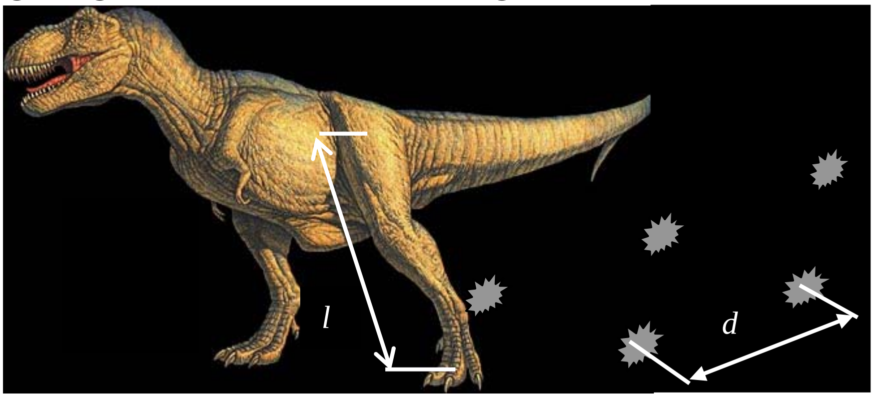
Ministerul Educației, Cercetării şi Tineretului
Olimpiada Națională de Fizică, 2008
ELMÉLETI PRÓBA
1 tétel

XII

1. Harmonikus rezgések gravitációs, elektromos és mágneses mezőben



A) Minden járó állat, és az ember rendelkeznek egy „természetes” járással, ami azt jelenti, hogy kényelmes járás esetén egy bizonyos számú lépést végeznek időegység alatt. Elfogadott, hogy ez a „természetes” járás a lábak, egy a fizikai ingához hasonló, rezgésének felel meg.

Így például az ezelőtt 65 millió évvel élő *Tyrannosaurus rex* dinoszaurusz, melynek a kövületek tanulmányozása alapján rekonstruált képét a mellékelt ábra szemlélteti, lábainak hossza $l = 3{,}1$ m, míg a lépés hossza (ugyanaz a láb két egymás utáni lábnyoma közötti távolság) $d = 4{,}0m$.

Határozzátok meg a *Tyrannosaurus rex* dinoszaurusz egyenletes, „természetes” járásának sebességét, ha ennek lába egy fizikai inga, mely a csípőjében elhelyezkedő forgó körül rezeg, melyet egy l hosszúságú homogén rúddal modellálhatunk, amelyik szabad harmonikus rezgéseket végez a felső végén áthaladó vízszintes tengely körül.

A harmonikus mozgás periódusa: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2l}{3g}}$.

Ismert a gravitációs gyorsulás a Föld felszínén, $g = 9{,}8$ m/s^2.

B) Egy síkkondenzátor rögzített, sík, vízszintes, elektrosztatikus generátor kapcsaira kapcsolt, elektromos vezetőből készült fegyverzetei közötti téglatest alakú térben, egy nagyon könnyű, nyújthatatlan, elektromos sziketelő és l hosszúságú fonallal felfüggesztett, pontszerű, elektromosan töltött test található. A felfüggesztett test (elektrosztatikus inga) a felfüggesztési pont alatt, egy függőleges síkban T_0 periódusú harmonikus rezgéseket végez. *Határozzátok meg* az inga kis rezgéseinek periódusát, ugyanabban a függőleges síkban, ugyanabban a fegyverzetek közötti térben, ha a fonal felfüggesztési pontja, valamint a két fegyverzet vízszintesen, $\vec{a}$ gyorsulással mozognak, és állapítsátok meg az irányt, amely körül az inga rezgései létrejönnek. A relativistahatások elhanyagolhatók.

C) Két merev, egyenes, párhuzamos, nagyon hosszú, ugyanabban a függőleges síkban, egymás alatt $2d$ távolságra rögzített, azonos irányítású és azonos I erősségű áram által átjárt vezető közötti távolság felénél, egy egyenes, merev, mozgatható, l hosszúságú, a megadott vezetőkkel párhuzamos és ezek síkjában elhelyezkedő vezető nyugalomban található. A mozgatható vezetőt n számú, elektromosan szigetelő, rugalmas, azonos, függőleges, nagyon könnyű, mindegyik k rugalmassági állandójú és a mozgatható vezető mentén egyenletesen eloszló (azonos távolságonként elhelyezett) vezetővel függesztjük fel. A mozgatható vezetőt egy I_0 erősségű, a szélső vezetőkkel ellentétes irányítású áram jár át.

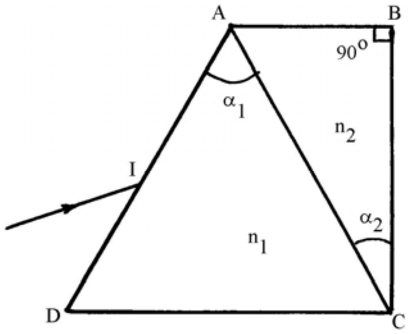
Határozzátok meg a három vezető által meghatározott függőleges síkban, a mozgatható vezető kis rezgéseinek periódusát. A mozgatható és a rögzített vezetők végei azonos függőlegesen vannak. A rugalmas szálak felfüggesztési pontjai ugyanazon a vízszintes egyenesen találhatók. Ismertek: a levegő abszolút mágneses permeabilitása, μ_0; a mozgatható vezető tömege m. Tudjuk, hogy: $1/(1+x) \approx 1 - x$ és $1/(1-x) \approx 1 + x$, ha $x << 1$.

---

1. Minden tételt (1, 2 valamint3) külön lapra kell megoldani, és mindegyiket titkosítani kell.
2. Egy tétel keretén belül a diákok az a, b, stb. alpontokat tetszőleges sorrendben oldhatják meg.
3. Munkaidő 3 óra, a tételek kiosztásának pillanatától számítva.
4. A diákok használhatnak zsebszámológépet, de ezek ne legyenek programozhatóak.
5. Minden tételt 10-estől 1-ig osztályoznak (1 pont hivatalból jár). A végső pontszámot ezek összege jelenti.

2. Színszóródás, interferencia, diffrakció.

A) Két $\alpha_1 = 60^0$ és $\alpha_2 = 30^0$ törőszögű optikai prizmát az ábrán látható módon összeragasztjuk, úgy hogy a DCB szög 90^0. A prizmák törésmutatóit az $n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2}$, $n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2}$ egyenletek adják meg, ahol $a_1 = 1{,}1$, $b_1 = 10^5\,\text{nm}^2$, $a_2 = 1{,}3$, $b_2 = 5\cdot 10^4\,\text{nm}^2$.



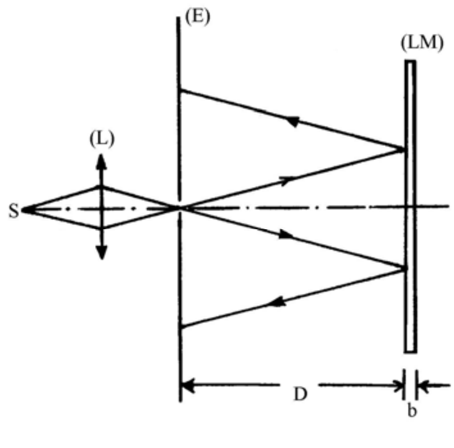
1) *Határozzátok meg* a beeső hullám λ_0 hullámhosszát úgy, hogy az AC oldalra eső sugár, az AD oldal I pontjában a beesési szög értékétől függetlenül, ne törjön meg. Mekkora értékekkel rendelkeznek az n_1 és n_2 törésmutatók erre a (λ_0) hullámhosszra?

2) Mekkora értékekkel rendelkeznek az n_1 és n_2 törésmutatók ($\lambda_r = 800\,\text{nm}$)hullámhosszú vörös és ($\lambda_v = 400\,\text{nm}$)hullámhosszú ibolyaszínű sugárzásokra? Ábrázoljátok, hogy haladnak át a prizma rendszeren a $\lambda_0, \lambda_r, \lambda_v$ hullámhosszú sugárzások. Feltételezzétek, hogy a beesési szög az I pontban mind a három sugárzásra azonos!

