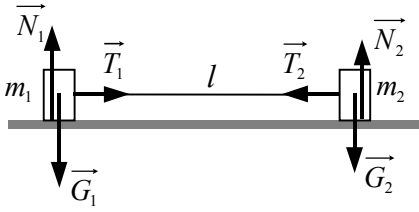
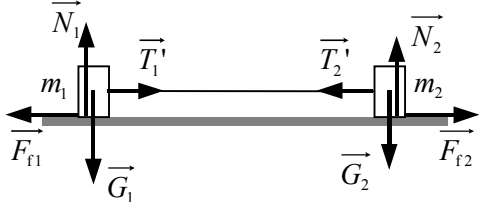
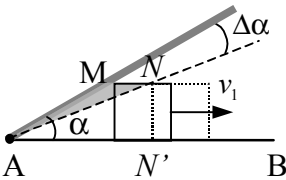
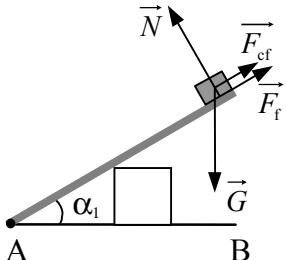
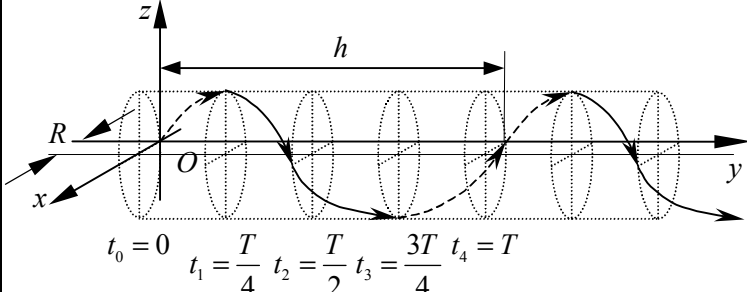
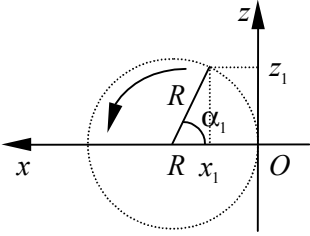


Subiectul 1

a) 3,50	Conform principiului II (Fig. 1a): $\vec{G}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$ $\vec{G}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 = m_2 \vec{a}_2$	 <p>Fig. 1a</p>	1,00
	Sfoara se scurtează cu accelerația relativă a patinatorului (1) față de patinatorul (2): $\vec{a} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$		0,50
	Proiectând pe direcția orizontală, se obține sistemul: $\begin{cases} T = m_1 a_1 \\ T = m_2 a_2 \\ a = a_1 + a_2 \end{cases}$		1,00
	Din rezolvarea sistemului rezultă: $T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} a ; a_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} a ; a_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} a$		1,00
b) 2,00	Distanța parcursă de patinatorul (2) față de patinatorul (1) este $s = \frac{at^2}{2}$. Fie t_1 momentul la care sfoara s-a scurtat cu l/n . Atunci: $s = \frac{l}{n} = \frac{at_1^2}{2} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2l}{na}}$		1,00
	Modulul vitezei relative a patinatorului (2) față de patinatorul (1) este $v_r = at$. La momentul t_1 : $v_{r1} = at_1 = \sqrt{\frac{2la}{n}}$		1,00
c) 3,50	Dacă ambii patinatori se mișcă față de gheață: $\begin{cases} T' - F_{f1} = m_1 a_1 \\ T' - F_{f2} = m_2 a_2 \text{ unde } F_{f1} = \mu_1 m_1 g, F_{f2} = \mu_2 m_2 g \\ a = a_1 + a_2 \end{cases}$	 <p>Fig. 1c</p>	1,00
	În acest caz tensiunea din sfoară este: $T' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (a + \mu_1 g + \mu_2 g)$		0,50
	Caz care se realizează dacă $T' > \mu_2 m_2 g$, de unde se obține condiția: $m_1 (a + \mu_1 g) > \mu_2 m_2 g$		0,50
	Dacă se mișcă doar patinatorul (1) în raport cu gheața: $\begin{cases} T'' - F_{f1} = m_1 a \\ T'' - F_{f2} = 0 \end{cases} \text{ unde } F_{f1} = \mu_1 m_1 g, \text{ iar } F_{f2} \leq \mu_2 m_2 g$		0,75
	Rezultă: $T'' = m_1 (a + \mu_1 g)$		0,50
	Acest caz se realizează dacă $T'' \leq \mu_2 m_2 g$, de unde se obține condiția: $m_1 (a + \mu_1 g) \leq \mu_2 m_2 g$		0,25
Punct din oficiu			1,00
Total Subiect 1			10,00

