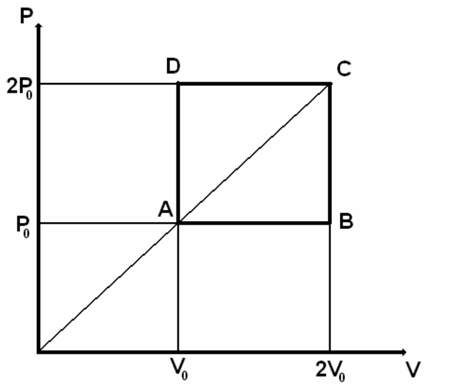
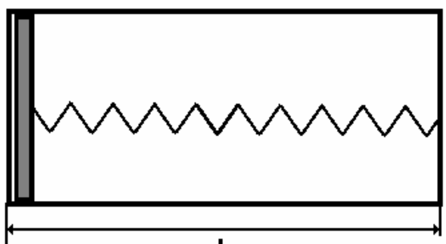
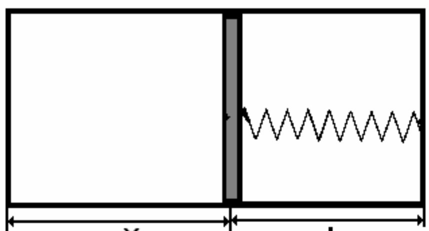
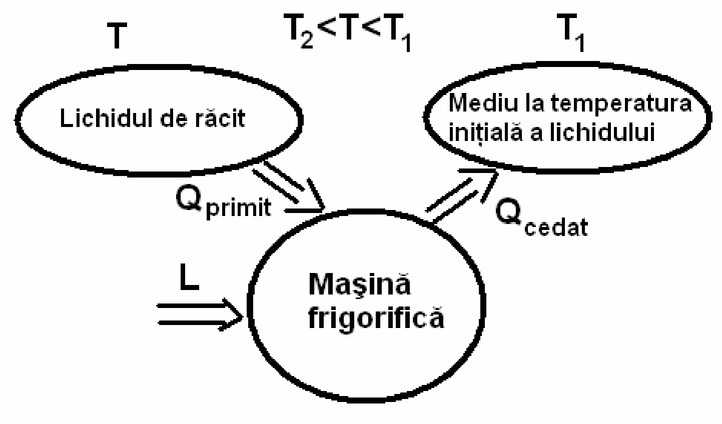
Subiect	Parţial	
1. Subiect 1, total: 10 puncte		
a) Dependenţele de tipul $\frac{V}{T} = \text{constant}$ **(1)** reprezintă , evident, procese izobare.	0,25	**4,50**
Procesele pentru care $V = \text{constant}$ sunt izocore în coordonate (V,P)	0,25	
Procesul de tipul $T = \text{constant} \cdot V^2$ (2) conduce la o ecuaţie de proces de forma $\frac{P}{V} = \text{constant}$ **(3)**	0,50	
În coordonate (P,V) ciclul din imaginea din enunţ are aspectul din figura de mai jos.  **Figura 1**	1,00	
Căldura primită de sistemul considerat în procesul $\frac{P}{V} = \text{constant}$ este deci $\begin{cases} Q = \Delta U + L = \nu T\left(\varepsilon^2 - 1\right)\left(C_V + \frac{R}{2}\right) \\ Q = \nu \cdot \Delta T \cdot \left(C_V + \frac{R}{2}\right) \end{cases}$ **(4)**	0,50	
Pentru procesul consuiderat există deci o căldură specifică $\begin{cases} Q = \nu \Delta T \cdot C \\ C = C_V + \frac{R}{2} \\ C = 2R \end{cases}$ **(5)**	0,50 (1p în total pentu C=2R)	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	**Parțial**	
Căldura primită de un motor care ar funcționa după ciclul ADCA este $$\begin{cases} Q_{ADCA} = Q_{AD} + Q_{DC} = \nu\left[C_V\left(2T_0 - T_0\right) + C_p\left(4T_0 - 2T_0\right)\right] \\ Q_{ADCA} = \nu\left(\frac{3}{2}RT_0 + \frac{5}{2}2RT_0\right) = \frac{13}{2}\nu RT_0 \end{cases} \quad (6)$$	0,50	
Căldura primită de motorul care ar funcționa după ciclul ACBA este $$Q_{ACBA} = Q_{AC} = \nu \cdot 3T_0 \cdot 2R \quad (7)$$	0,50	
Deoarece lucrul mecanic efectuat de motorul care funcționează după ciclul ADCA este egal cu lucrul mecanic efectuat de motorul care funcționează după ciclul ACBA, raportul randamentelor celor două cicluri este inversul raportului căldurilor primite pe ciclu. Prin urmare, $$r = \frac{\eta_{ADCA}}{\eta_{ACBA}} = \frac{Q_{ACBA}}{Q_{ADCA}} = \frac{12}{13} \quad (8)^*$$	0,50	
b) Un astfel de sistem este cilidrul în care se află un piston legat cu un resort a cărui lungime nedeformată este egală cu lungimea cilindrului - ca în fugură **Figura 2**  	0,50	
Într-adevăr, dacă se introduce gaz între piston şi capacul din stânga al cilindrului din figură, astfel încât camera cu gaz să aibă lungimea x iar camera din dreapta pistonului este vidată, **Figura 3**  resortul este deformat şi determină presiunea $$p = \frac{F_{elastic}}{S} = \frac{kx}{S} \quad (9)$$	0,50	**1,50**
Pentru gazul din camera din stânga pistonului, volumul şi presiunea sunt în relația $$\frac{p}{V} = \frac{kx}{S} \cdot \frac{1}{Sx} = \frac{k}{S^2} = \text{constant} \quad (10)$$	0,50	

Subiect	**Parțial**	
B. Căldura nu poate fi extrasă din apă decât cu ajutorul unei maşini frigorifice care să aibă izvorul rece la o temperatura care pleacă de la temperatura inițială a lichidului şi ajunge la temperatura care trebuie atinsă . Izvorul cald al maşinii are temperatura inițială a lichidului.  **Figura 4**	0,50	**3,00**
Eficiența maximă a unei maşini frigorifice se realizează dacă aceasta operează după un ciclu Carnot inversat. Pentru o astfel de maşină $\begin{cases} \lvert Q_{primit}\rvert + L = \lvert Q_{cedat}\rvert \\ \dfrac{\lvert Q_{cedat}\rvert}{\lvert Q_{primit}\rvert} = \dfrac{T_1}{T} \end{cases}$ **(11)**	0,50	
Prin urmare, $\begin{cases} L = \lvert Q_{primit}\rvert \cdot \left(\dfrac{T_1 - T}{T}\right) \\ L = C \cdot \Delta T \cdot \left(\dfrac{T_1 - T}{T}\right) \end{cases}$ **(12)**	0,50	
Mărimea $f = \dfrac{T_1 - T}{T}$ **(13)** descrie capacitatea maşinii frigorifice de a răci un corp primind lucru mecanic dacă are temperatura rezervorului T_1 şi temperatura corpului de răcit T .	0,50	

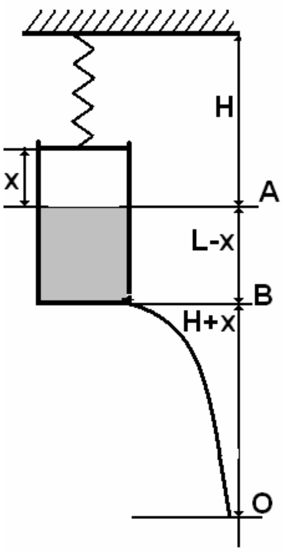
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	**Parțial**	
Mărimea f are pentru valori ale temperaturii lichidului de răcit din domeniul $T_1 \geq T \geq T_2$ **(14)** valori în domeniul $\begin{cases} f = \dfrac{T_1}{T} - 1 \\ 0 \leq f \leq \dfrac{T_1 - T_2}{T_2} \\ 0 \leq f \leq \dfrac{1}{369} = 0,00271 \end{cases}$ (15)	0,50	
Dacă în ultima relație din (15) avem în vedere că $\Delta T = 1K$ şi dacă vom considera că valoarea eficienței este cea maximă posibilă, rezultă că $L \approx 1 \cdot 4180 \cdot \dfrac{1}{369} J = 11J$ **(16)** Poate fi de asemenea rezonabil să considerăm pentru f o valoare medie $f \approx 0,00136$ pentru care $L \approx 1 \cdot 4180 \cdot \dfrac{2}{369} J = 5,5J$ **(17)** Oricare rezultat între cele două valori din relațiile (19) şi (20) este admisibil ca estimare a lucrului mecanic necesar răcirii apei.	0,50	
Oficiu		**1,00**
2. Subiect 2, total: 10 puncte		
a) Presiunea inițială în balon , p_0, este suma dintre presiunea datorată atmosferei p_A şi presiunea datorată tensiunii superficiale p_σ $p_0 = p_A + p_\sigma$ **(18)**	0,50	**4,00**
Aşa cum este cunoscut, $p_\sigma = \dfrac{4\sigma}{R_0}$ **(19)**	0,50	
Deoarece în oricare punct de pe suprafața balonului considerat a avea raza R intensitatea câmpului electric este un vector radial cu modulul $E = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \dfrac{Q}{R^2}$ **(20)**	0,50	
forța ΔF_Q care acționează asupra elementului ΔA din suprafața balonului are expresia $\begin{cases} \Delta F_Q = \Delta Q \cdot E = \dfrac{Q}{4\pi R^2} \cdot \Delta A \cdot \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon R^2} \\ \Delta F_Q = \dfrac{Q^2}{16\pi^2 \varepsilon R^4} \cdot \Delta A \end{cases}$ **(21)**	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	**Parţial**	
Depresiunea datorată încărcării este deci $$p_Q = \frac{\Delta F_Q}{\Delta A} = \frac{Q^2}{16\pi^2 \varepsilon R^4} \quad \textbf{(22)}$$	0,50	
După oscilaţiia ale „cojii” balonului datorate aplicării sarcinii şi după ce temparatura ajunge din nou la echilibru cu temperatura atmosferei, valoarea nouă a presiunii din balon este $$p = \frac{V_0}{V} p_0 = \frac{R_0^3}{R^3} p_0 \quad \textbf{(23)}$$	0,50	
La echilibru această presiune este $$p = p_A + p_\sigma - p_Q \quad \textbf{(24)}$$ Din relaţiile (1), (2), (6) şi (7) rezultă $$R_0^3 \cdot \left(p_A + \frac{4\sigma}{R_0} \right) = R^3 \cdot \left(p_A + \frac{4\sigma}{R} - \frac{Q^2}{16 \cdot \varepsilon \cdot \pi^2 R^4} \right) \quad \textbf{(25)}$$	0,50	
iar din (8) rezultă $$Q = 4\pi \sqrt{\left[p_A \left(R^3 - R_0^3 \right) + 4\sigma \left(R^2 - R_0^2 \right) \right] \cdot R \cdot \varepsilon} \quad \textbf{(26)}^*$$	0,50	
b) Întrucât balonul este liber, atunci când particula se apropie de el, el începe să „fugă” păstrându-şi centrul pe direcţia vitezei particulei. În atmosfera rarefiată enunţată se poate neglija rezistenţa atmosferei la înaintarea balonului. Distanţa minimă dintre balon şi particulă se realizează atunci când viteza lor relativă este nulă. Fie v_0 valoarea comună a vitezei particulei şi balonului când particula şi balonul sunt la distanţa minimă.	0,50	**2,00**
Conservarea impulsului conduce la $$\begin{cases} Mv = M\left(1+\beta\right)v_0 \\ v_0 = \dfrac{v}{1+\beta} \end{cases} \quad (27)$$	0,50	
Pentru ca particula să poată atinge balonul trebuie ca distanţa minimă dintre particulă şi centrul balonului să fie R. Energia electrostatică a particulei aflată la distanţă d de centrul balonului în cîmpul electric al sarcinii distribuite pe balon este $$W = \frac{\gamma \cdot Q^2}{4\pi\varepsilon d} \quad \textbf{(28)}$$	0,50	

Subiect	**Parţial**	