3) *Számítsátok ki* a minimális eltérítési szöget abban az esetben, amikor a prizmarendszeren a λ_0 hullámhosszú sugárzás halad át. *Mennyi* a beesési szög értéke minimális eltérítés esetén?

4) Az AD oldalra beeső, az DC alappal párhuzamos fénysugár mekkora hullámhossz értékére lép ki a prizmarendszerből párhuzamosan a DC oldallal (mint kilépő fénysugár).

B) Az ábrán látható interferencia-berendezés egy (S) pontszerű, monokromatikus fényforrásból, egy (L) gyűjtőlencséből, egy a közepén kis réssel ellátott (E) ernyőből és egy (LM), az optikai főtengelyre (a rendszer szimmetriatengelye) merőlegesen elhelyezett üveglemezből áll. Az ernyőn körgyűrűkből alkotott interferencia képet kapunk. Ismerve az *m*-ed és *n*-ed rendű sötét gyűrűk r_m és r_n sugarait, az (LM) lemez b vastagságát, a lemez N törésmutatóját, valamint az ernyő és a lemez közötti D távolságot, *határozzátok meg* a fényforrás által kibocsátott fény hullámhosszát. Feltételezzük, hogy $r_{m,n} << D$ és ha szükséges alkalmazhatod a $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm (x/2)$ megközelítést, ha $x << 1$.



Alkalmazás:
$b = 0{,}5\,\text{mm}$, $N = 1{,}5$, $D = 2\,\text{m}$, $r_4 = 22\,\text{cm}$, $r_5 = 16\,\text{cm}$.

C) A $\lambda = 535\,\text{nm}$ hullámhosszú fénysugárzás egy továbbító diffrakciós rácsra merőlegesen esik. a) Tudva, hogy a maximumok egyike $\theta = 35^0$ szög alatt képződik, valamint, hogy az észlehető maximumok a maximális rendje $k_{max} = 5$, határozzátok meg a rács állandóját. b) Mekkora kellene lennie a λ', a rácsra merőlegesen beeső sugárzás hullámhosszának, ahhoz hogy az a) alpontban alkotott, ismeretlen rendű maximum, $\theta' = 30^0$ szög alatt jöjjön létre?

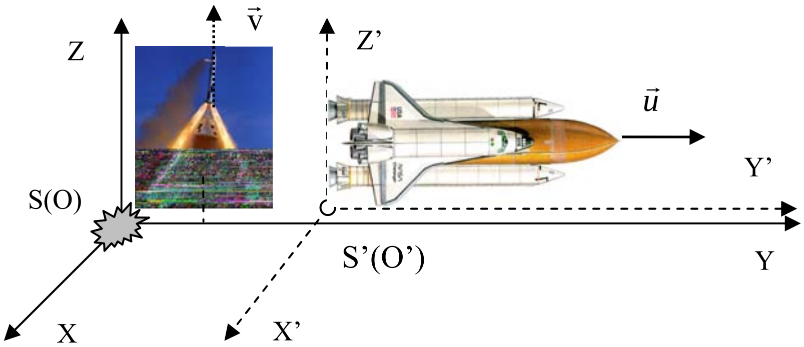
Piatra Neamţ, 4-8 februarie 2008

Ministerul Educaţiei, Cercetării şi Tineretului
Olimpiada Naţională de Fizică, 2008
Proba teoretică
Subiectul 3

