Olimpiada Naţională de Fizică

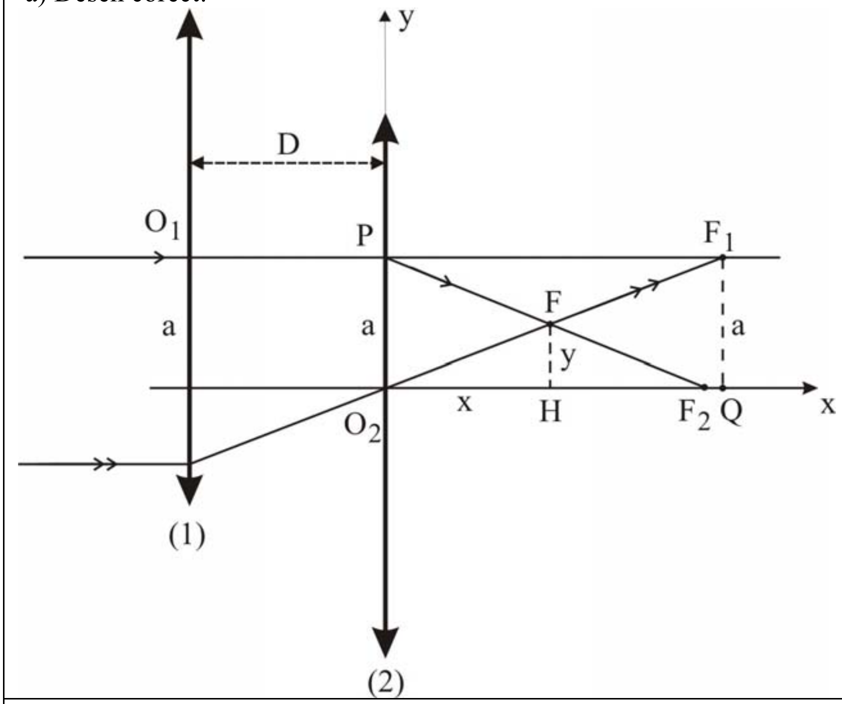
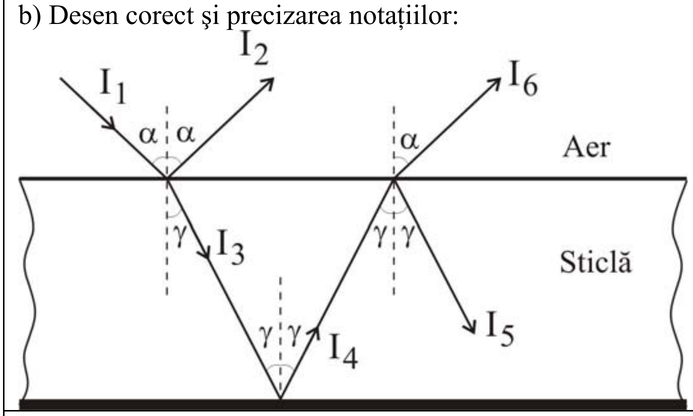
Iaşi 20-25 martie 2005

Proba teoretică – barem

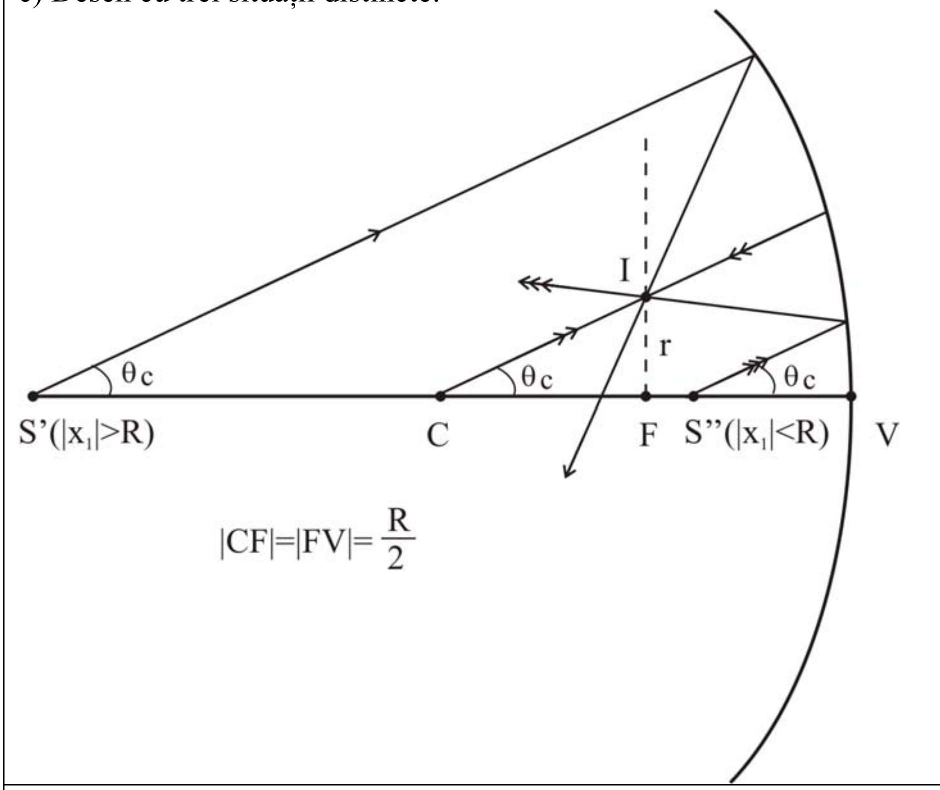
XII

Subiect	**Parţial**	**Punctaj**
1. Subiect 1, total:		**10**
a) Dacă mişcarea sferei este apreciată ca fiind o mişcare circulară neuniformă, în momentul trecerii ei prin poziția inferioară, avem $v_{\max} = \omega_{\max} L.$	0,5	**2**
Dacă mişcarea sferei este apreciată ca fiind o mițcare oscilatorie armonică, avem $y = y_{\max} \sin \omega t$, unde ω este pulsația oscilațiilor armonice;	0,5	
$\omega = \frac{2\pi}{T}; y_{\max} \approx \alpha_{\max} L; v = v_{\max} \cos \omega t; v_{\max} = \omega A = \omega y_{\max};$ $\omega_{\max} = \frac{2\pi}{T} \alpha_{\max}.$	1	
b) Sistemul devine un pendul conic cu lungimea L şi cu deschiderea semiunghiulară α_0.	0,5	**3**
Sfera suspendată are o mişcare circulară uniformă, astfel încât avem: $\vec{T} + \vec{G} = \vec{F}_{cp}; T \sin \alpha_0 = \frac{mv^2}{r} \approx T\alpha_0; T \cos \alpha_0 = mg \approx T;$ $r = L \sin \alpha_0 \approx L\alpha_0; v^2 = gL\alpha_0^2.$	1	
Dacă pendulul este eliberat din poziția laterală extremă cu deviația unghiulară α_0, rezultă $\frac{mv_0^2}{2} = mgL(1 - \cos \alpha_0); 1 - \cos \alpha_0 = 2\sin^2 \frac{\alpha_0}{2};\ v_0^2 = gL\alpha_0^2 = v^2.$	0,5	
Sfera pendulului conic revine în poziția inițială după timpul $T = \frac{2\pi r}{v_0} = \frac{2\pi v_0}{g\alpha_0}.$	1	
c) În acord cu teorema conservării energiei mecanice, corespunzător unei deviații unghiulare maxime $\alpha_{\max}$, rezultă $\frac{M}{3} g3d(1 - \cos \alpha_{\max}) + mg2d(1 - \cos \alpha_{\max}) + Mgd(1 - \cos \alpha_{\max}) =$ $= \frac{M}{6}(\omega_{\max} 3d)^2 + \frac{m}{2}(\omega_{\max} 2d)^2 + \frac{M}{2}(\omega_{\max} d)^2;$	1	**4**
$1 - \cos \alpha_{\max} = 2\sin^2 \frac{\alpha_{\max}}{2} \approx \frac{\alpha_{\max}^2}{2};$	0,5	
$(M + m) gd\alpha_{\max}^2 = 2(M + m) d^2 \omega_{\max}^2;$	0,5	
$\omega_{\max}^2 = \frac{g}{2d} \alpha_{\max}^2; \omega_{\max} = \sqrt{\frac{g}{2d}} \alpha_{\max};\ \omega_{\max} = \frac{2\pi}{T} \alpha_{\max}; T = 2\pi \sqrt{\frac{2d}{g}}.$	2	
Oficiu		**1**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	**Parțial**	**Punctaj**
2. Subiect 2, total:		**10**
