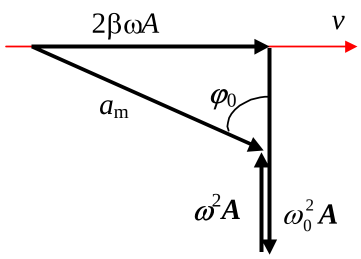
OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE FIZICĂ SIBIU 2000

BAREM DE NOTARE – PROBA TEORETICĂ

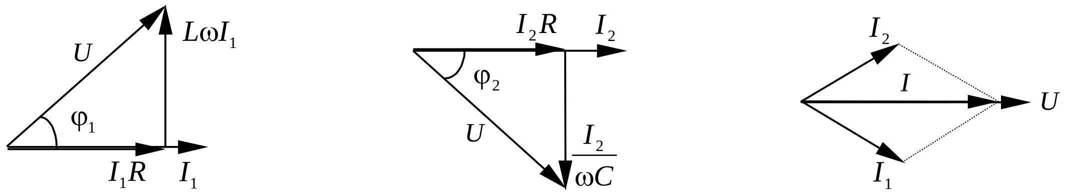
CLASA A XI-A

XI

Subiectul 1

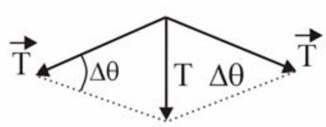
<table>
<tr><td rowspan="5">a)
4,25</td><td colspan="7">$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{electmg} + \vec{F}_{elastic} \Rightarrow ma + Bil + kx = F(t)$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="7">$m\frac{dv}{dt} + \left(Bl\frac{Bl}{R}\right)v + kx = F(t)$ (1)</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td colspan="7">$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}q = u(t)$ (2)</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td>m</td><td>$\frac{B^2l^2}{R}$</td><td>k</td><td>F</td><td>x</td><td>v</td><td>a</td><td rowspan="2">1,50</td></tr>
<tr><td>L</td><td>R</td><td>$1/C$</td><td>u</td><td>q</td><td>i</td><td>$\frac{di}{dt}$</td></tr>
<tr><td rowspan="5">b)
2,75</td><td colspan="7">$m\ddot{x} + \frac{B^2l^2}{R}\dot{x} + kx = F_m \sin\omega t \Rightarrow \ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_m \sin\omega t$ (3)</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td colspan="7">După un timp suficient de lung oscilația proprie se stinge și rămâne numai oscilația forțată</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td colspan="7">Considerăm o soluție de forma:
$x(t) = A\sin(\omega t - \varphi_0)$ (4)</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td colspan="7">înlocuind în ecuația (3) se obține
$-\omega^2 A\sin(\omega t - \varphi_0) + 2\beta\omega A\cos(\omega t - \varphi_0) + \omega_0^2 A\sin(\omega t - \varphi_0) = a_m \sin\omega t$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td colspan="7">Pentru aflarea amplitudinii A se poate realiza diagrama fazorială din figura 1. Astfel:
$A = \frac{a_m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$ (5)

</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>c)
0,50</td><td colspan="7">Puterea mecanică dezvoltată de forța F este:
$p(t) = F \cdot v = \frac{F_m A\omega}{2}(\sin\varphi_0 + \sin(2\omega t - \varphi_0))$
Se observă că puterea momentană variază în timp, având valoarea medie (pe o perioadă)
$P = \frac{F_m A\omega}{2}\sin\varphi_0$ (6)</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td rowspan="2">d)
1,50</td><td colspan="7">Din (5) se observă că valoarea extremă a amplitudinii de oscilație se obține atunci când funcția $f(\omega) = \omega^4 - (2\omega_0^2 - 4\beta^2)\omega^2 + \omega_0^4$ își atinge valoarea extremă. Aceasta se realizează pentru $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ (7) și are valoarea $A = \frac{a_m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$ (8)</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td colspan="7">$v_m = \frac{a_m}{\sqrt{\left(\omega - \frac{\omega_0^2}{\omega}\right)^2 + 4\beta^2}}$ se obține pentru $\omega = \omega_0$ și este $v_{m,\max} = \frac{a_m}{2\beta}$.</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td colspan="8">Punct din oficiu</td><td>1,00</td></tr>
<tr><td colspan="8">Total Subiect 1</td><td>10,00</td></tr>
</table>