Conservarea energiei între starea iniţială şi aceea în care particula atinge „coaja" balonului conduce la valoarea vitezei $\frac{M\cdot v^2}{2}+\frac{\gamma\cdot Q^2}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\alpha\cdot R}=\frac{M\cdot v^2}{2(1+\beta)}+\frac{\gamma\cdot Q^2}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot R}$ $\begin{cases}\frac{M\cdot v^2}{2}\left(\frac{\beta}{(1+\beta)}\right)=\frac{\gamma\cdot Q^2}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot R}\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\\ v=\sqrt{\frac{\gamma\cdot Q^2}{2\pi\cdot\varepsilon\cdot R\cdot M}\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\left(\frac{1+\beta}{\beta}\right)}\end{cases}$ **(29)****	0,50	
c) Gazul din balonul interior are volumul $V_{int}=\frac{4\pi R_0^3\delta^3}{3}$ **(30)**	0,25	**3,00**
şi presiunea $p_{int}=p_A+p_{\sigma,ext}+p_{\sigma,int}$ **(31)**	0,25	
$p_{int}=p_A+\frac{4\sigma}{R_0}+\frac{4\sigma}{\delta\cdot R_0}$	0,25	
$p_{int}=p_A+\frac{4\sigma}{R_0}\frac{\delta+1}{\delta}$	0,25	
Masa de gaz din acest balon este $p_{int}\cdot V_{int}=\frac{m_{int}}{\mu}RT_A$ **(32)**	0,25	
$m_{int}=\frac{\mu}{RT_A}\frac{4\pi R_0^3\delta^3}{3}\left(p_A+\frac{4\sigma}{R_0}\frac{\delta+1}{\delta}\right)$	0,25	
Gazul din balonul exterior are volumul $V_{ext}=\frac{4\pi R_0^3\left(1-\delta^3\right)}{3}$ **(33)**	0,25	
şi presiunea $p_{ext}=p_A+p_{\sigma,ext}$ **(34)** $p_{ext}=p_A+\frac{4\sigma}{R_0}$	0,25	
Masa de gaz din acest balon este $p_{ext}\cdot V_{ext}=\frac{m_{ext}}{\mu}RT_A$ **(35)**	0,25	
$m_{ext}=\frac{\mu}{RT_A}\frac{4\pi R_0^3\left(1-\delta^3\right)}{3}\left(p_A+\frac{4\sigma}{R_0}\right)$	0,25	

Subiect	Parțial	
Raportul cerut are expresia $\begin{cases} \eta = \dfrac{m_{ext}}{m_{\text{int}}} = \dfrac{\dfrac{\mu}{RT_A}\dfrac{4\pi R_0^3\left(1-\delta^3\right)}{3}\left(p_A + \dfrac{4\sigma}{R_0}\right)}{\dfrac{\mu}{RT_A}\dfrac{4\pi R_0^3\delta^3}{3}\left(p_A + \dfrac{4\sigma}{R_0}\dfrac{\delta+1}{\delta}\right)} \\ \eta = \dfrac{1-\delta^3}{\delta^3}\cdot\dfrac{\left(p_A + \dfrac{4\sigma}{R_0}\right)}{\left(p_A + \dfrac{4\sigma}{R_0}\dfrac{\delta+1}{\delta}\right)} \end{cases}$ **(36)*** **	0,50	
Oficiu		**1,00**
3. Subiect 3, total : 10 puncte		
 Forța elastică datorată resortului deformat (dacă resortul nedeformat avea lungimea l_0) trebuie să egaleze greutatea lichidului din vas în situația inițială, $SL\rho g = K_e\left(H - l_0\right)$ **(37)**	1,00	**3,00**
și , de asemenea , pentru oricare din situațiile ulterioare – indiferent de valoarea înălțimii coloanei de lichid care a curs din vas, x, adică $S\left(L-x\right)\rho g = K_e\left(H - l_0 - x\right)$ **(38)**	1,00	
Dacă se scade (33) dinn (34), rezultă că $S\rho g x = K_e x$ **(39)** Relația (3) este o identitate pentru pentru $K_e = S\rho g$ (40)*	1,00	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	**Parțial**	
b) Dacă, la un moment dat, atunci când înălțimea coloanei de lichid din vas este *x*, viteza de variație a acestei înălțimi este $v_{vas}(x)$, viteza lichidului care curge prin fisură va fi $v_{jet}(x)$ $\begin{cases} v_{vas}S = v_{jet}s \\ v_{jet} = v_{vas}\dfrac{R^2}{r^2} \end{cases}$ **(41)**	**0,5**	**5,00**
Dacă se scrie ecuația Bernoulli pentru nivelele A şi B în sistemul de referință cu nivelul zero în punctul O, rezultă $\begin{cases} p_0 + 0 + \rho g(L+H) = p_0 + \rho\dfrac{v_B^2}{2} + \rho g(H+x) \\ \rho g(L-x) = \rho\dfrac{v_B^2}{2} \end{cases}$ **(42)**	**0,5**	
La ieşirea din vas modulul vitezei este $v_B = \sqrt{2g(L-x)}$ (38a)	**0,25**	
Pe de altă parte, $\begin{cases} v_B = \sqrt{v_{jet}^2 + v_{vas}^2} \\ v_B = v_{vas}\sqrt{1+\dfrac{R^2}{r^2}} \end{cases}$ **(43)**	**0,5**	
Viteza cu care vasul se ridică este prin urmare $v_{vas} = r\sqrt{\dfrac{2g(L-x)}{R^2+r^2}}$ **(44)**	**0,25**	
Iar componenta orizontală a vitezei jetului (şi a bilelor care ies prin fisură) este $v_{jet} = \dfrac{R^2}{r}\sqrt{\dfrac{2g(L-x)}{R^2+r^2}}$ **(45)**	**0,50**	
Pentru începutul curgerii vitezele vasului şi jetului se obțin din expresiile (40) şi (41) pentru $x=0$ adică, $v_{vas,A} = r\sqrt{\dfrac{2gL}{R^2+r^2}}$	**0,25**	

Subiect	Parțial	
respectiv $v_{jet,A}=\frac{R^2}{r}\sqrt{\frac{2gL}{R^2+r^2}}$	**0,25**	
Pentru situația în care din vas a curs jumătate din lichid, vitezele vasului şi jetului se obțin din expresiile (40) şi (41) pentru $x=\frac{L}{2}$ adică, $v_{vas,N}=r\sqrt{\frac{gL}{R^2+r^2}}$	**0,25**	
respectiv $v_{jet,N}=\frac{R^2}{r}\sqrt{\frac{gL}{R^2+r^2}}$	**0,25**	
Modulul vitezei la ieşire pentru bila A este $v_{B,A}=\sqrt{2gL}$	**0,25**	
Iar tangenta unghiului făcut de viteză cu orizontala este $tg\alpha_A=\frac{v_{vas,A}}{v_{jet,A}}=\frac{r^2}{R^2}$	**0,25**	
Modulul vitezei la ieşire pentru bila N este $v_{B,N}=\sqrt{gL}$	**0,25**	
Iar tangenta unghiului făcut de viteza bilei N cu orizontala este $tg\alpha_N=\frac{v_{vas,N}}{v_{jet,0N}}=\frac{r^2}{R^2}$	**0,25**	
Raportul modulelor vitezelor este este $\eta=\frac{1}{\sqrt{2}}$	**0,25**	
Raportul tengentelor este $\mu=1$	**0,25**	
c) Debitul din momentul inițial este $d=\pi r^2 v_{jet,A}$ **(46)*****	**0,50**	**1,00**
$d=\sqrt{\frac{2gL}{R^2+r^2}}\pi R^2 r$	**0,50**	
Oficiu		**1,00**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.