XII

3. Relativisztikus űrhajó, távcső és kozmikus sugárzás

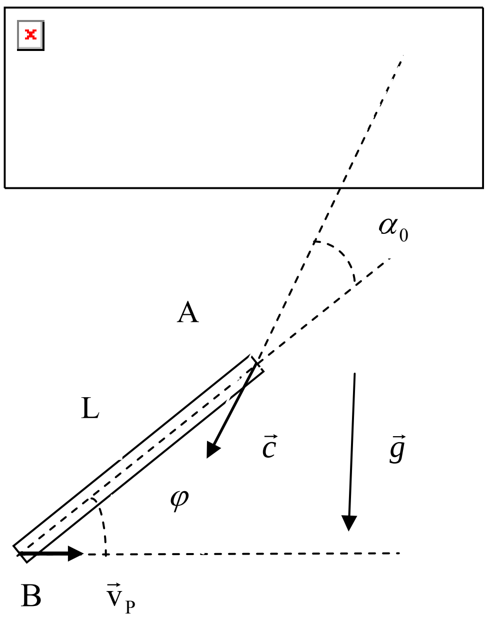
A) A mellékelt ábrán két tehetetlenségi vonatkoztatási rendszer van: a nyugalomban lévő , egy csillaghoz rögzített SXYZ rendszer valamint a mozgásban lévő űrsikló S′X′Y′Z′ rendszere. Az űrsikló egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, $\vec{u}$ sebességgel, S-hez képest. Az S rendszer megfigyelője szerint egy relativisztikus űrhajó S-hez viszonyított sebessége $\vec{v}\,(0;0;v)$, irányítása pedig az ábrának megfelelő.



Határozzátok meg a $\vec{v}'$ vektor elemeit (összetevők, modulusz, irányítás), ahol $\vec{v}'$ az űrhajó sebessége az S′ vonatkoztatási rendszerhez képest. Ismert a légüres térben mért fénysebesség, *c*.

B) A légüres térben mért fénysebesség *c* véges volta valamint a Fold napkörüli mozgása miatt (melynek sebessége $\vec{v}_P$), egy csillagászati távcső, (melyet egy csillag megfigyelésére használnak) tengelyének iránya különbözik a csillagtól a Föld felé terjedő fénysugár terjedési irányától. Ezt a jelenséget hívják "*fény aberráció*"-nak.

Számítsátok ki a távcső tengelye és a fény terjedési iránya közti α_0 szöget relativisztikus illetve nemrelativisztikus esetben és *hasonlítsátok össze* a két értéket. Ismert a távcső tengelyének a $\vec{v}_P$ vektorhoz viszonyított φ dőlésszöge. Feltételezzük, hogy a Föld napkörüli mozgása nagyon rövid időintervallumban egyenes vonalú és egyenletes. Elhanyagoljuk a Nap csillagokhoz viszonyított mozgását. Adottak $\varphi = 30^0$; v_P = 30 km/s; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s. *Egyedi eset*: a megfigyelt csillag a Zeniten van. A légkör hatása elhanyagolható.



C) Ismert az a tény, hogy az elsősorban protonokból álló kozmikus sugárzás, miután behatol a Föld légkörébe és kölcsönhatásba kerül az itt található nitrogén vagy oxigén atomokkal, új részecskéket hoz létre. Ezeket a részecskéket nevezik π mezonoknak. Ezek bomlásából instabil részecskék, az úgynevezett müon-ok **(**μ) keletkeznek, melyek azután tovább bomlanak, stabil részecskéket hozva létre. Az így keletkezett mezonok és müonok sebessége igen nagy, megközelíti a fénysebességet. Mezonokat es müonokat mesterséges körülmények között is előállíthatunk, nagyteljesítményű részecskegyorsítókban. Ezek a részecskék szinten instabilak, ugyanakkor nagyon lassúak és a laboratóriumban mért átlagos élettartamuk gyakorlatilag megegyezik a nyugalomban lévő részecskék átlagos élettartamával, T_0. Ilyen körülmények között a mért értékek: $T_{0,\pi} = 10^{-8}$ s; $T_{0,\mu} \approx 2 \cdot 10^{-6}$ s.

Igazoljátok e részecskék jelenlétét tengerszinten, tudva azt, hogy a mezonok megközelítőleg $h_\pi = 30$ km magasságban, míg a müonok megközelítőleg $h_\mu = 6$ km magasságban keletkeznek. Annak ellenére, hogy sebességük megközelíti a fény sebességét, átlagos élettartamuk, T_0, túl kicsi ahhoz, hogy, megmagyarázza ekkora távolságok megtételét. *Határozzátok meg* a két részecsketípus sebességének arányát

Javasolták:

Prof. univ. dr. FLOREA ULIU ***Prof. dr. MIHAIL SANDU***