Subiectul 2

	Varianta I Se utilizează diagramele fazoriale pentru fiecare ramura şi pentru întreg circuitul:  	**0,75**
	$\mathrm{tg}\varphi_1 = L\omega / R$, $\mathrm{tg}\varphi_2 = 1/\omega RC$	**0,25**
	Din condiția $LC\omega^2 = 1 \;\;\Rightarrow\;\; \varphi_1 = \varphi_2$	**0,50**
	iar $I_1 = I_2$	**0,25**
	Curentul I este în fază cu tensiunea, $\varphi = 0$ şi $I = 2I_1 \cos\varphi_1$	**0,25**
	$I_\mathrm{m} = \dfrac{2RU_\mathrm{m}}{R^2 + L^2\omega^2}$ reprezintă intensitatea maximă a curentului principal	**0,25**
	$i(t) = I_{\max} \cos\omega t$, rezultă: $i = \dfrac{2RC^2\omega^2}{1 + R^2C^2\omega^2} U_m \cos\omega t$ $(\varphi = 0)$	**0,25**
	Varianta II Impedanțele complexe ale ramurilor: $\tilde{Z}_1 = R + j\omega L$ şi $\tilde{Z}_2 = R - j\dfrac{1}{\omega C}$	**0,50**
	Impedanța totală se obține din: $\dfrac{1}{\tilde{Z}} = \dfrac{1}{\tilde{Z}_1} + \dfrac{1}{\tilde{Z}_2} \;\;\Rightarrow\;\; \dfrac{1}{\tilde{Z}} = \dfrac{RC\omega - j + RC\omega + jLC\omega^2}{R^2C\omega + jRLC\omega^2 - jR + L\omega}$	**0,50**
A. a) **2,50**	Din condiția $LC\omega^2 = 1$ rezultă: $\tilde{Z} = \dfrac{1 + R^2C^2\omega^2}{2RC^2\omega^2}$, adică circuitul este la rezonanță (partea imaginară nula)	**0,50**
	$\tilde{i} = \dfrac{1}{\tilde{Z}}\tilde{u} = \dfrac{2RC^2\omega^2}{1 + R^2C^2\omega^2}\tilde{u}$, rezultă: $i = \dfrac{2RC^2\omega^2}{1 + R^2C^2\omega^2} U_m \cos\omega t$ $(\varphi = 0)$	**1,00**
	Varianta III Se exprimă puterile activă şi reactivă din circuit: $P_r = \dfrac{U^2 \sin\varphi}{Z} = \dfrac{X_L U^2}{R^2 + X_L^2} - \dfrac{X_C U^2}{R^2 + X_C^2}$	**0,50**
	$P = \dfrac{U^2 \cos\varphi}{Z} = \dfrac{RU^2}{R^2 + X_L^2} - \dfrac{RU^2}{R^2 + X_C^2}$	**0,50**
	Utilizând condiția problemei $X_L = X_C = L/C$, relațiile devin: $\dfrac{\sin\varphi}{Z} = 0$	**0,25**
	$\dfrac{\cos\varphi}{Z} = \dfrac{2R}{R^2 + X_L^2}$	**0,25**
	Rezultă $\varphi = 0$, curentul este în fază cu tensiunea	**0,25**
	Impedanța circuitului este $Z = \dfrac{R^2 + L/C}{2R}$	**0,25**
	Amplitudinea curentului principal este: $I_\mathrm{m} = \dfrac{2RU_\mathrm{m}}{R^2 + L^2\omega^2}$	**0,25**
	$i(t) = I_{\max} \cos\omega t$, rezultă: $i = \dfrac{2RC^2\omega^2}{1 + R^2C^2\omega^2} U_m \cos\omega t$ $(\varphi = 0)$	**0,25**
A. b) **1,50**	$\dfrac{dI_m}{dR} = 0 \Rightarrow R = \dfrac{1}{C\omega} = \sqrt{\dfrac{L}{C}}$ dacă se ține cont de $LC\omega^2 = 1$	**1,00**

	$\Rightarrow I_{\text{m,max}} = 1\,\text{A}$, deci $\Rightarrow I_{\text{ef,max}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707\,\text{A}$	**0,50**
B. a) **1,50**	Amortizarea oscilațiilor în prima situație se datorează disipării de energie prin efect Joule în rezistența *r* a bobinei	**0,50**
	În a doua situație (*R* de ordinul zecilor de $\text{k}\Omega$) energia disipată prin efect Joule face ca amplitudinea curentului să scadă, fără modificarea semnificativă a perioadei $T \approx 2\pi\sqrt{\dfrac{LC}{2}}$	**0,50**
	În a treia situație (*R* de ordinul zecimilor de Ω), rezistorul *R* scurtcircuitează condensatorul şi perioada se modifică $T' \approx 2\pi\sqrt{LC}$	**0,50**
B. b) **1,00**	Dacă $\Delta I = 0{,}01 I_0 \;\Rightarrow\; \Delta W = \dfrac{L}{2}\Delta\left(I^2\right) = LI\Delta I = 0{,}02 W_0$ (sau soluție geometrică)	**0,50**
	Când amplitudinea intensității curentului scade cu 1% energia scade cu 2%	**0,50**
B. c) **2,50**	La montarea lui *R* (de valoare mare) scăderea amplitudinii este de cinci ori mai rapidă Rezultă că puterea disipată numai pe *R* este de patru ori mai mare decât cea disipată pe *r*	**0,25**
	Fie U_0 amplitudinea inițială a tensiunii între bornele *A* şi *B*. Deoarece amortizarea este slabă, tensiunea efectivă pe durata celor două perioade poate fi considerată constantă la bornele fiecărui condensator. Rezultă: $\dfrac{\left(\dfrac{U_0}{2\sqrt{2}}\right)^2}{R} = 4r\left(\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 \Rightarrow \dfrac{U_0^2}{8R} = 4r\dfrac{I_0^2}{2}$ (1)	**0,25**
	La momentul inițial: $\dfrac{LI_0^2}{2} = \dfrac{CU_0^2}{4} \Rightarrow U_0^2 = \dfrac{2LI_0^2}{C}$ (2)	**0,25**
	Din (1) şi (2) se obține $\dfrac{L}{C} = 8Rr$ (3)	**0,25**
	Disiparea energiei pe rezistența *r* a bobinei $r\left(\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 10T = 0{,}02\dfrac{LI_0^2}{2} \Rightarrow 10rT = 0{,}02L$ (4)	**0,25**
	iar din (4) $\dfrac{L}{C} = \dfrac{200\pi^2 r^2}{10^{-4}}$ (5)	**0,25**
	Se obține $R \approx 62{,}5\,\text{k}\Omega$	**0,25**
	În al doilea caz pierderea de energie $\Delta W = (r+R)\left(\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 2\sqrt{2}T$	**0,25p**
	este egală cu pierderea de energie pe *r* în primul caz: $\Delta W = r\left(\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 10T$	**0,25p**
	Se obține $R \approx 0{,}255\,\text{k}\Omega$	**0,25p**
Punct din oficiu		**1,00**
Total Subiect 2		**10,00**

