

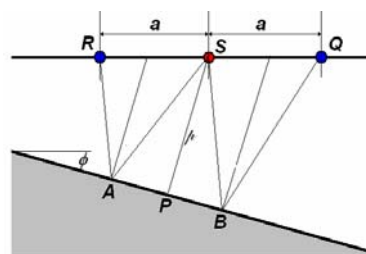
I.A. Cutremur și . . .

(5 puncte)

La suprafața de separare a două straturi alcătuite din roci diferite, o undă seismică incidentă se dividează, formând atât o undă transmisă cât și o undă reflectată.

„Metoda reflexiei” este un procedeu de prospecțiune geologică în care se folosește comportarea unei seismice la interfața straturilor geologice.

Problema de față îți propune să analizezi posibilitatea localizării în interiorul pământului, a unui strat de rocă având fața de sus plană și înclinată în raport cu suprafața, considerată plană și orizontală, a pământului. În figura alăturată, suprafața pământului este reprezentată – în secțiune verticală – de dreapta  $RQ$ , iar suprafața stratului de rocă este reprezentată de dreapta  $AB$ .



Undele seismice datorate unei explozii produse în punctul  $S$ , aflat pe suprafața Pământului sunt detectate cu două aparate așezate tot pe suprafața pământului, în punctele  $R$  și  $Q$ , situate la distanțe egale,  $a = 100\text{m}$  de punctul în care se produce explozia. Consideră situația simplă în care sursa exploziei și detectorii se află într-un plan perpendicular pe muchia unghiului diedru determinat de suprafața pământului și suprafața stratului de rocă. Dacă explozia se produce la momentul  $t_0$ , un detector înregistrează un șoc seismic la momentul  $t_1 = t_0 + 0,025\text{s}$  și un alt șoc la  $t_2 = (t_0 + \sqrt{3}/40)\text{s} \cong t_0 + 0,043\text{s}$ , iar detectorul al doilea înregistrează două șocuri, la momentele  $t_1 = t_0 + 0,025\text{s}$  și  $t_2' = (t_0 + \sqrt{7}/40)\text{s} \cong t_0 + 0,066\text{s}$ .

Determină:

a. distanța  $p = |SP|$  dintre punctul în care a avut loc explozia și suprafața stratului de rocă;

b. valoarea unghiului diedru dintre suprafața local orizontală a Pământului și suprafața stratului de rocă.

În rezolvare poți – eventual – considera că undele seismice ajunse la detectorii  $R$  și  $Q$  „par să vină” de la o sursă imaginară – simetrica sursei reale față de dreapta  $AB$ .

Se cunoaște că într-un triunghi oarecare având laturile  $a, b, c$  și unghiul  $C$  opus laturii  $c$  se poate scrie teorema Pitagora generalizată  $c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos C$

I.B. Valuri

(5 puncte)

Undele datorate unor cutremure, cu epicentre aflate sub oceane, produc valuri pe suprafața acestora. În largul oceanului, acolo unde adâncimea  $h$  a apei are valoare mare, amplitudinea valului produs de cutremur – tsunami – este mică, dar când tsunami ajunge în apele puțin adânci din apropierea țărmului, amplitudinea valului devine importantă.

a. Determină expresia densității de energie (energia pe unitatea de lungime) dintr-o coardă elastică, uniformă, cu masa unității de lungime  $\mu$ , în care, datorită tensionării cu o forță  $F$ , apar unde transversale armonice. Determină și expresia puterii transportate de undă.

b. Arată că amplitudinea  $A$  a valului tsunami este proporțională cu  $1/h^{1/4}$ . În demonstrație ține seama că, la fel ca în cazul unei unde transversale într-o coardă, puterea transportată de undă este proporțională cu produsul dintre amplitudine, pulsație și viteza de propagare,  $v\omega^2 A^2$ . Presupune că pulsația  $\omega$  rămâne constantă și că puterea unei nu se disipă. Ai în vedere că undele de suprafață, gravitaționale, pentru apă adâncă (și pentru tsunami) au viteza de propagare  $v = \sqrt{gh}$ .

c. Presupunând că tsunami are amplitudinea de 30 de cm în larg, acolo unde adâncimea apei este de  $h_{\text{arg}} = 4\text{km}$ , determină amplitudinea pentru tsunami și distanța dintre „creasta” valului și „valea” acestuia într-o zonă de coastă în care adâncimea apei este  $h_{\text{mal}} = 10\text{m}$ .

