Ministerul Educației şi Cercetării

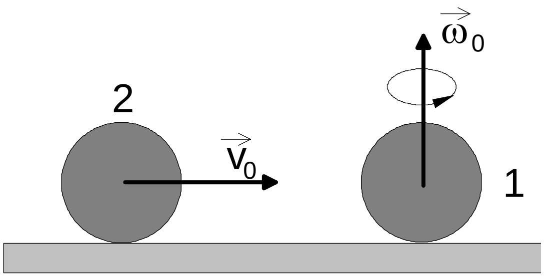
Olimpiada Națională de Fizică

Mecanica

Baraj

Vineri, 22 martie 2002

A. O bilă sferică masivă (1), omogenă şi netedă, având raza R, aflată pe un suport orizontal rigid, se roteşte în jurul diametrului său vertical cu viteza unghiulară $\vec{\omega}_0$, fără să alunece. O a doua bilă (2), identică cu prima, se apropie de aceasta cu viteza $\vec{v}_0$, prin translație fără rostogolire, pe direcția centrelor, ca in figură, realizând o ciocnire perfect elastică.



a) Să se determine unghiul α dintre axa instantanee de rotație a bilei 1 şi direcția verticală a centrului acesteia, după timpul t de la ciocnirea bilelor, când alunecarea bilei 1 nu a încetat. Coeficientul de frecare prin alunecare al acestei bile pe suportul orizontal este μ şi el nu depinde de viteză.

b) Să se determine înclinația maximă, fată de verticală, a axei instantanee de rotație a bilei 1.

B. Un disc circular subțire, cu raza r, masiv şi omogen (o monedă), rotindu-se în jurul propriei axe cu viteza unghiulară ω, se rostogoleşte fără alunecare, sprijinindu-se pe un suport plan orizontal rigid. Planul discului este înclinat permanent cu un unghi constant α față de planul suport şi descrie pe acest plan un cerc cu raza mult mai mare decât r.

Să se determine raza cercului descris de disc pe suportul orizontal precum si durata parcurgerii acestui cerc de către disc. Se cunoaşte accelerația gravitațională, g.

Conf. Univ. Dr. MIHAIL SANDU
FACULTATEA DE STIINTE
UNIVERSITATEA « LUCIAN BLAGA » - SIBIU

BAREM DE CORECTARE ŞI NOTARE

A După ciocnirea perfect elastică centrul de masă al bilei 1 dobândeşte viteza v_0, iar bila 2 rămâne în repaus.

După timpul t de la ciocnire viteza centrului de masă al bilei 1 este

$$v = v_0 - \mu g t$$

iar viteza unghiulară instantanee a sa va fi ω. Momentul forței de frecare prin alunecare, în raport cu centrul bilei 1 este

$$\vec{M}_f = \mu m g R \vec{i}$$

unde R este raza sferei iar $\vec{i}$ este versorul perpendicular pe planul desenului (intrând în acest plan).

Din teorema variației momentului cinetic, rezultă

$$I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \mu m g R\vec{i}\ ; \quad I = \frac{2}{5}mR^2$$

$$\frac{2}{5}R\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \mu g\vec{i}$$

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \frac{5\mu g t}{2R}\vec{i}$$

ceea ce înseamnă că axa instantanee de rotație la momentul t (direcția vectorului $\vec{\omega}$) se află în planul vectorilor $\vec{\omega}_0$ şi $\vec{i}$ (un plan perpendicular pe planul desenului)

$$tg\alpha = \frac{5\mu g t}{2R\omega_0}$$

Viteza de translație a bilei 1 nu depinde decât de componenta orizontală a lui $\vec{\omega}$. Ca urmare, momentul când mişcarea bilei 1 devine o rostogolire pură se determină din condiția

$$\frac{5}{2}\mu g t = v_0 - \mu g t$$

$$t = \frac{2}{7}\frac{v_0}{\mu g}$$

astfel încât, din acest moment, înclinația axei instantanee rămâne constantă

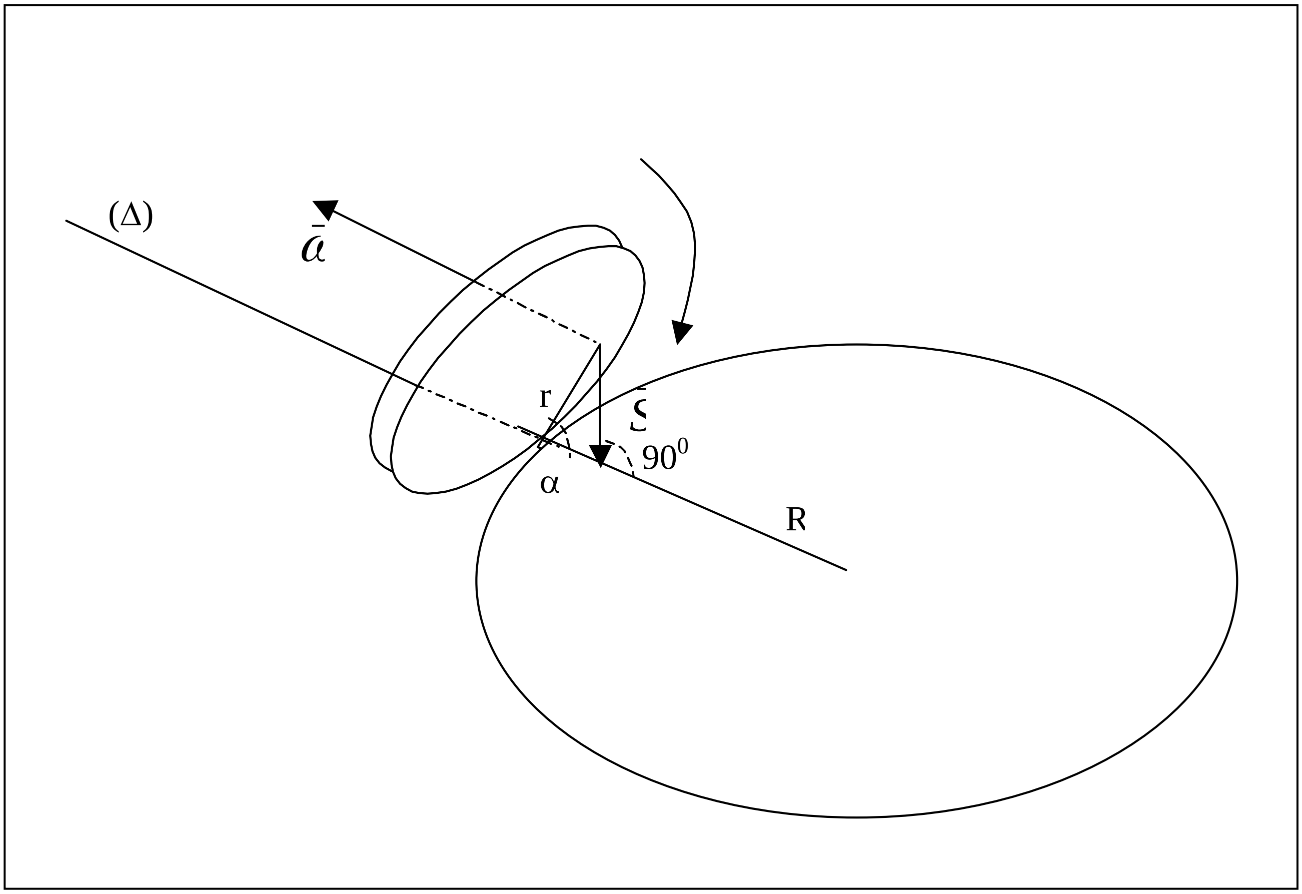
$$tg\alpha_{\max} = \frac{5}{7}\frac{v_0}{R\omega_0}$$

În particular, dacă $v_0 = R\omega_0$, atunci $tg\alpha_{\max} = \frac{5}{7}$; $\alpha_{\max} = 35^0 32'$.

B Utilizând teorema variației momentului cinetic şi figura, rezultă

$$\dot{\vec{J}}_{rot} = \vec{\Omega}\times\vec{J}_{rot} = \vec{M}$$

$$\sin\alpha\,\Omega J_{rot} = mgr\sin(90-\alpha)$$



$$J_{rot} = I_{\Delta}\omega = (I_0 + mr^2)\omega;$$

$$I_0 = \frac{1}{2}mr^2;$$

$$\frac{3}{2}\Omega\omega\, r \sin\alpha = \mathrm{g}\cos\alpha;$$

$$\mathrm{T} = \frac{3\pi\omega\,\mathrm{r}}{\mathrm{g}}\,\mathrm{tg}\,\alpha;$$

$$\omega\,\mathrm{r} = \Omega\,\mathrm{R};$$

$$\mathrm{R} = \frac{3}{2}\frac{\omega^2 r^2}{g}\,\mathrm{tg}\alpha\,.$$

Ministerul Educaţiei şi Cercetării
Olimpiada Naţională de Fizică
Târgovişte – 2002