Subiectul 3

a) **3,00**	Dacă se notează R raza cercului care local aproximează pulsul, lungimea segmentului *Δl* este dată de $\Delta l = R\Delta\theta$ unde $\Delta\theta$ este unghiul razelor prin capetele segmentului elementar. Instantaneu, segmentul *Δl* se află în mişcare circulară. Masa segmentului este $\mu\Delta l$ iar accelerația sa este $\dfrac{v^2}{R}$	**1,00**
	Forțele care acționează la capetele segmentului sunt forțele de tensiune *T* a căror rezultantă este $T\Delta\theta$ 	**1,00**
	Ecuația de mişcare este $\mu\Delta l\dfrac{v^2}{R} = T\Delta\theta$ şi cum $R\Delta\theta = \Delta l$, rezultă $\mu v^2 = T$	**1,00**

b) **2,5p**	ω este viteza unghiulara a picăturii de apă în mişcarea sa circulară: $k=\frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = vk$	**1,00**
	Variația în timp a masei de lichid într-un volum dat se produce datorită intrărilor (sau ieşirilor) de lichid pe direcțiile x şi y. Cum lichidul este incompresibil, densitatea sa este constantă şi nu există variație temporală a masei într-un volum dat; ca o consecință, suma algebrică a cantităților de lichid care străbat suprafața cubului elementar față de un sens de referință precizat (de la interior spre exterior sau invers) trebuie să fie nulă, adică $\frac{\Delta u_x}{\Delta x}+\frac{\Delta u_y}{\Delta y}=0$	**0,50**
	Ținând cont de expresiile deplasărilor pe cele două direcții de interes rezultă: $\frac{\Delta u_x}{\Delta x}=-A\cdot k\sin(\omega t-kx)f(y)$ şi respectiv $\frac{\Delta u_y}{\Delta y}=A\cdot\sin(\omega t-kx)f'(y)$	**0,50**
	În consecință, $f'(y)=f(y)\cdot k$ şi deci $f(y)=\exp(ky)$	**0,50**
c) **1,50**	Forța care acționează pe direcția Ox asupra volumului $L\Delta x\Delta y$ este: $F_x=-(\Delta p)\cdot(\Delta S)$ unde $\Delta S=L\Delta y$, iar $\Delta p=\rho g\Delta u_y=\rho g\frac{\Delta u_y}{\Delta x}\Delta x=\rho gku_x\Delta x$ Ținând cont că $\Delta m=\rho L\Delta x\cdot\Delta y$ rezultă $F_x=-k\Delta m\cdot g\cdot u_x=-\aleph\cdot u_x=-\Delta m\cdot\omega^2\cdot u_x$ unde $\aleph$ este o constantă de elasticitate echivalentă.	**1,00**
	$\omega=\sqrt{kg}$ şi cum $v=\frac{\omega}{k}$ rezultă $v=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$	**0,50**
d) **2,00**	Expresia vitezei se poate rescrie în forma: $v=\sqrt[4]{\frac{g\sigma}{\rho}}\sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho g}{\sigma}}+\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}}$. Notând $t=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$ şi ținând cont că $t+\frac{1}{t}\geq 2$ (valoarea minimă, 2, se realizează pentru $t=1$) rezultă că minimul vitezei este dat de $v_{\text{minim}}=\sqrt{2\sqrt{\frac{\sigma g}{\rho}}}$; lungimea de undă corespunzătoare este $\lambda=2\pi\sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}$	**1,00**
	Sau O expresie de tipul $v^2=a\lambda+\frac{b}{\lambda}$ poate fi rescrisă sub forma: $v^2=\left(\sqrt{a\lambda}-\sqrt{\frac{b}{\lambda}}\right)^2+2\sqrt{ab}$ din care rezultă $v^2\geq 2\sqrt{ab}$ (acelaşi rezultat ca la varianta anterioară)	**1,00**
	Valorile numerice ale mărimilor cerute sunt: $v_{\text{minim}}=0{,}23\,\text{m/s}$ şi $\lambda=1{,}6\,\text{cm}$.	**1,00**
Punct din oficiu		**1,00**
Total Subiect 3		**10,00**

Notă: *Orice rezolvare corectă va fi punctată corespunzător.*