**II.A. Fiord și . . . .**

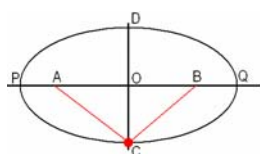
(5 puncte)

Fiordul, un golf foarte lung și îngust, cu maluri înalte și aproape verticale, poate fi considerat ca fiind un „vas” paralelipipedic cu lățime  $L$  și lungime  $\ell = 30\text{km}$ , în care se află apă cu adâncimea  $h = 30\text{m}$ . Uneori, apa din fiord se poate legăna astfel încât suprafața plană a apei, un dreptunghi foarte îngust, se înclină rotindu-se față de un ax paralel cu laturile scurte ale fiordului și plasat la jumătate din lungimea golfului. În acest mod de oscilație, gravitațional, apa se ridică și apoi coboară la capetele înguste ale fiordului pe distanța  $d$  față de suprafața orizontală a apei liniștite. Analizând evoluția centrului de greutate al apei din fiord găsește frecvența proprie a oscilației „de legănare” a apei în funcție de parametrii geometrici ai fiordului și de valoarea accelerației gravitaționale  $g = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Ai în vedere că  $\ell \gg L \gg h \gg d$  și că suprafața apei rămâne plană în timpul oscilației.

**II.B. Mărgică**

(5 puncte)

Un fir inextensibil și cu masa neglijabilă având lungimea  $2\ell$  este suspendat în punctele  $A$  și  $B$  situate pe aceeași orizontală la distanța  $2d$  unul de altul ( $d < \ell$ ). O mărgică mică și grea poate aluneca fără frecare pe fir. Determină expresia perioadei micilor oscilații ale mărgiceii în planul vertical care trece prin punctele de suspensie ale firului. Accelerația gravitațională este  $g$ .



Ține eventual seamă că:

elipsa este locul geometric al punctelor pentru care suma distanțelor la două puncte fixe este constantă. Analitic, într-un sistem de coordonate cartezian, ecuația elipsei este  $(x^2/a^2) + (y^2/b^2) = 1$  unde  $|OP| = |OQ| = a$  este semiaxa mare a elipsei iar

$|OC| = |OD| = b$  este semiaxa mică. Pentru situația din problemă  $|AC| = |CB| = \ell$  și

$|AO| = |OB| = d$ . Pentru punctul  $P$  constanța sumei distanțelor conduce la  $|PA| + |PB| = a - d + a + d = 2a = 2\ell$ .

**III.A. Liliaci și . . . . .**

(5 puncte)

Liliicii își dirijează zborul și localizează prada emițând ultrasunete și detectând ecoul acestora. Abilitatea lor de a prinde insecte, în timp ce zboară în întuneric cu viteză mare este uimitoare, iar sistemul lor sofisticat de ecolocație le permite să distingă între un fluture în zbor și o frunză în cădere.



Consideră că aerul este imobil în raport cu Pământul și că un liliac zboară spre un fluture cu viteza de  $9,0\text{m/s}$  față de aer, în timp ce fluturile zboară către liliac cu viteza de  $8,0\text{m/s}$  față de aer. Viteza ultrasunetelor în aer este  $v = 343\text{m/s}$ . În timpul zborului, liliacul emite semnale ultrasonore de scurtă durată și de o anumită frecvență și recepționează ultrasunetele reflectate de către fluturile în mișcare. Mai mult, liliacul modifică frecvența ultrasunetelor pe care le emite, până când frecvența ultrasunetelor recepționate devine  $83\text{kHz}$ , frecvență la care acesta „aude” cel mai bine.

a. Modelează situația descrisă mai sus, considerând o sursă punctiformă aflată în mișcare cu viteza absolută  $\vec{v}_s$ , care emite semnale cu frecvența  $\nu$  și un detector mobil care se mișcă pe aceeași direcție ca și sursa cu viteza absolută  $\vec{v}_d$ , orientată în sens opus vitezei  $\vec{v}_s$ . Semnalele emise de sursă se propagă în mediu cu viteza  $\vec{v}$  sub formă de unde sferice. Presupune că atât sursa cât și detectorul se deplasează cu viteze având valori mai mici decât cea a vitezei de propagare a semnalelor emise de sursă.

