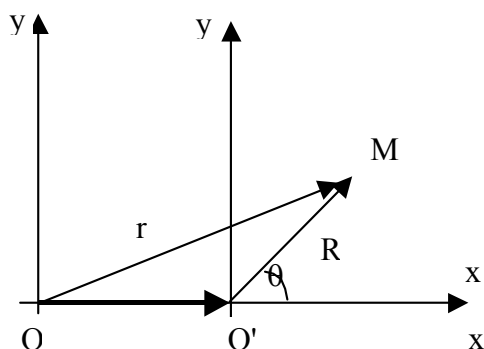
SUBIECTUL II

1. Sistemul poate fi încălzit până, de exemplu, la ionizarea gazului. **(0,5 p)** Vitezele termice ale electronilor și ale ionilor vor fi considerabil diferite. **(0,5p)** Dacă sarcina electrică depinde de viteză, ar trebui ca neutralitatea electrică a sistemului de atomi să dispară **(0,5p)** și să se constată existența unui câmp electric în vecinătatea incintei **(1 p)**.

2,5p

2. Expresia energiei potențiale gravitaționale $-k \frac{Mm}{R}$ a fost dedusă în ipoteza clasică (masa corpului **m** nu se modifică cu viteza) **(1p)**. O dată cu modificarea frecvenței fotonului se modifică și masa acestuia **(0,5p)**. $d(h\nu) = -F(r) \cdot dr$ **(0,5p)**. $\nu(r) = \nu_0 e^{\frac{kM}{c^2} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)}$ **(1p)**. Pentru stele de dimensiuni obișnuite, variația frecvenței cu distanța nu este semnificativă, astfel că cele două variante conduc la rezultate foarte apropiate. **(0,5p)**.

3,5p



3. În sistemul S' în care sarcina este imobilă $\vec{E}' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}'}{r'^3}$ și $r' = \sqrt{\gamma^2(x-vt)^2 + y^2 + z^2}$. **(0,5p)**

Când se trece de la S' la S , formulele de transformare a celor două câmpuri conduc la

$$E_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \gamma(x-vt), E_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \gamma y, E_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r'^3} \gamma z; \vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y + \vec{E}_z \quad \textbf{(0,5p)}$$

Cum componentele vectorului $\vec{R} = \vec{r} - \vec{v}t$ sunt $(x-vt, y, z)$, se deduce $r'^2 = \gamma^2 R^2 - (\gamma^2 - 1)(y^2 + z^2)$ se

obține în final $\vec{E} = \frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{R}}{R^3}$. **(0,5p)**

Astfel, câmpul E are întotdeauna direcția $O'M$ a dreptei care unește sarcina cu punctul de observație, **(0,5p)** dar pentru o valoare dată a distanței R , atunci când θ crește de la 0 la $\pi/2$, modulul câmpului

crește de la $E_{||} = \frac{q(1-\beta^2)}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ la $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2 \sqrt{1-\beta^2}}$; **(0,5p)** câmpul E este mai intens în direcția

perpendiculară la direcția de mișcare a particulei încărcate decât pe direcția mișcării. În referențialul S câmpul electric nu mai are simetrie sferică ci una cilindrică. **(0,5p)**

3p

TOTAL 1+9=10 p



SUBIECTUL III

- a) Traiectoriile elementelor sistemului în raport cu sistemul centrului de masă fiind reprezentate în figura 1, rezultă

$$\begin{cases} r_e + r_p = r \\ mr_e = Mr_p \end{cases}$$

Mișcările circular uniforme ale electronului și nucleului în jurul CM făcându-se cu aceeași viteză unghiulară, calculăm momentul cinetic orbital total al sistemului:

$$L = mv_e r_e + Mv_p r_p = \frac{Mm}{M+m} \omega r^2.$$

Forța centripetă responsabilă de mișcarea electronului fiind de natură coulombiană, rezultă: $F = \frac{mv_e^2}{r_e} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^e}{r^2} = m\omega^2 r_e.$

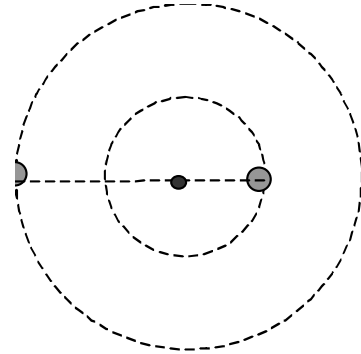


Figura 1

Cunoscând regula de cuantificare a momentului cinetic, rezultă: $L_n = n \frac{h}{2\pi}; \quad \frac{mM}{m+M} \omega r^2 = n \frac{h}{2\pi};$

$$r_n = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2 (m+M)}{\pi Z e^2 m M}.$$

$$E = \frac{mv_e^2}{2} + \frac{Mv_p^2}{2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}; \quad v_e = \omega r_e; \quad v_p = \omega r_p; \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} = \frac{mv_e^2}{r_e}; \quad E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 e^4 m M}{8\epsilon_0^2 h^2 (m+M)}$$

- b) Elementele celor două mișcări circulare fiind reprezentate în figura 2, rezultă

$$\mu_e = \pi r_e^2 I_e = \pi r_e^2 \frac{e}{T_e} = \pi r_e^2 \frac{ev_e}{2\pi r_e} = \frac{e\omega}{2} \frac{M^2}{(m+M)^2} r^2;$$

$$\vec{\mu}_e = -\frac{eM}{2m(m+M)} \vec{L}$$

$$\mu_p = \pi r_p^2 I_p = \pi r_p^2 \frac{Zev_p}{2\pi r_p}; \quad \vec{\mu}_p = \frac{ZeM}{2M(m+M)} \vec{L}$$

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_e + \vec{\mu}_p = -\frac{e(M^2 - Zm^2)}{2mM(m+M)} \vec{L}.$$

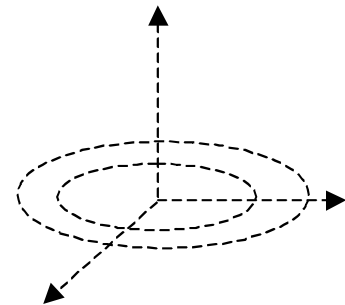


Figura 2

- c) În absența câmpului magnetic exterior și în absența radiațiilor electromagnetice, energiile ionilor hidrogenoizi aflați în starea fundamentală ($n=1$) sunt:

$$E_1 = -\frac{Z^2 e^4 m M}{8\epsilon_0^2 h^2 (m+M)}.$$

În prezența câmpului magnetic exterior și în absența radiațiilor electromagnetice, energiile ionilor sunt:

$$E_{initial} = E_1 + E_{p,mag} = E_1 - \vec{\mu}_1 \vec{B}; \quad E_i = E_1 - \mu_1 B; \quad \mu_1 = \frac{e(M^2 - Zm^2)}{2mM(m+M)} \frac{h}{2\pi},$$

admițând că în starea corespunzătoare căreia energia potențială de interacțiune magnetică este minimă, vectorii $\vec{\mu}_1$ și \vec{B} au orientări identice, ceea ce caracterizează o stare de echilibru stabil.

În general, absorbția unei cuante de energie va duce ionul pe un nivel energetic superior și va schimba valoarea și orientarea vectorului $\vec{\mu}$, astfel încât energia sistemului să fie:

$$E = E_n - \mu_n B \cos \alpha = \frac{1}{n^2} E_1 - \mu_n B \cos \alpha.$$



Ministerul Educației Naționale
Olimpiada Națională de Fizică
 Breaza – 1999

proba teoretică
Barem

XII

Dacă energia fotonului este suficientă, astfel încât să se realizeze $n=k$ și $\alpha=\pi$, avem:

$$E_{final} = \frac{1}{k^2} E_1 + \mu_k B; \mu_k = \frac{e(M^2 - Zm^2)}{2mM(m+M)} k \frac{h}{2\pi}, \text{ ceea ce caracterizează o stare în care vectorii } \vec{\mu}_k \text{ și } \vec{B} \text{ au orientări}$$

opuse.

Rezultă: $h\nu_{max} = E_f - E_i$

$$\nu_{max} = \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \frac{Z^2 e^4 M m}{8 \epsilon_0^2 h^3 (m+M)} + (k+1) \frac{e(M^2 - Zm^2)}{4 \pi m M (m+M)}.$$