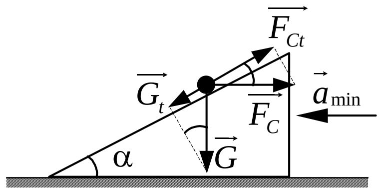
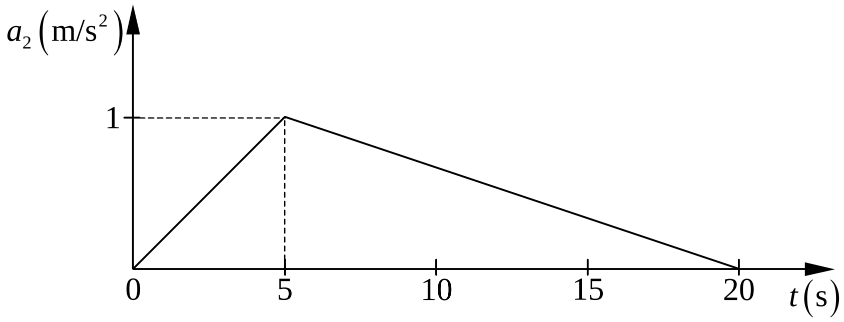
Barem de corectare – proba teoretică
Clasa a IX-a

Problema 1

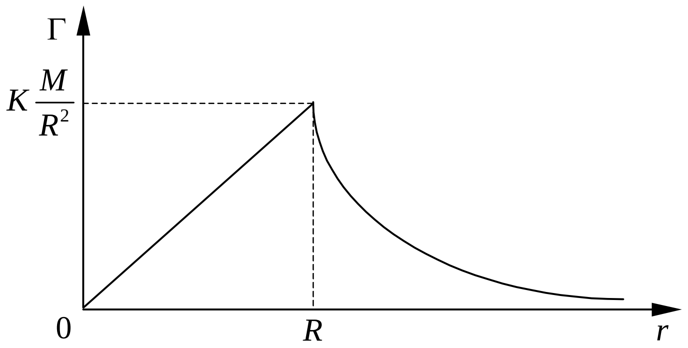
a.		1,00
	Pentru viteză constantă corpul rămâne la baza planului	1,00
	Pentru mişcare accelerată $ma_{min}\cos\alpha \ge mg\sin\alpha$	1,00
	$a_{min} \ge g\mathrm{tg}\alpha$	1,00
	Total 1a:	**4,00**
b.	Pentru o viteză de n ori mai mare decât viteza minimă corpul rămâne la baza planului.	1,00
	Pentru o accelerație $a = na_{min}$, accelerația corpului în raport cu planul este: $a_1 = na_{min}\cos\alpha - g\sin\alpha \Rightarrow a_1 = (n-1)g\sin\alpha$	1,00
	Viteza corpului în vârful planului, în raport cu acesta, este: $v_1 = \sqrt{2(n-1)gl\sin\alpha}$	0,50
	Timpul după care corpul ajunge în vârful planului este: $t = \sqrt{\dfrac{2l}{(n-1)g\sin\alpha}}$	0,50
	Viteza planului în raport cu Pământul în acest moment este: $v_2 = ng\cdot tg\alpha\cdot\sqrt{\dfrac{2l}{(n-1)g\sin\alpha}}$	0,50
	Viteza corpului în raport cu Pământul în momentul părăsirii planului este: $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\alpha}$	0,50
	Total 1b:	**4,00**
c.	$H_{max} = l\sin\alpha + \dfrac{v_1^2\sin^2\alpha}{2g}$	1,00
	$H_{max} = l\sin\alpha(\cos^2\alpha + n\sin^2\alpha)$	1,00
	Total 1c:	**2,00**
	Total problema 1:	**10,00**

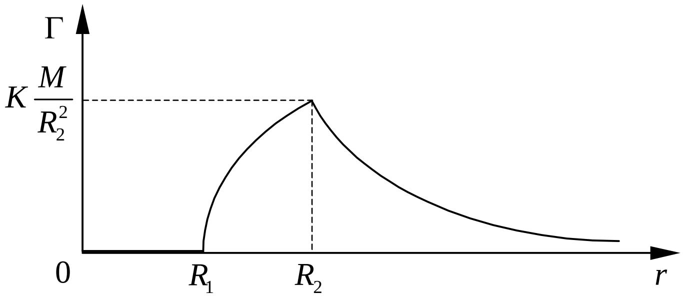
Problema 2

	Desen corect	1,00
	Fie t_1 momentul în care apare alunecarea relativă corp-scândură. Pentru $t < t_1$: • Corpul şi scândura se mişcă cu aceeaşi accelerație $a_1 = a_2 = a$ • Frecarea între corp şi scândură este *statică* şi $F_f < \mu N$	0,25
	La momentul t_1: • Corpul şi scândura se mişcă cu aceeaşi accelerație $a_1 = a_2 = a_0$ • Frecarea între corp şi scândură este *statică maximă* şi $F_f \cong \mu N$	0,25
	Fie t_2 momentul în care corpul se desprinde de scândură. Pentru $t_1 < t < t_2$: • Corpul şi scândura se mişcă cu accelerații diferite $a_1 \neq a_2$ • Frecarea între corp şi scândură este *cinetică* şi $F_f = \mu N$	0,25
	Pentru $t < t_1$: $\begin{cases} F\cos\alpha - F_f = ma \\ F_f = Ma \end{cases} \Rightarrow a = \dfrac{F\cos\alpha}{m+M} = \dfrac{b\cos\alpha}{m+M}t$	0,50
	Pentru $t = t_1$: $\begin{cases} F_1\cos\alpha - \mu N = ma_0 \\ N + F_1\sin\alpha - mg = 0 \\ \mu N = Ma_0 \end{cases} \Rightarrow a_0 = \dfrac{F_1\cos\alpha}{m+M} = \dfrac{bt_1\cos\alpha}{m+M}$	0,50
a.	în care: $t_1 = \dfrac{(m+M)\mu mg}{b\left[M\cos\alpha + \mu(m+M)\sin\alpha\right]}$	0,50
	Numeric: $t_1 = 5\ \text{s}$; $a_0 = 1\ \text{m/s}^2$	0,50
	Pentru $t_1 < t < t_2$: $\begin{cases} F\cos\alpha - \mu N = ma_1 \\ N + F\sin\alpha - mg = 0 \\ \mu N = Ma_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \dfrac{b(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{m}t - \mu g \\ a_2 = -\dfrac{\mu b\sin\alpha}{M}t + \dfrac{\mu mg}{M} \end{cases}$	1,50
	Momentul desprinderii se determină din condiția $N = 0$. Rezultă: $N = mg - F_2\sin\alpha = 0 \Rightarrow t_2 = \dfrac{mg}{b\sin\alpha}$	0,50
	Numeric: $t_2 = 20\ \text{s}$	0,25
	Accelerațiile corpurilor sunt funcții de timp pe intervale: $a_1(t) = \begin{cases} \dfrac{b\cos\alpha}{m+M}\text{t} & \text{pentru } t\in[0,5)\ \text{s} \\ \dfrac{b(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)}{m}t - \mu g & \text{pentru } t\in[5,20)\ \text{s} \end{cases}$ $a_2(t) = \begin{cases} \dfrac{bt\cos\alpha}{m+M} & \text{pentru } t\in[0,5)\ \text{s} \\ -\dfrac{\mu b\sin\alpha}{M}t + \dfrac{\mu mg}{M} & \text{pentru } t\in[5,20)\ \text{s} \end{cases}$	
	Total 2a:	**5,00**

b.	Reprezentând grafic $a_2(t)$ se obține: 	3,00
Total 2b:		**3,00**
c.	Din punct de vedere geometric, viteza este dată de *aria* de sub graficul accelerației în funcție de timp.	0,50
	Pentru $0 \le t \le t_1$: $\text{v}_2(t) = \frac{1}{2}\frac{bt^2\cos\alpha}{m+M}$	0,25
	Pentru $t = t_1 = 5\ \text{s}$ se obține: $\text{v}_2(t_1) = 2{,}5\ \text{m/s}$	0,25
	Pentru $t_1 < t < t_2$: $\text{v}_2(t) = \text{v}_2(t_1) - \frac{\mu mg}{M}t_1 + \frac{\mu b\sin\alpha}{2M}t_1^2 + \frac{\mu mg}{M}t - \frac{\mu b\sin\alpha}{2M}t^2$	0,50
	La momentul $t = t_2 = 20\ \text{s}$ *accelerația scândurii se anulează*. Din acest moment *scândura se mişcă rectiliniu uniform*. Rezultă $\text{v}_{max} = \text{v}_2(t_2)$: $\text{v}_2(t_2) = 10\ \text{m/s}$	0,50
Total 2c:		**2,00**
Total problema 2:		**10,00**

Problema 3

	Masa sferei de rază R este: $M = \frac{4\pi R^3}{3}\rho$	0,50
	Masa sferei de rază r este: $m = \frac{4\pi r^3}{3}\rho$	0,50
	Intensitatea câmpului gravitațional creat de m este: $\Gamma = K\frac{m}{r^2} = K\frac{4\pi r}{3}\rho$	0,50
	Înlocuind $\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}$ se obține: $\Gamma = K\frac{M}{R^3}r$ dacă $r < R$	0,50
	Pentru $r = R$: $\Gamma = K\frac{M}{R^2}$	0,50
	Pentru $r > R$: $\Gamma = K\frac{M}{r^2}$	0,50
A.	Reprezentând grafic: $\Gamma(r) = \begin{cases} K\frac{M}{R^3}r & \text{pentru } r \in [0, R) \\ K\frac{M}{r^2} & \text{pentru } r \in [R, \infty) \end{cases}$ se obține:  	1,50
	Total 3A:	**4,50**
B.	Masa stratului sferic este: $M = \frac{4\pi\left(R_2^3 - R_1^3\right)}{3}\rho$	0,50
	Pentru $r < R_1$, sfera de rază r nu include substanță. Rezultă: $\Gamma = 0$	1,00
	Pentru $R_1 < r < R_2$, masa care creează câmp gravitațional este: $m = \frac{4\pi\left(r^3 - R_1^3\right)}{3}\rho = M\frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3}$	0,50
	Rezultă: $\Gamma = K\frac{m}{r^2} = K\frac{M}{R_2^3 - R_1^3}\left(r - \frac{R_1^3}{r^2}\right)$	1,00
	Pentru $r = R_2$: $\Gamma = K\frac{M}{R_2^2}$	0,50
	Pentru $r > R_2$: $\Gamma = K\frac{M}{r^2}$	0,50

	Reprezentând grafic: $$\Gamma(r)=\begin{cases}0 \text{ pentru } r\in[0,R_1)\\ K\dfrac{M}{R_2^3-R_1^3}\left(r-\dfrac{R_1^3}{r^2}\right) \text{ pentru } r\in[R_1,R_2)\\ K\dfrac{M}{r^2} \text{ pentru } r\in[R_2,\infty)\end{cases}$$ se obține:  	1,50
	Total 3B:	**5,50**
	Total problema 3:	**10,00**