Fizica moleculara si caldura

Baraj

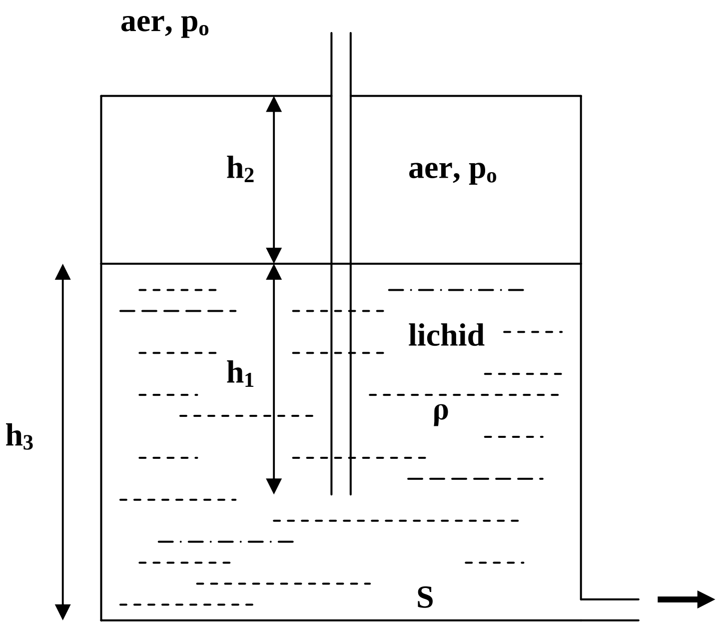
Vineri, 22 martie, 2002

1. O piesă din metal, izolată termic, este încălzită la presiune atmosferică de un curent electric astfel încât energia primită pe secundă este P. Acest fapt conduce la creşterea temperaturii absolute a metalului, în timp, conform formulei:

$$T(t) = T_o[1 + a(t - t_o)]^{1/4}$$

unde a, t_o şi T_o sunt constante iar t este timpul. Determinați dependența de temperatura T a capacității calorice a metalului, în domeniul de temperatură în care se desfăşoară experimentul. *(3 puncte)*

2. Un sistem se află în starea inițială reprezentată în figură. Reprezentați grafic variația presiunii aerului din vas în funcție de masa lichidului scurs. Exprimați masele de lichid scurs din vas pentru care se modifică alura graficului în funcție de mărimile indicate pe figură. Toate mărimile din figură se consider\ cunoscute iar temperatura sistemului rămâne constantă. Aria secțiunii tubului care comunică cu aerul atmosferic este neglijabilă în raport cu aria bazei vasului, S. (*7 puncte*)



Romulus Pop

Ministerul Educației şi Cercetării

Rezolvare Căldură şi fizică moleculară

1. Conform definiției capacității calorice:

$$C_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{Pdt}{dT} = \frac{P}{dT/dt} \quad \text{…..……..………..…………1 p}$$

Ținând seama de dependența temperaturii de timp, dată în enunț:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_0}{4} a[1 + a(t - t_0)]^{-3/4} = T_0 \frac{a}{4}\left(\frac{T_0}{T}\right)^3 \text{ ……..……………..1,5 p}$$

Se ob\ine:

$$C_p = \frac{P}{dT/dt} = \frac{4P}{aT_0^4} T^3 \text{ …………………………0,5 p}$$

2. Înainte ca lichidul din tub să coboare pe distanța h_1, masa constantă de aer închisă în vas suferă o transformare izotermă:

$$p_o h_2 S = p(h_2 + x)S$$

unde x este distanța cu care a coborât nivelul lichidului din vas iar masa de lichid care a curs din vas este:

$$m = Sx\rho$$

Rezultă:

$$p = \frac{p_o}{1 + \frac{m}{S\rho h_2}}$$

Când nivelul lichidului din tub a coborât pe distanța h_1 şi din vas s-a scurs o masă m_1 de lichid, prin tub începe să pătrundă aer atmosferic în vas iar presiunea aerul din vas este dată de relația:

$$p = p_o - \rho g y$$

y fiind diferența dintre nivelul lichidului din tub şi cel din vas : y +x = h_1. Se obține:

$$p = \rho g x + (p_o - \rho g h_1) = \frac{g}{S} \cdot m + (p_o - \rho g h_1)$$

Presiunea creşte deci liniar până când din vas se scurge masa de lichid

$$m_2 = \rho S h_1 \text{………………………………………..1 p}$$

În continuare presiunea în vas rămâne constantă, p_o.
Masa total` de lichid care se scurge este:

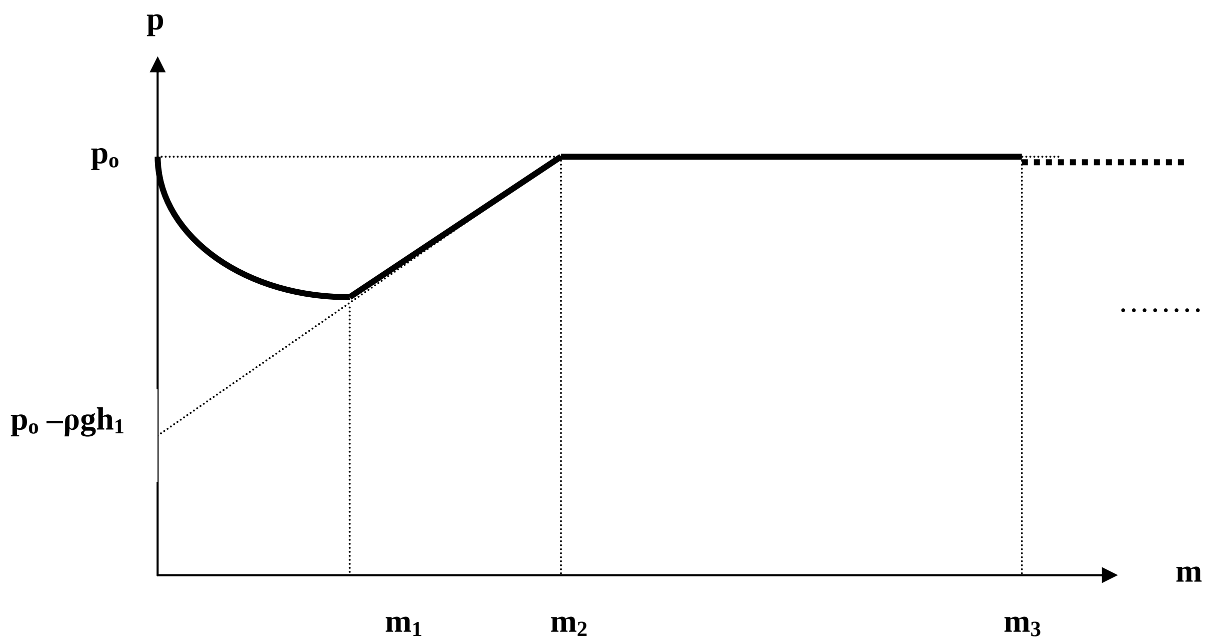
$$m_3 = \rho S h_3 \text{……………..……………………..…1 p}$$

Pentru m = m_1 se pot scrie ecuațiile:

$$x_1 + y = h_1$$
$$p_o = p + \rho g y$$
$$p_o h_2 S = p(h_2 + x_1)S$$

Rezolvând sistemul de ecuații se calculează $m_1 = \rho S x_1$

$$m_1 = \rho S \cdot \frac{h_1 - h_2 - \frac{p_o}{\rho \cdot g} + \sqrt{\left(\frac{p_o}{\rho \cdot g} - h_1 + h_2\right)^2 + 4h_1h_2}}{2}$$ ……………….2 p



……….3 p

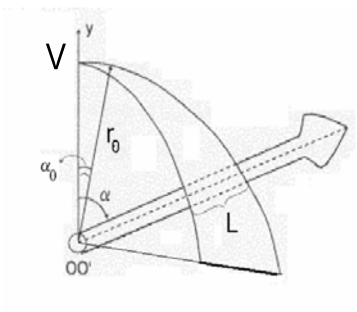
Ministerul Educaţiei şi Cercetării
Olimpiada Naţională de Fizică
Târgovişte – 2002