Determină, din punctul de vedere al fizicii clasice, expresia frecvenței semnalelor recepționate de detector, în funcție de frecvența  $\nu$  a semnalelor emise de sursă, de valoarea vitezei absolute  $v_s$  a sursei, de valoarea vitezei absolute  $v_d$

detectorului  $v_D$  precum și de valoarea vitezei  $v$  de propagare a undelor mecanice. Analizează atât cazul în care sursa și detectorul se apropie, așa cum este menționat în enunțul problemei, cât și în cazul când acestea se depărtează.

b. Calculează frecvența ultrasunetelor percepute și reflectate de către fluture, dacă frecvența ultrasunetelor recepționate de către liliac este de  $83 \text{ kHz}$ .

c. Calculează frecvența ultrasunetelor emise de liliac, astfel încât frecvența ultrasunetelor recepționate de acesta să fie  $83 \text{ kHz}$ .

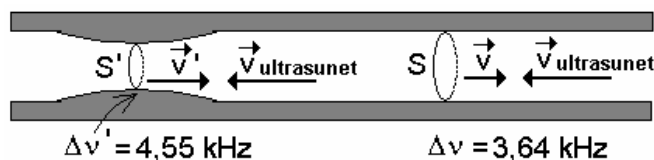
### III.B. Carotidă

(5 puncte)

Ecografele - dispozitive de scanare arterială cu ultrasunete de înaltă frecvență ( $7 - 12 \text{ MHz}$ ), permit obținerea unor imagini cu rezoluție foarte bună a arterelor situate în imediata vecinătate a suprafeței corpului, cum ar fi carotidele, precum și determinarea vitezei de curgere a sângelui prin acestea.

Aceste dispozitive conțin o sursă ce emite ultrasunete, care vor fi reflectate de „particulele” în mișcare din componența sângelui și un detector ce poate măsura cu precizie frecvența bătailor obținute din suprapunerea la un moment dat a oscilațiilor provenite din undele ultrasonore incidente și reflectate. Consideră că sursa de ultrasunete și detectorul sunt situate foarte aproape unul de celălalt, că frecvența ultrasunetelor utilizate este de  $\nu = 7 \text{ MHz}$  și că viteza de propagare a acestora prin arteră are valoarea  $v_{\text{ultrasunet}} = 1540 \text{ m/s}$ . Presupune că viteza  $\vec{v}$  de curgere a sângelui are aceeași valoare în toate punctele unei secțiuni transversale prin arteră.

Așezând dispozitivul de scanare arterială cu ultrasunete în poziții succesive, deasupra carotidei se constată că frecvența bătailor este de  $\Delta\nu = 3,64 \text{ kHz}$ , cu excepția unei mici porțiuni în care frecvența bătailor devine  $\Delta\nu' = 4,55 \text{ kHz}$ . Creșterea frecvenței bătailor indică o îngroșare a peretelui carotidei și o obturare parțială a acesteia. Consideră că în timpul fiecărei determinări, dispozitivul de scanare arterială este în repaus față de corpul persoanei pentru care se fac măsurătorile și utilizează informațiile din figura de mai jos..



a. Determină valoarea  $v$  a vitezei de curgere a sângelui prin secțiunea transversală  $S$  a carotidei.

b. Estimează gradul de obturare  $\frac{S - S'}{S}$  a carotidei.

Probleme propuse de

Profesor Delia Constanța DAVIDESCU, profesor Adrian S.DAFINEI