a) Desen corect:  	0.75	3
Din asemănarea triunghiurilor FHO_2 şi F_1QO_2 rezultă $\frac{y}{x}=\frac{a}{f_1-D}$;	0,75	
Din asemănarea triunghiurilor PO_2F_2 şi FHF_2 rezultă $\frac{a}{y}=\frac{f_2}{f_2-x}$;	0,75	
Obținem $x=\frac{f_2\left(f_1-D\right)}{f_1+f_2-D}; y=\frac{af_2}{f_1+f_2-D}$.	0,75	
b) Desen corect şi precizarea notațiilor:  	0,5	3
$I_1=I_2+I_3; I_4=I_5+I_6; I_4=RI_3; I_6=I_2$	0,4	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
Proprietatea $r_A = \frac{I_2}{I_1} = r_B = \frac{I_5}{I_4} \equiv r$ necunoscut	0,1	
Şirul de relații $I_6 = I_4 - I_5 = I_4 - rI_4 = (1-r)I_4 =$ $= (1-r)RI_3 = (1-r)R(I_1 - I_2) = (1-r)R(I_1 - rI_1) =$ $= R(1-r)^2 I_1,$ în care $I_6 = I_2 = rI_1$, ne conduce la ecuația $R(1-r)^2 = r.$	1,5	
Soluția fizică a ecuației este $r = \frac{1}{2R}\left[1 + 2R - \sqrt{1+4R}\right] = 0,37$	0,5	
c) Desen cu trei situații distincte:  	0,5	3
Când particula este chiar în centrul de curbură (C), radiația reflectată revine pe direcția razei incidente. Locul unde este „înțepat” planul focal se află la distanța $r = \frac{R}{2} tg\theta_C$ când radiația este emisă în C	1,5	
Obținerea aceluiaşi rezultat când $\left\|x_1\right\| > R$, respectiv $\left\|x_1^{'}\right\| < R$	0,5	
Rezultatul final $r = \frac{R}{2}\left(n^2\beta^2 - 1\right)^{1/2}$	0,5	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><th>Subiect</th><th>Parțial</th><th>Punctaj</th></tr>
<tr><td>Oficiu</td><td></td><td>1</td></tr>
<tr><td>3. Subiect 3, total</td><td></td><td>10</td></tr>
<tr><td>a) Dacă un punct material cu masa de repaus m_0, conectat la unul din capetele unui resort elastic cu constanta de elasticitate k, oscilează armonic de-a lungul axei OY, în acord cu legea conservării energiei totale, rezultă
$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{ky^2}{2}=m_0c^2+\frac{kA^2}{2}$, unde A este amplitudinea oscilațiilor armonice,</td><td>0,5</td><td rowspan="5">3</td></tr>
<tr><td>$$1-\frac{v^2}{c^2}=\left[1+\frac{k}{2m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)\right]^{-2};$$
$$v=\frac{\sqrt{\frac{k}{m_0}\left(A^2-y^2\right)\left[1+\frac{k}{4m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)\right]}}{1+\frac{k}{2m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)},$$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>astfel încât durata deplasării punctului material din punctul de coordonată y până în punctul de coordonată $y+dy$ este $dt=\frac{dy}{v}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>În aceste condiții perioada oscilațiilor armonice relativiste este
$$T=4\int_0^A\frac{dy}{v}:$$
$$T=4\sqrt{\frac{m_0}{k}}\int_0^A\frac{1+\frac{k}{2m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)}{\sqrt{\left(A^2-y^2\right)\left[1+\frac{k}{4m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)\right]}}dy;$$</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>$$\frac{1}{\sqrt{1+\frac{k}{4m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)}}\approx 1-\frac{k}{8m_0c^2}\left(A^2-y^2\right);$$
$$\left[1+\frac{k}{2m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)\right]\left[1-\frac{k}{8m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)\right]=$$
$$=1+\frac{k}{2m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)-\frac{k}{8m_0c^2}\left(A^2-y^2\right)-\frac{k^2}{16m_0^2c^4}\left(A^2-y^2\right)\approx$$
$$\approx 1+\frac{3k}{8m_0c^2}\left(A^2-y^2\right);$$</td><td>0,75</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parțial	Punctaj
$T = 4\sqrt{\dfrac{m_0}{k}}\left[\displaystyle\int_0^A \frac{dy}{\sqrt{A^2-y^2}} + \frac{3k}{8m_0c^2}\int_0^A \sqrt{A^2-y^2}\,dy\right];$ $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_0}{k}}\left(1+\dfrac{3kA^2}{16m_0c^2}\right).$	0,5	
b) În TRR se admite că forma legii fundamentale a dinamicii relativiste este aceeaşi cu forma legii fundamentale a dinamicii clasice, adică $\vec{F} = d\vec{p}/dt$, din care rezultă	0,25	**4**
$\vec{F} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\right) = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\dfrac{d\vec{v}}{dt} + \dfrac{m_0}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\dfrac{v}{c^2}\dfrac{dv}{dt}\vec{v};$	0,25	
$\vec{F} = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\vec{a} + \dfrac{m_0}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\dfrac{v}{c^2}\dfrac{dv}{dt}\vec{v},$ reprezentând ecuația vectorială a mişcării relativiste a unei particule, din care se constată că în dinamica relativistă vectorul forță $\vec{F}$ are o componentă paralelă cu vectorul accelerație $\vec{a}$ şi o componentă paralelă cu vectorul viteză $\vec{v}$	0,5	
$\vec{F}\vec{v} = \vec{v}\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}\right) =$ $= \dfrac{m_0}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\left[\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)\vec{v}\dfrac{d\vec{v}}{dt} + \dfrac{1}{2}v^2\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{v^2}{c^2}\right)\right];$	0,25	
$\vec{v}\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{1}{2}\dfrac{d}{dt}\left(v^2\right) = \dfrac{c^2}{2}\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{v^2}{c^2}\right);$	0,25	
$\vec{F}\vec{v} = \dfrac{1}{2}\dfrac{m_0c^2}{\left(1-\dfrac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{v^2}{c^2}\right);$	0,25	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect	Parţial	Punctaj
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\frac{1}{2}\frac{m_0c^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{c^2}\right);$$	0,5	
$$\vec{F}\vec{v}=\frac{d}{dt}\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right);\ \vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt};$$ $$d\left(\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)=\vec{F}d\vec{r};$$	0,25	
$$\frac{1}{2}\frac{m_0c^2}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\frac{d}{dt}\left(\frac{v^2}{c^2}\right)=\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}v\frac{dv}{dt};$$	0,5	
$$\vec{F}\vec{v}=\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}v\frac{dv}{dt};$$	0,5	
$$\vec{F}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\vec{a}+\frac{1}{c^2}\vec{v}\left(\vec{F}\vec{v}\right);$$ $$\vec{a}_{relativist}=\frac{1}{m}\vec{F}-\frac{\vec{F}\vec{v}}{mc^2}\vec{v};\vec{a}_{clasic}=\vec{F}/m.$$	0,5	
c) $$\vec{F}=m\vec{a}+\frac{\vec{v}}{c^2}\left(\vec{F}\vec{v}\right);$$ $$a=\frac{F}{m}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right);\ F=ky;y=A/2;\quad a=\frac{kA}{2m_0}\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right);$$	0,75	2
$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}+\frac{ky^2}{2}=m_0c^2+\frac{kA^2}{2};y=A/2;$$ $$1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=1+\frac{3}{8}\frac{kA^2}{m_0c^2};$$	0,75	

Subiect	**Parțial**	**Punctaj**
$$a = \frac{kA}{2m_0}\left(1 + \frac{3kA^2}{8m_0c^2}\right)^{-3}$$	0,5	
Oficiu		**1**