Electricitate

Baraj

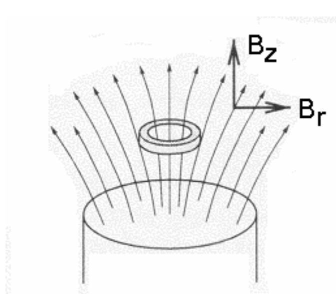
Vineri, 22 martie, 2002

A. VOLTMETRU ELECTROSTATIC



Un ac plat care se poate roti în jurul unui ax OO', ca în figură, formează cu o placă plană, al cărui contur exterior este un sfert de cerc, de rază r_0, un condensator plan a cărui capacitate, C, este proporțională cu lungimea L a zonei acului a cărei proiecție se suprapune cu placa, $C = kL$, unde k este o constantă de proporționalitate. Acest sistem poate fi folosit la construcția unui voltmetru electrostatic cu ac. Să se determine forma curbei, $r=r(\alpha)$, care delimitează armătura fixă a condensatorului spre centrul cercului, astfel ca indicația voltmetrului să fie proporțională cu tensiunea aplicată. Mişcarea acului este împiedicată prin acțiunea unui resort spiral (nefigurat în desen) pentru care momentul de deformare este proporțional cu unghiul dintre pozițiile inițială şi momentană ale axei acului. ~*n* poziția inițială, când arcul nu este deformat, axa acului face un unghi foarte mic, α_0 , cu diametrul care trece prin punctul de întâlnire , V, al curbelor care delimitează armatura.

B. LEVITAȚIE MAGNETICĂ



Un inel subțire, supraconductor este suspendat deasupra unui magnet bară, cilindric, vertical, ca în figură. Axa verticală de simetrie a magnetului este şi axa de simetrie a inelului. Câmpul magnetic cu simetrie cilindrică apărut în jurul magnetului este prezentat în figură şi poate fi descris prin componentele sale: radială, $B_r = B_0 \beta r$, respectiv verticală, $B_z = B_0(1-\alpha z)$. $B_0, \alpha\ , \beta$ sunt constante pozitive iar z şi r sunt coordonata verticală respectiv radială ale unui punct oarecare. Inițial, prin inel nu trece curent. Când este lăsat liber, inelul începe să cadă păstrându-şi axul vertical. Caracterizați mişcarea ulterioară a inelului. Ce intensitate va avea curentul electric din inel?

Prof.univ.dr. Ştefan ANTOHE, Facultatea de Fizică, Universitatea Bucureşti
Conf.univ.dr. Adrian DAFINEI, Facultatea de Fizică, Universitatea Bucureşti

Ministerul Educaţiei şi Cercetării
Olimpiada Naţională de Fizică
Târgovişte – 2002

Electricitate

Baraj

Rezolvare şi barem

A. Când acul se roteşte în sensul creşterii unghiului α capacitatea condensatorului determinat de ac şi placa va creşte – a urmare a formei speciale a plăcii. Dacă se aplică tensiune între placă şi ac sistemul caută să-şi mărească valoarea capacității tinzând astfel spre o stare de energie minimă. Cuplului motor astfel apărut i se opune cuplul determinat de resortul spiral.

(1p)

Momentul activ este dat de :

$$M = \left(\frac{dW}{d\alpha}\right)_{U=\text{constant}} = \frac{d}{d\alpha}\left(\frac{CU^2}{2}\right) = \frac{1}{2}U^2\frac{dC}{d\alpha} \qquad (1p)$$

La echilibru cuplul activ este egal cu cel rezistent $M_r = k\alpha$; ca urmare unghiul α va depinde de tensiunea U conform relației

$$\alpha = \frac{1}{2k}U^2\frac{dC}{d\alpha} \qquad (1p)$$

Dacă indicația voltmetrului este proporțională cu tensiunea , $\alpha = k_2 U$, rezultă că

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{1}{2kk_2}dC \qquad (1p)$$

Deoarece $C = k_3 L = k_3(r_0 - r)$ relația anterioară devine

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = -\frac{k_3}{2kk_2}dr$$

Prin integrare rezultă că

$$r = r_0 - \frac{2kk_2}{k_3}\ln\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right) \qquad (1p)$$

În practică, realizarea profilului « logaritmic » descris de relația de mai sus se poate realiza cu uşurință.

