Ministerul Educației și Cercetării

Olimpiada Națională de Fizică

Drobeta – Turnu Severin

8 aprilie 2004

Proba de baraj

Baraj

Termodinamică și fizică statistică

a. Fluxul de energie care pleacă de la Soare are expresia

$$\phi_S = K.T_s^{\,4} \qquad (1)$$

Energia care cade în unitatea de timp pe unitatea de suprafață de pe sfera aflată la distanța ***D*** de Soarele care are suprafața $4\pi R^2$ este

$$\phi = K.T_s^{\,4}\left(\frac{R_s}{D}\right)^2 \qquad (2)$$

Energia colectată în unitatea de timp de stație, w_{primit} , este proporțională cu aria ***A*** a suprafeței pe care o arată către Soare. În funcție de orientarea stației această arie expusă iluminării este cuprinsă între l^2 (pentru situația în care normala la o față a cubului este îndreptată către Soare și suprafața expusă este suprafața unei fețe) și $l^2\sqrt{3}$ (pentru situația în care diagonala de volum a cubului este îndreptată către Soare și suprafața expusă este un hexagon regulat având latura egală cu jumătate din diagonala de față a cubului).

$$w_{primit} = K.T_s^{\,4}\left(\frac{R_s}{D}\right)^2 A \qquad (3)$$

Energia emisă de stație , w_{emis} , este proporțională cu aria sa totatlă, $6l^2$, cu puterea a patra a temperaturii sale absolute și cu timpul.

$$w_{emis} = K.T^4 6l^2 \qquad (4)$$

Le echilibru termodinamic

$$\begin{cases} T^4 6l^2 = T_s^{\,4}\left(\dfrac{R_s}{D}\right)^2 A \\ T = T_s\sqrt{\left(\dfrac{R_s}{D}\right)\dfrac{\alpha}{6}} \quad , \ 1 \le \alpha \le \sqrt{3} \end{cases} \qquad (5)^*$$

b. Vitezele fiind distribuite maxwellian, viteza medie calculată ca

$$\bar{v} = \int_o^\infty v f(v) dv \qquad (6)$$

are valoarea

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m}} \qquad (7)$$

Întrucât temperatura stației este constantă, viteza medie a celor n molecule de gaz este constantă. Dacă se consideră ca direcție principală direcția normalei la suprafața găurii, viteza medie proiectată pe această direcție are o valoare care se mediază după toate valorile posibile ale cosinusului unghiului θ făcut de viteză cu direcția principală.

$$\overline{V}=\frac{\int_0^1 n(\overline{v}\cos\theta)d(\cos\theta)}{\int_{-1}^1 nd(\cos\theta)}=\frac{\overline{v}}{4} \qquad (8)$$

Numărul moleculelor care trec prin gaură în unitatea de timp este

$$-\frac{dn}{dt}=\frac{n\overline{V}A}{4l^3} \qquad (9)$$

Soluția ecuației de mai sus este

$$n=n_0\exp\left[-\left(\frac{4l^3}{\overline{v}A}\right)\right] \qquad (10)$$

şi timpul cerut are expresia

$$t_{curgere}=\frac{4l^3}{\overline{v}A} \qquad (11)*$$

c. Distribuția de tip Boltzmann are forma

$$\mathrm{N_j}=\mathrm{A}\cdot\exp(-\frac{\mathrm{E_j}}{\mathrm{kT}}), \qquad (12)$$

unde A este o constantă. În cazul descris de enunțul problemei $j=0,1,2$ astfel că putem scrie

$$\mathrm{N_0}=\mathrm{A},\ N_1=A/e,\ \mathrm{N_2}=\mathrm{A}/\mathrm{e}^2 \qquad (13)$$

cu

$$\mathrm{N_0}+\mathrm{N_1}+\mathrm{N_2}=\mathrm{N_x}, \qquad (14)$$

adică

$$A(1+\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2})=N_x. \qquad (15)$$

Pe de altă parte, energia totală a sistemului este

$$\mathrm{E_{total}}=\mathrm{N_0E_0}+\mathrm{N_1E_1}+\mathrm{N_2E_2}=1000\mathrm{kT}, \qquad (16)$$

adică

$$\mathrm{A(kT)}(0+\frac{1}{\mathrm{e}}+2\frac{1}{\mathrm{e}^2})=1000(\mathrm{kT}). \qquad (17)$$

Combinând cele două relații obținem

$$N_x=1000\frac{e^2+e+1}{e+2}\cong 2354\ \text{(particule)}. \qquad (18)*$$