Subiectul 2		
a) 3,00	<p>Conform Fig. 2a, din triunghiurile AMN și ANN' se obține:</p> $\frac{v_1 \Delta t}{\sin \Delta\alpha } = \frac{AN}{\sin(\pi - \alpha)}, \text{ respectiv } AN = \frac{H}{\sin(\alpha - \Delta\alpha)}$  <p style="text-align: center;">Fig. 2a</p>	1,00
	<p>Rezultă: $\frac{v_1 \Delta t}{\sin \Delta\alpha } = \frac{H}{\sin(\alpha - \Delta\alpha)\sin(\pi - \alpha)}$</p> <p>Considerând $\Delta\alpha$ suficient de mic, se poate considera $\sin \Delta\alpha \approx \Delta\alpha \Rightarrow \frac{v_1 \Delta t}{ \Delta\alpha } \approx \frac{H}{\sin^2 \alpha}$</p>	1,00
	$\omega = \frac{ \Delta\alpha }{\Delta t} \Rightarrow \omega(\alpha) = \frac{v_1}{H} \sin^2 \alpha$	1,00
b) 3,00	<p>La momentul inițial $\sin \alpha_0 = \frac{H}{L} = \frac{1}{2}$</p> <p>Conform ipotezei $\omega[\alpha(t)] = \text{const.} = \omega[\alpha_0(t_0)] \Rightarrow \frac{v}{H} \sin^2 \alpha = \frac{v_0}{H} \sin^2 \alpha_0 \Rightarrow v = \frac{v_0}{4 \sin^2 \alpha}$</p>	1,00
	Din expresia vitezei unghiulare rezultă: $\omega = \frac{v_0}{4H} \Rightarrow \omega = 0,8 \text{ rad/s}$	0,50
	Mișcarea scândurii este circulară uniformă $\Rightarrow \alpha = \alpha_0 + \omega t$	0,50
	Legea vitezei cubului este: $v(t) = \frac{v_0}{4 \sin^2(\omega t + \alpha_0)} \Rightarrow v(t) = \frac{2}{\sin^2(0,8t + 30^\circ)} \text{ (m/s)}$	1,00
c) 3,00	 <p style="text-align: center;">Fig. 2c</p>	0,50
	În sistemul de referință legat de corp, condiția de echilibru este: $\vec{N} + \vec{G} + \vec{F}_f + \vec{F}_{cf} = \vec{0}$	0,50
	$\begin{cases} N = mg \cos \alpha_1 \\ mg \sin \alpha_1 = F_f + F_{cf} \end{cases}$	0,50
	<p>Corpul pornește în momentul în care $F_f = \mu N$. Forța centrifugă este $F_{cf} = m\omega^2 L$.</p> <p>Rezultă: $g \sin \alpha_1 = \mu g \cos \alpha_1 + \omega^2 L$</p>	1,00
	Coeficientul de frecare este: $\mu = \frac{g \sin \alpha_1 - \omega^2 L}{g \cos \alpha_1} = \text{tg} \alpha_1 - \frac{\omega^2 L}{g \cos \alpha_1} \Rightarrow \mu = 0,546$	0,50
Punct din oficiu		1,00
Total Subiect 2		10,00

Subiectul 3		
a) 3,00	$\begin{cases} \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{v} \Rightarrow \text{modulul vitezei rămâne constant} \\ \vec{F} \perp \vec{v} \end{cases}$	1,00
	Proiecția particulei pe planul xOz se mișcă circular uniform pe un cerc cu centrul pe axa Ox , cu o viteză tangențială cu modulul egal cu v_2	1,00
	Proiecția particulei pe axa Oy se mișcă rectiliniu uniform cu o viteză egală cu v_1	1,00

b) 3,00	Principiul II pentru mișcarea circulară uniformă: $F = m \frac{v^2}{r}$	0,50
	Distanța dintre axa cilindrului și axa Oy este egală cu raza proiecției traiectoriei pe planul xOz : $F = m \frac{v_2^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv_2^2}{F}$	0,75
	Intersecția traiectoriei cu axa Oy se produce la intervale de timp egale cu perioada mișcării circulare uniforme cu viteza de modul v_2 : $T = \frac{2\pi R}{v_2} = \frac{2\pi mv_2}{F}$	0,50
	Distanța dintre oricare două puncte succesive în care traiectoria intersectează axa Oy se obține din condiția de mișcare rectilinie uniformă cu viteza v_1 : $h = v_1 T \Rightarrow h = \frac{2\pi mv_1 v_2}{F}$	0,75
	Traectoria particulei intersectează axa Oy în punctele aflate la coordonatele: $y_1 = h, y_2 = 2h, \dots, y_n = nh, \dots$	0,50
c) 3,00	În intervalul de timp t_1 (Fig. 3c): $\alpha_1 = \omega t_1$	0,50
	$\Rightarrow \begin{cases} R - x_1 = R \cos \alpha_1 = R \cos \omega t_1 \\ z_1 = R \sin \alpha_1 = R \sin \omega t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = R(1 - \cos \omega t_1) \\ z_1 = R \sin \omega t_1 \end{cases}$	1,00
	Dar: $\omega = \frac{v_2}{R} = \frac{F}{mv_2}$	0,50
	$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{mv_2^2}{F} \left[1 - \cos \left(\frac{F t_1}{mv_2} \right) \right] \\ z_1 = \frac{mv_2^2}{F} \sin \left(\frac{F t_1}{mv_2} \right) \end{cases}$	0,50
	$y_1 = v_1 t_1$	0,50
 <p style="text-align: center;">Fig. 3a</p>		
 <p style="text-align: center;">Fig. 3c</p>		
Punct din oficiu		1,00
Total Subiect 3		10,00

Notă: Orice rezolvare corectă va fi punctată corespunzător.