B. Fluxul magnetic din inel este dat - în general –de superpoziția dintre fluxul exterior şi cel datorat autoinducției.

$$\Phi = B_z \pi r_0^2 + LI \qquad (1p)$$

Căderea de tensiune în inelul supraconductor este nulă ceea ce conduce la concluzia ca variația fluxului în inel este nulă şi deci fluxul în inel este constant.

$$0 = RI = \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \Phi = B_0(1-\alpha z)\pi r_0^2 + LI = cons\tan t$$ (1p)

Cum la z = 0, I = 0 valoarea constantei este $B_0\pi r_0^2$

Se poate determina astfel valoarea intensității curentului prin inel ca având valoarea

$$I = \frac{B_0}{L}\alpha\pi r_0^2 z$$

Forța Lorentz – care din motive de simetrie nu are decât componentă verticală- se exprimă ca

$$F_z = -B_r \cdot I \cdot 2\pi r_0 = -B_0\beta r_0 \cdot \frac{B_0}{L}\alpha\pi r_0^2 \cdot 2\pi r_0 \cdot z = -\frac{2B_0^2 r_0^4 \pi^2 \alpha\beta}{L} z = -kz$$

Forța Lorentz va avea caracterul unei forțe de revenire ‘ elastice’ . (1p)

Ecuația de mişcare pe verticală a inelului va fi

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + kz = -mg$$

cu $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, soluția ecuației este

$$z(t) = \frac{g}{\omega^2}(\cos \omega t - 1)$$ (1p)

Coordonata verticală z este întotdeauna negativă; curentul trece tot timpul în acelaşi sens prin inel şi are valoarea minimă în punctul de sus al cursei sale din mişcarea oscilatorie.

Forța Lorentz este întotdeauna îndreptată în sus având valoarea minimă în punctul de sus al cursei inelului.

Expresia intensității curentului este

$$I = \frac{B_0}{L}\alpha\pi r_0^2 \frac{g}{\omega^2}(\cos\omega t - 1) = \frac{B_0}{L}\alpha\pi r_0^2 \frac{gm}{k}\left(\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t - 1\right)$$

$$I = \frac{1}{L}\pi \frac{gmL}{2B_0 r_0^2 \pi^2 \beta}\left(\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t - 1\right)$$ (1p)

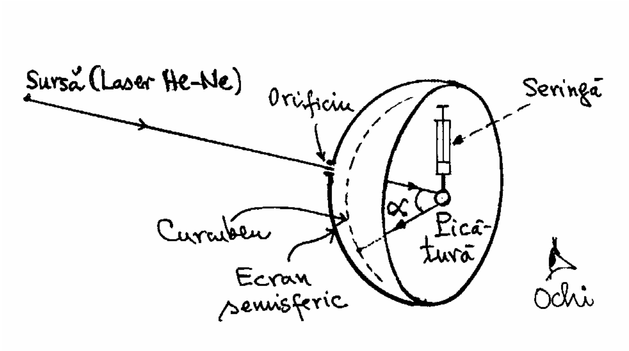
Ministerul Educaţiei şi Cercetării
Olimpiada Naţională de Fizică
Târgovişte – 2002

Optica – Fizica Cuantica

Baraj

Vineri, 22 martie, 2002

A.Imaginati-va urmatorul experiment, avand menirea de a reproduce (simula) in laborator formarea curcubeului principal. In varful acului unei seringi medicale (sau pipete) se formeaza o picatura sferica de glicerina, aranjamentul experimental (vezi figura) fiind astfel realizat incat ea sa fie plasata in centrul unui ecran (palnie) semisferic(a) . Picatura este iluminata de un fascicul laser cu simetrie cilindrica, omogen in planul sectiunii transversale, care patrunde printr-un orificiu practicat in polul semisferei. Privind din exterior, usor in lateral fata de directia fasciculului laser (**masura de autoprotectie** !), localizam usor, pe suprafata interioara a semisferei (ecranului), curcubeul de ordinul intai. Se masoara unghiul α al acestuia. Presupunand ca teoria carteziana a formarii curcubeului este corecta, sa se determine indicele de refractie (n) al glicerinei. Aplicatie numerica: $\sin\alpha = \frac{10\sqrt{2}}{27}$.



Indicatii: 1). Conform teoriei lui Descartes, curcubeul principal se formeaza de catre razele de lumina care ies din picatura cu deviatie minima dupa ce au suferit o reflexie pe fata posterioara a picaturii.

2). Solutia ecuatiei algebrice de gradul III se obtine cu formulele Cardano-Tartaglia. Ecuatia $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$ se transforma in $t^3 + Pt + Q = 0$ dupa o schimbare de variabila de forma $x = t - \frac{A}{3}$. Noua ecuatie de gradul III are solutia :

$$t = \sqrt[3]{-\frac{Q}{2} + \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{Q}{2} - \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27}}}$$

B. Stelele cunoscute sub denumirea de pulsari pot fi considerate ca fiind constituite, aproape in intregime, din neutroni (masa unui neutron este $m = 1{,}67.10^{-27}\,\text{kg}$). Considerand un pulsar sferic avand masa egala cu cea a Soarelui ($M = 2.10^{30}\,\text{kg}$) si raza R=10 km, estimati energia cinetica a neutronilor sai. Constantele universale necesare estimarii se presupun cunoscute.

Prof. univ. dr. FLOREA ULIU
FACULTATEA DE FIZICA
UNIVERSITATEA din CRAIOVA

2002, BARAJ – ONF, Târgoviște $\left\{ \begin{array}{l} A = 6 \text{ puncte} \\ B = 4 \text{ puncte} \end{array} \right.$

OPTICĂ – FIZICĂ CUANTICĂ

(A) – Desen cu mersul razelor ....

$$\delta = \underbrace{(i-r)}_{\text{intrare}} + (\pi - 2r) + \underbrace{(i-r)}_{\text{ieșire}} = \pi + 2(i-2r) \ldots\ldots$$ (1p)

– $\sin i = n \sin r$, $\cos i \, di = n \cos r \, dr$ ....

– $d\delta/di = 2(1 - 2\,dr/di) = 0 \Rightarrow di = 2dr$ ------ (1p)

– Prin împărțire găsim $2\cos i = n \cos r$ și de aici

$\sin i_{ef} = \left(\frac{4-n^2}{3}\right)^{1/2}$, $\sin r_{ef} = \left(\frac{4}{3n^2} - \frac{1}{3}\right)^{1/2}$ .... (1p)

– $\delta_{ef} = 2(i_{ef} - 2r_{ef}) + \pi = \pi - \alpha \Rightarrow \boxed{\frac{\alpha}{2} = 2r_{ef} - i_{ef}}$ ...

$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sin(2r_{ef} - i_{ef}) = \sin(2r_{ef})\cos i_{ef} - \sin i_{ef} \cos(2r_{ef})$ în care înlocuim și $\cos i_{ef} = \left(\frac{n^2-1}{3}\right)^{1/2}$, $\cos r_{ef} = \frac{2}{n}\left(\frac{n^2-1}{3}\right)^{1/2}$ ...... (1p)

Obținem ecuația

$$\boxed{z^3 - 3z\left(4 - 9\sin^2\left(\tfrac{\alpha}{2}\right)\right) + 48z - 64 = 0} \text{ cu } \boxed{z = n^2}$$ (1

Cu formulele C-T obținem $z = 2$, adică $n = \sqrt{2} = 1{,}41$

(B) – Numărul total este $N = \frac{M}{m} = 1{,}2 \cdot 10^{57}$ ---------- (0,5)

– Concentrația $n = \frac{N}{V}$ cu $V = \frac{4\pi}{3}R^3 \Rightarrow n = \frac{3N}{4\pi R^3} \simeq 2{,}86 \cdot 10^{44}\ m^{-3}$

– Neutron "cubuleț" de latură $\boxed{a} \Rightarrow a = n^{-1/3} = 1{,}52 \cdot 10^{-15}\ m$

– Heisenberg ne dă $p \simeq \frac{\hbar}{a} = 6{,}94 \cdot 10^{-20}\ kg\,m/s$ ——— (1p)

– Pe de altă parte $p = \frac{mc\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \Rightarrow \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{p}{mc} = 0{,}1385$ ———

– De aici $\Rightarrow \beta = \frac{v}{c} \simeq 0{,}14 \rightarrow$ viteză nerelativistă ——— (0,5)

– $E_c = \frac{p^2}{2m} \simeq \frac{\hbar^2}{2ma^2} \simeq \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{2m} \simeq 1{,}45 \cdot 10^{-12}\ J \simeq 9{,}04\ MeV$ (0,5)

Total 10 (zece) puncte.

Ursescu