

I Feladat (10 pont)

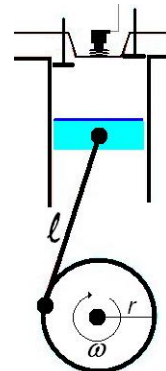
A. Motor (3 pont)

A robbanómotor hengerében (az üzemanyag égése következtében) a dugattyú mozgása hozza létre a lendkerék forgómozgását.

Tételezd fel, hogy a lendkerék állandó ω szögsebességgel forog valamint azt, hogy a lendkerék r sugara sokkal kisebb, mint a lendkereket a dugattyúval összekötő rúd ℓ hossza (lásd a mellékelt ábrát).

a. Bizonyítsd be hogy ilyen feltételek esetén a dugattyú mozgása gyakorlatilag harmonikus rezgőmozgás.

b. Számítsd ki a dugattyú maximális gyorsulását egy olyan motor esetén mely lendkerekének fordulatszáma 800 *fordulat / perc*, sugara pedig $r = 2 \text{ cm}$.



B. Szívverés (6 pont)

Az echókardiográfia (szív-ultrahangvizsgálat) a szív állapotának gyors, nagyon pontos és másodlagos hatásoktól mentes módszere. A vizsgált személy mellkasára rögzítenek egy jelátalakítót, mely ultrahangforrásból és mikrofonból áll. A mikrofon egyidejűleg veszi az ultrahangforrás által sugárzott valamint a mozgó szívfelület által visszavert jeleket is.

Modellezzd a fentebb leírt situációt, feltételezve egy, a nyugalomban lévő jelátalakító felé v_0 sebességgel mozgó testet. A jelátalakító egy nyugalomban lévő ultrahangforrást tartalmaz, mely ν_0 frekvenciájú ultrahangokat bocsát ki valamint egy ugyancsak nyugalomban lévő mikrofont. Tételezd fel, hogy a jelátalakító pontszerű és jelöld v -vel az ultrahangok terjedési sebességét az emberi testben.

a. Határozd meg a tárgy által visszavert és a mikrofon által vett ultrahangok ν_{viszhang} frekvenciáját az ultrahangforrás ν_0 frekvenciájának, a test v_0 sebességének valamint az ultrahangok valamint az ultrahangok v terjedési sebességének függvényében.

b. Feltételezd azt, hogy a mozgó tárgy v_0 sebessége sokkal kisebb az ultrahangok v terjedési sebességénél. Határozd meg ebben az esetben a mikrofon által érzékelt ν_b lebegési frekvenciát (a mikrofon egyidejűleg veszi a ν_0 és ν_{viszhang} frekvenciájú ultrahangokat).

c. Egy újszülötten elvégzett echókardiográfias vizsgálat során az ultrahangforrás frekvenciája 2,40 MHz míg a mikrofon által érzékelt lebegési frekvencia 65 Hz. Becsüld fel annak a sebességnek a maximális értékét mellyel az újszülött szívének külső felülete mozog, ha az emberi testben az ultrahangok terjedési sebessége 1540 m/s.

d. Feltéve hogy az újszülött szívének felülete harmonikus rezgőmozgást, melynek frekvenciája 90 *dobbanas / perc*, számítsd ki a szívverés amplitúdóját.

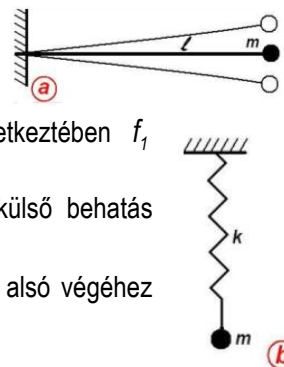
II. feladat (10 pont)

A. Ugráló (2 pont)

Ha egy elhanyagolható tömegű rugalmas rúd szabad végére egy m tömegű testet rögzítünk, miközben a másik végét egy falba erősítjük, egy külső behatás következtében f_1 frekvenciájú kis rezgéseket végez (lásd az a ábrát).

Amikor egy k állandójú ideális rugó végére rögzítjük az m tömegű testet, egy külső behatás következtében f_2 frekvenciájú kis rezgéseket végez (lásd az b ábrát).

Határozd meg az m tömegű test kis rezgéseinek rezgésperiódusát, ha a testet rugó alsó végéhez erősítjük, miközben a rugó felső végét a rugalmas rúd szabad végéhez kötjük.





B. *Tyranosaurus Rex* (3 pont)

A fizikai inga egy m tömegű merev szilárd test, amelyik a test súlypontjától d távolságra található rögzített tengely körül rezgéseket végezhet. Egyenletes, g gravitációs gyorsulással jellemzett gravitációs mezőben a kis rezgések periódusát a $T = 2\pi\sqrt{J/(mgd)}$ összefüggés adja meg, ahol J a test tehetetlenségi nyomatéka. Egy n anyagi pontból álló rendszer melyeknek tömegei $m_i, 1 \leq i \leq n$, és amelyek ℓ_i távolságra helyezkednek el egy

forgástengelytől, a tehetetlenségi nyomatékot a $J = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \ell_i^2$ összefüggés adja meg.

