

Barem de corectare – proba teoretică

Clasa a XI-a

Problema 1

1.	<p>Forța centrifugă care acționează asupra punctului material are expresia $F_{cf} = m\Omega^2 l$ astfel încât echilibrul forțelor de-a lungul firului cere ca:</p> $T = mg \cos \theta + m\Omega^2 l \quad (1)$ <p>Pe direcția perpendiculară pe fir, mișcarea este accelerată cu accelerația a și introducând accelerația unghiulară $\varepsilon = \frac{\Delta\Omega}{\Delta t}$ se poate scrie că:</p> $-mg \sin \theta \cong -mg \theta = ma = m l \varepsilon \quad ; \quad \varepsilon + \frac{g}{l} \theta = 0 \quad (2)$	0,50
2.	<p>Ecuția, analogă aceleia a oscilatorului armonic, $a + \frac{m}{k} x = 0$, are soluția</p> $\theta = A \sin \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t + \varphi \right) \quad (3);$	0,50
3.	<p>corespunzător, viteza unghiulară în oscilație este</p> $\Omega = A \sqrt{\frac{g}{l}} \cos \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t + \varphi \right) \quad (4).$	0,50
4.	<p>Amplitudinea A și faza φ se determină din condițiile inițiale $\theta(0) = \theta_0$; $\Omega(0) = 0$, astfel că $A = \theta_0$ și $\varphi = \frac{\pi}{2}$ astfel încât</p> $\theta = \theta_0 \cos \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right) \quad (5)$	0,50
5.	$\Omega = \theta_0 \sqrt{\frac{g}{l}} \sin \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right) \quad (6)$	0,50
6.	<p>Cum $\cos \theta = 1 - \frac{1}{2} \theta^2$ (7), din relațiile (1) și (2) rezultă:</p> $T = mg \left(1 - \frac{\theta^2}{2} \right) + \theta_0^2 \sin \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right)$	0,50
7.	$T = mg \left(1 + \frac{\theta_0^2}{4} - \frac{3}{4} \theta_0^2 \cos \left(2 \sqrt{\frac{g}{l}} t \right) \right) \quad (8)$	1,00
8.	<p>Forța cu care mecanismul acționează asupra suportului pendulului egalează tensiunea din fir; suportul se mișcă cu viteza:</p> $v = -2b \sqrt{\frac{g}{l}} \cos \left(2 \sqrt{\frac{g}{l}} t \right) \quad (9)$	0,75
9.	<p>La un moment dat puterea dată de mecanism este dată de :</p> $P = T \cdot v \quad (10)$	0,75

10.	Întrucât media funcției cosinus pe o perioadă este nulă, rezultă că media funcției $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}$ va fi $\frac{1}{2}$.	0,75
11.	Puterea medie – pe o perioadă – va fi – ținând cont de relațiile(8),(9) $P_{medie} = \frac{3}{4}mg\theta_0^2b\sqrt{\frac{g}{l}}$ (11)	1
12.	Energia inițială - pur potențială – a pendulului este: $E = mgl(1 - \cos(\theta_0)) \cong mgl\frac{\theta_0^2}{2}$ (12)	1
13.	$P_{medie} = \frac{\frac{mgl\theta_0^2}{2}}{\tau}$	0.75
14.	Timpul în care, lucrând cu puterea medie , mecanismul transferă o energie egală cu cea inițială este: $\tau = \frac{2l}{3b}\sqrt{\frac{l}{g}}$ (13)	1
15.	Cum puterea medie reprezintă viteza medie a transferului de energie, $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E}{\tau}$ (14) rezultă că energia crește exponențial întrucât: $\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta t}{\tau}$; $E = E_0 e^{\frac{t}{\tau}}$ (15)	
Total problema 1:		10,00

Problema 2

1.	<p>Cu lungimea modificată, inductanța bobinei se scrie:</p> $L' = \frac{\mu_0 N^2 S}{l(1-f)} = \frac{L}{1-f} \quad (1)$ <p>Unde L este inductanța inițială a bobinei.</p>	1,00
2.	<p>Cu distanța modificată, capacitatea condensatorului este :</p> $C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d'} = \frac{d}{d'} C \quad (2)$ <p>Unde C este capacitatea inițială a condensatorului.</p>	1,00
3.	<p>Din constanța factorului de calitate $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$:</p>	1,00
4.	<p>rezultă:</p> $\frac{L'}{C'} = \frac{L}{C} ; \quad (3)$	1,00
5.	$\frac{d'}{d} = 1-f \quad (3')$	1,00
6.	<p>Cum frecvența sursei este $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, reactanța bobinei cu lungimea modificată se scrie:</p> $X_L' = \frac{L}{1-f} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{1-f} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{RQ}{1-f} \quad (4)$	1,25
7.	<p>Analog, reactanța condensatorului se scrie:</p> $X_C' = \frac{1}{C'} \sqrt{LC} = (1-f) \sqrt{\frac{L}{C}} = (1-f) RQ \quad (5)$	1,25
8.	<p>Inițial, puterea activă avea expresia:</p> $P = \frac{U^2}{R} \quad (6)$	0,50
9.	<p>După modificările geometriilor bobinei și condensatorului puterea activă devine – ținând cont de relațiile (4) și (5):</p> $P' = \frac{U^2 R}{R^2 + (X_L' - X_C')^2} = \frac{U^2 R}{R^2 + R^2 Q^2 \left(\frac{1}{1-f} - (1-f) \right)^2} = \frac{P}{1 + \left(\frac{1}{1-f} - (1-f) \right)^2} \quad (7)$	1,00
10.	<p>Raportul cerut, al puterilor active în situațiile descrise este deci:</p> $\frac{P'}{P} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1-f} - (1-f) \right)^2} = \frac{(1-f)^2}{1 + (2f - f^2)^2} \quad (8)$	1,00
Total problema 2:		10,00

Problema 3

1.	În unda sonoră produsă de tenor, presiunea va fi: $p = p_0 \cdot 10^{\frac{1}{20}} N / m^2 = 2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5 = 2 N / m^2 \quad (1)$	2,00
2.	Forța pe care această presiune o determină pe suprafața paharului este de : $F = p \cdot S = 2 N / m^2 \cdot 100 cm^2 = 2 \cdot 10^{-2} N \quad (2)$	1,50
3.	Cum constanta de timp a sticlei paharului este de 8 secunde, rezultă că puterea preluată de pahar de la undă este: $P = \frac{F^2 \cdot \tau}{2m} = \frac{(2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 8}{2 \cdot 40 \cdot 10^{-3}} W = 0,04 W \quad (3)$	2,00
4.	Energia stocată în sticla paharului va fi: $W_{sonor} = P \cdot \tau = 0,04 \cdot 8 = 0,32 J \quad (4)$	2,00
5.	În urma căderii paharului pe Pământ, energia sa potențială este transferată prin crearea de tensiuni mecanice care conduc la spargerea lui. Energia de tensionare mecanică necesară spargerii este: $W_{tensiune\ mecanic} = mgh = 0,04 \cdot 10 \cdot 0,5 = 0,2 J \quad (5)$	1,50
6.	Întrucât : $W_{sonor} > W_{tensiune\ mecanic}$ paharul se sparge. (6)	1,00
Total problema 3:		10,00