Minden lépő élőlénynek van egy természetes járása (melyet a lépések frekvenciája fejez ki). A természetes járás kényelmesebb mint a gyors, vagy a lassú járás. Tekintsd a lábat, mely a csípő forgója körül fordul el, egy ℓ hosszúságú és m tömegű egyenletes rúdnak, mely az egyik vége körül fordul el. Feltételezd, hogy a természetes járáskor a lépések frekvenciája megegyezik ennek a fizikai ingának a frekvenciájával.

a. Igazold, hogy a lépések frekvenciája, természetes járáskor (a javasolt egyszerű modell szerint) nem függ a láb tömegétől.

b. A *Tyranosaurus Rex* kétlábú, húsevő dinoszaurusz csontvázának tanulmányozásakor, mely 65 millió évvel ezelőtt a krétakorban élt, megállapították, hogy lábának hossza $\ell = 3m$ volt, míg a kőületekben megtalált lábnyomok szerint a lépések hossza (ugyanaz a láb által hagyott két legközelebbi lábnyom közötti távolság) $D = 4,0m$ volt. Becsüld fel a *Tyranosaurus Rex* természetes járásának sebességét.

C. *Másik ugráló* (4 pont)

Az $m = 1\text{ kg}$ tömegű kocka alakú test, melyhez egy $k = 1\text{ N/m}$ állandójú rugót kötünk, egy vízszintes felületen nyugalomban van (lásd az ábrát). A rugó szabad végét

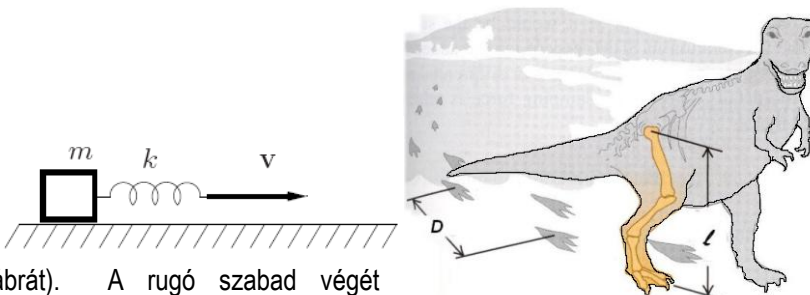
$v = 1\text{ m/s}$ sebességgel húzzuk. Feltételezve, hogy $g = 10\text{ m/s}^2$

írd le a kocka mozgását a rugó szabad végéhez kötött vonatkoztatási rendszerben, melynek origója egybeesik a kocka kezdeti helyzetével (SM), valamint a felülethez kötött vonatkoztatási rendszerben (SL), és írd fel az anyagi pontnak tekintett kocka mozgásegyenletét a következő esetekben:

a. a rugó szabad végének sebessége lassan nő meg nulláról v értékre és a súrlódást elhanyagoljuk;

b. a rugó szabad végének sebessége hirtelen v lesz, és a súrlódást elhanyagoljuk

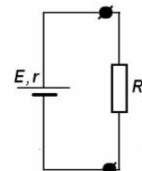
c. a rugó szabad végének sebessége hirtelen v lesz, míg a nyugalmi (tapadó), illetve a csúszósúrlódási együtthatók értékei a test és a vízszintes felület között $\mu_0 = 1$, valamint $\mu = 0,9$.



III. feladat (10 pont)

Minden fajta áramkörök

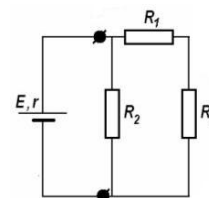
a. Egy egyenáramú áramforrás elektromotoros feszültsége $E = 32\text{ V}$ és belső ellenállása $r = 2\ \Omega$. Ha az áramforrás kapcsaira egy R_2 ellenállású fogyasztót kapcsolunk – mint a



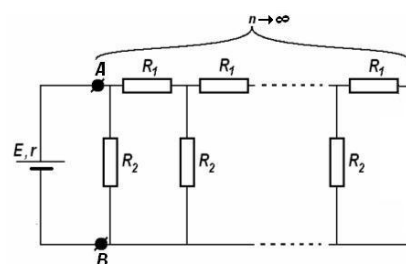


mellékelt ábrán – akkor egy külső áramkörnek leadható teljesítmény maximális értékét fejleszti. Határozd meg az R_2 ellenállás értékét.

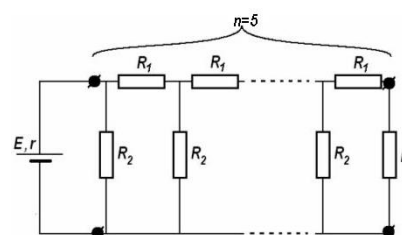
b. Abban az esetben, ha az áramforrás kapcsaira az ábrán feltüntetett áramkört kapcsoljuk, akkor az áramforrás által a külső áramkörnek leadott teljesítménye $\eta = 15/16$ része a maximális teljesítménynek. Határozd meg az R_1 ellenállás értékét.



c. Az áramforrás AB kapcsaira egy ellenállás telepet kapcsolunk, melyet az R_1 és R_2 ellenállásokból alkotott cella n -szeres ismétléséből kapunk (lásd az ábrát). Határozd meg az áramforráson áthaladó áramerősség értékét abban az esetben ha $n \rightarrow \infty$.



d. Feltételezzük, hogy az áramforrás kapcsaira egy ellenállástelepet kötünk, melyet az R_1 és R_2 ellenállásokból alkotott cella $n = 5$ -szörös ismétléséből kapunk, és ezeket az $R = 2\Omega$ -os ellenállás követi. Az áramkört a mellékelt ábra szemlélteti. Határozd meg az R ellenálláson áthaladó áramerősséget.



Megjegyzés: mind a három tételre hivatalból jár egy pont.

Javasolták:

*Prof. drd. Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar –
Ministerul Educației Cercetării și Tineretului*

Prof. dr. Constantin COREGA – Colegiul Național Emil Racoviță – Cluj

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea București