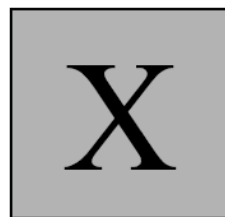
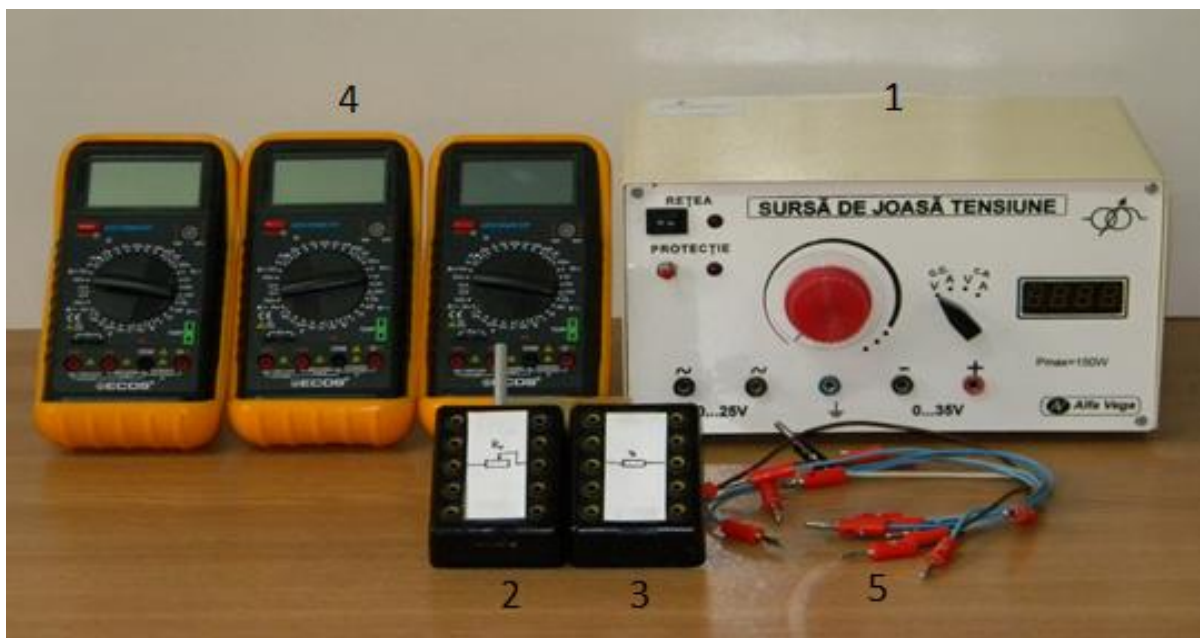


Olimpiada Națională de Fizică
6-11.04.2014 Cluj-Napoca
Proba practică
Subiecte și soluții/bareme



Tema lucrării: Analiza puterilor într-un circuit electric simplu

Materiale la dispoziție



1. sursă ideală cu tensiune electromotoare E necunoscută (alimentator didactic)
2. rezistor variabil R_V (potențiomtru bobinat), cu valoarea rezistenței necunoscută
3. rezistor fix r cu valoarea rezistenței necunoscută
4. multimetre digitale considerate ideale (3 bucăți)
5. conductoare (8 bucăți)

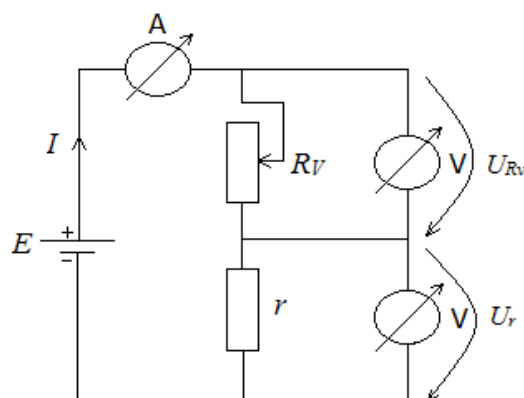
Cerințe

-
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

1..... **total 3,00 puncte**

1a) Desenează și realizează un circuit serie format din sursa E , rezistorii R_V și r și un ampermetru. Conectează cele două voltmetre în paralel cu R_V , respectiv r .

Soluție:



.....**1,5 puncte**

1b) În acest circuit modifică rezistența variabilă R_V și de fiecare dată măsoră intensitatea curentului din circuit și tensiunile electrice pe cei doi rezistori (minim 15 determinări). Centralizează datele într-un tabel.

Soluție: (valori orientative; datele obținute de concurenți putând fi puțin diferite față de cele din tabelul de mai jos, în funcție de valorile elementelor de circuit folosite de fiecare)

Nr.măs.	I (mA)	U_r (V)	U_{R_V} (V)
1	111.5	5.43	0
2	107.7	5.23	0.25
3	103.1	5.01	0.5
4	98.6	4.78	0.75
5	93.2	4.52	1
6	89.4	4.35	1.25
7	84.8	4.12	1.5
8	80.5	3.91	1.75
9	76.2	3.7	2
10	72	3.5	2.26
11	67.9	3.28	2.5
12	63	3.07	2.75
13	59.4	2.88	3
14	55	2.66	3.25
15	50.3	2.45	3.5
16	46.2	2.25	3.75
17	42	2.04	4
18	41	1.99	4.06

.....**1,5 puncte**

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

2. total 4,00

puncte

2 a) Stabilește teoretic condițiile în care puterea debitată pe rezistorul variabil R_V este maximă.....1,50

puncte

Soluție: În ochiul principal al sursei: $E = IR_V + Ir$ se înmulțește cu I

$$EI = I^2 R_V + I^2 r$$

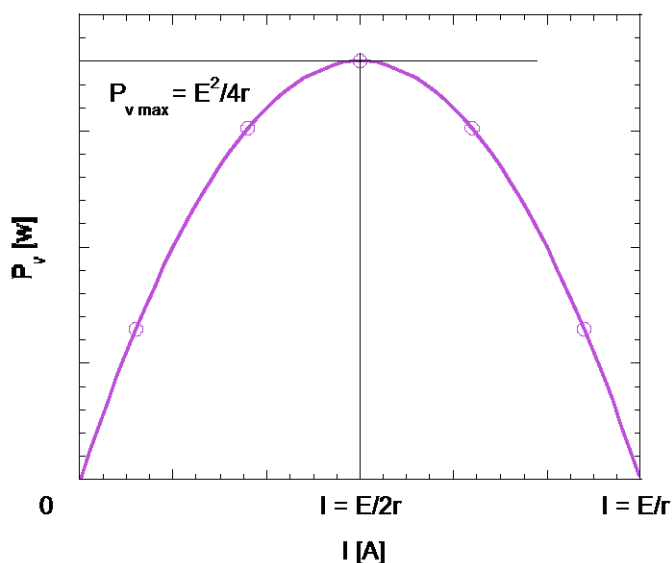
unde $I^2 R_V = P_V$ este puterea debitată pe R_V , deci

$$P_V = -rI^2 + EI$$

Dacă R_V este variabil, în expresia de mai sus P_V și I sunt variabile (P_V - variabila dependentă și I - variabila independentă), deci avem o funcție de gradul II cu variabila I . Coeficientul termenului I^2 este $-r$ (negativ) deci graficul este o parabolă cu ramurile orientate în jos. Taieturile graficului funcției cu axele se obțin din condiția $P_V = 0 \Rightarrow I_1 = 0$ și $I_2 = \frac{E}{r}$.

Se calculează poziția maximumului $I_{Pmax} = -\frac{b}{2a} = -\frac{E}{-2r} = \frac{E}{2r}$

și valoarea maximă a funcției $P_{Vmax} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-E^2}{-4r} = \frac{E^2}{4r}$.



Din legea lui Ohm pentru întreg circuitul avem $I = \frac{E}{R_V + r}$, relația fiind valabilă pentru orice valoare a lui R_V , în particular și pentru valoarea corespunzătoare puterii maxime, când intensitatea curentului are valoarea particulară $I_{Pmax} = \frac{E}{2r}$.

$$I = I_{Pmax} \Rightarrow R_V = r$$

În concluzie P_{Vmax} se realizează atunci când $R_V = r$, iar expresia sa este $P_{Vmax} = \frac{E^2}{4r}$.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

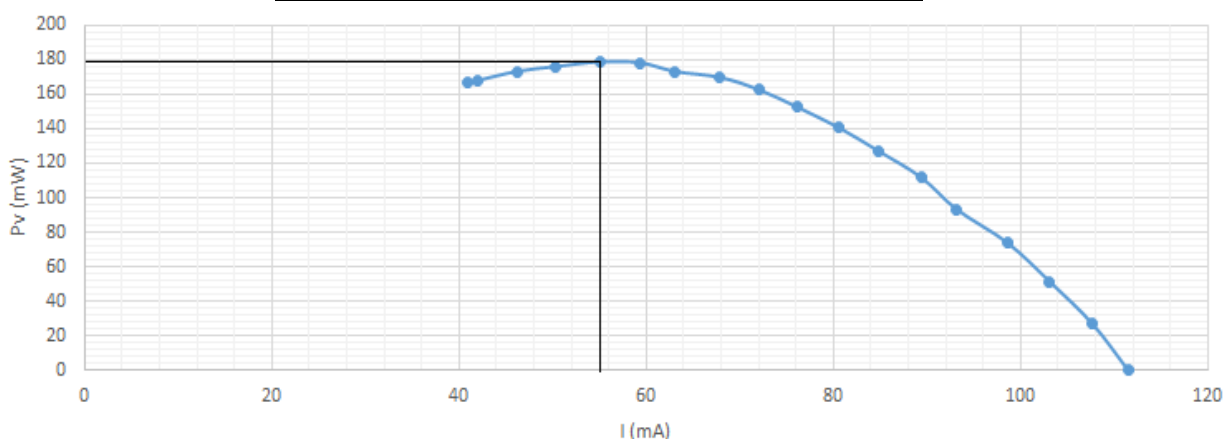
Se acceptă și soluția bazată pe calcularea puterii în funcție de R_V .

Pentru folosirea derivatelor – neconformă cerințelor/precizărilor enunțului problemei se deduc 0,25 puncte.

2 b) Determină experimental această putere maximă.2,5 puncte

Soluție: Se adaugă la tabel o coloană cu puterea $P_V = U_{R_V} I$ și se ridică graficul dependenței P_V în funcție de I , (asemănător cu graficul obținut teoretic). Din grafic se determină valorile P_{Vmax} și ale curentului corespunzător. Obs. graficul este orientativ.

Nr.măs.	I (mA)	U_r (V)	U_{R_V} (V)	P_V (mW)
1	111.5	5.43	0	0
2	107.7	5.23	0.25	26.925
3	103.1	5.01	0.5	51.55
4	98.6	4.78	0.75	73.95
5	93.2	4.52	1	93.2
6	89.4	4.35	1.25	111.75
7	84.8	4.12	1.5	127.2
8	80.5	3.91	1.75	140.875
9	76.2	3.7	2	152.4
10	72	3.5	2.26	162.72
11	67.9	3.28	2.5	169.75
12	63	3.07	2.75	173.25
13	59.4	2.88	3	178.2
14	55	2.66	3.25	178.75
15	50.3	2.45	3.5	176.05
16	46.2	2.25	3.75	173.25
17	42	2.04	4	168
18	41	1.99	4.06	166.46



$$\Rightarrow P_{Vmax, exp} = 178,75 \text{ mW}$$

$$I_{Pmax,exp} = 55 \text{ mA}$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

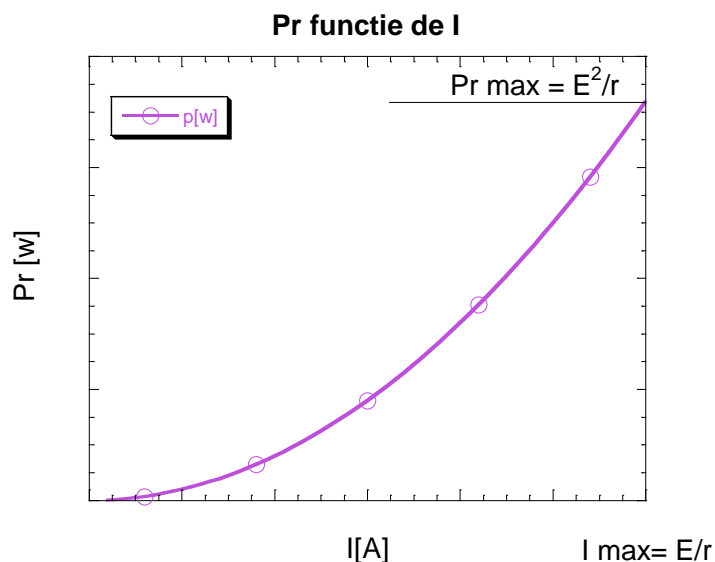
3. Determină tensiunea electromotoare E a sursei și valoarea rezistenței r , folosind rezultatele teoretice și experimentale obținute la punctele precedente.**total 2,00 puncte**

Soluție: Din rezultatele de la punctul anterior se știe că $P_{Vmax} = \frac{E^2}{4r}$ și $I_{Pmax} = \frac{E}{2r}$ teoretic, iar valorile acestora ($P_{Vmax, exp} = 178,75 \text{ mW}$ și $I_{Pmax, exp} = 55 \text{ mA}$) s-au citit din graficul experimental. Rezultă un sistem de două ecuații:

$$\begin{cases} P_{Vmax, exp} = \frac{E^2}{4r} = 178,75 \text{ mW} \\ I_{Pmax, exp} = \frac{E}{2r} = 55 \text{ mA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E = 6,5 \text{ V} \\ r = 59,1 \Omega \end{cases}$$

4. Exprimă teoretic și verifică experimental variația puterii debitate pe rezistorul r în funcție de intensitatea curentului. Calculează teoretic valoarea maximă a acestei puteri... **total 3,00 puncte**

Soluție: Puterea debitată pe rezistorul r este $P_r = I^2 r$. Este o funcție de gradul II cu graficul o parabolă simetrică ce trece prin origine

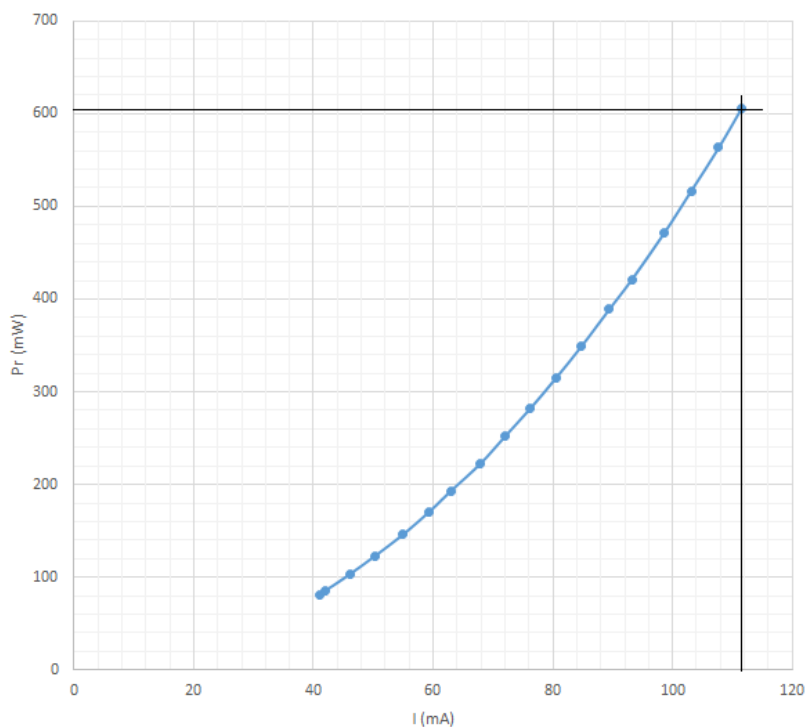


.....**1,00 puncte**

-
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pentru verificare se reprezintă grafic P_r în funcție de I folosind datele experimentale obținute. Se adaugă la tabel o coloană cu puterea $P_r = U_r I$ și se ridică graficul dependenței P_r în funcție de I

Nr.măs.	I (mA)	U_r (V)	U_{Rv} (V)	P_v (mW)	P_r (mW)
1	111.5	5.43	0	0	605.445
2	107.7	5.23	0.25	26.925	563.271
3	103.1	5.01	0.5	51.55	516.531
4	98.6	4.78	0.75	73.95	471.308
5	93.2	4.52	1	93.2	421.264
6	89.4	4.35	1.25	111.75	388.89
7	84.8	4.12	1.5	127.2	349.376
8	80.5	3.91	1.75	140.875	314.755
9	76.2	3.7	2	152.4	281.94
10	72	3.5	2.26	162.72	252
11	67.9	3.28	2.5	169.75	222.712
12	63	3.07	2.75	173.25	193.41
13	59.4	2.88	3	178.2	171.072
14	55	2.66	3.25	178.75	146.3
15	50.3	2.45	3.5	176.05	123.235
16	46.2	2.25	3.75	173.25	103.95
17	42	2.04	4	168	85.68
18	41	1.99	4.06	166.46	81.59



.....1,00 puncte

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Se acceptă și alte variante decât următoarele, justificate matematic, care să demonstreze dependența P_r în funcție de I^21,00 puncte

Exemplu 1:

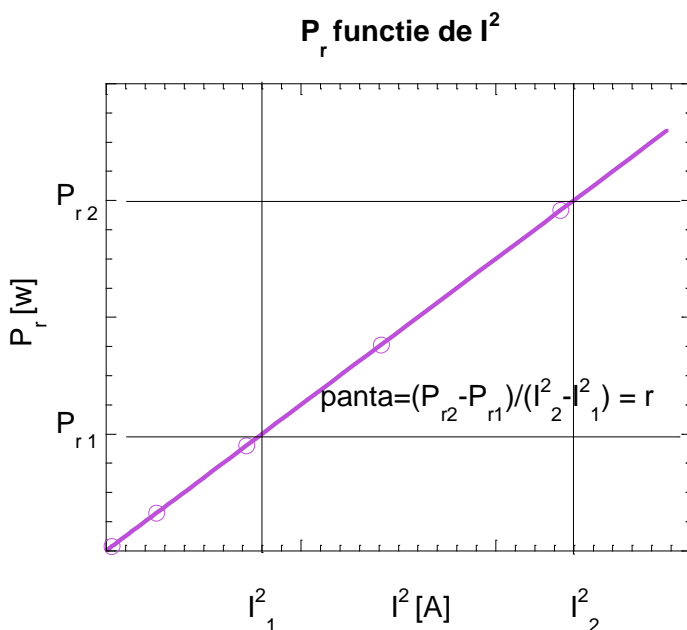
Se observă că graficul nu este liniar. Ca să se demonstreze că datele experimentale reprezintă o parabolă, se vor lua câteva valori experimentale ale lui P_r , se vor împărți la valoarea lui r determinată anterior și se va arăta că acest raport reprezintă chiar I^2 corespunzător valorii P_r folosite. De exemplu $P_r=0.72 \text{ W}$ (citit de pe grafic), $r=50\Omega$ (determinat anterior); $P_r/r=0.72/50=0.0144$. Această valoare este pătratul numărului 0.12 adică chiar intensitatea curentului corespunzător puterii $P_r=0.72 \text{ W}$. Se verifică acest lucru pentru câteva valori experimentale. Se concluzionează că P_r respectă dependența $P_r=I^2 r$.

Teoretic puterea maximă debitată pe r este $P_{r \max} = I^2 r = \left(\frac{E^2}{r^2}\right) r = \frac{E^2}{r}$

Se calculează numeric cu E și r deduse la punctul anterior, $P_{r \max} = \frac{E^2}{r} = \frac{6,5^2}{59,1} = 715 \text{ mW}$

Exemplu 2:

Variantă pentru justificarea dependentei patratice $P_r \sim I^2$: se calculează P_r cu valorile experimentale și se reprezintă în funcție de I^2 .



Se obține o dreaptă ce trece prin origine cu panta r . Deci P_r respectă dependența $P_r \sim I^2$.

Se calculează r din panta dreptei și apoi se calculează $P_{r \max}$ din expresia teoretică

$$P_{r \max} = I^2 r = \left(\frac{E^2}{r^2}\right) r = \frac{E^2}{r}$$

5. Descrie și justifică matematic o metodă grafică de determinare cu mare precizie a condiției de putere maximă debitată pe rezistorul R_V **total 6,00 puncte**

Soluție: Se exprimă puterea P_r debitată pe rezistorul fix r în funcție de I , $P_r = I^2 r$
 Dependența este o funcție de gradul II, graficul o parabolă simetrică cu vârful în origine.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

.....0,5 puncte

Se exprimă valorile acestei puteri pentru două valori particulare ale intensității curentului, care pot fi obținute experimental în circuitul realizat. Cele mai evidente valori particulare sunt cele care corespund intensității maxime din circuit, situație care se obține pentru

$$R_V = 0 \Rightarrow I_{max} = \frac{E}{r}$$

iar a doua valoare cea mai evidentă este aceea care corespunde puterii maxime pe R_V , adică

$$I_{P_{max}} = \frac{E}{2r}$$

Valorile puterii P_r corespunzătoare acestor intensități sunt:

$$P_{r,max} = I_{max}^2 r = \left(\frac{E}{r}\right)^2 r = \frac{E^2}{r} \dots\dots\dots 1,00 \text{ puncte}$$

și puterea P_r când $P_V = max$, adică pentru $I_{P_{max}} = \frac{E}{2r}$

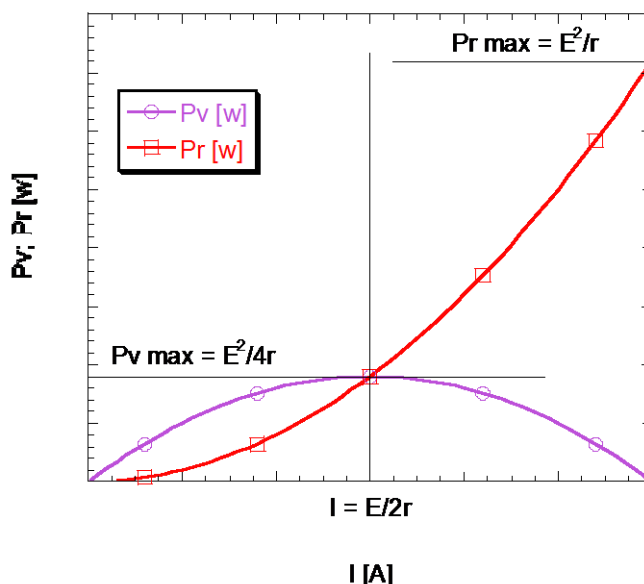
$$P_r, \left(\frac{E}{2r}\right) = I_{P_{max}}^2 r = \left(\frac{E}{2r}\right)^2 r = \frac{E^2}{4r} \dots\dots\dots 1,00 \text{ puncte}$$

Se observă că această putere P_r este egală chiar cu puterea maximă debitată pe R_V .

$$P_r, \left(\frac{E}{2r}\right) = P_{Vmax} \dots\dots\dots 1,00$$

puncte

Din punct de vedere matematic, lucrul acesta înseamnă că parabola $P_r = I^2 r$ trece prin punctul de coordonate $\frac{E}{2r}$ și $\frac{E^2}{4r}$. Dar acest punct este tocmai vârful parabolei puterii pe rezistența variabilă R_V . Cu alte cuvinte, cele două parabole se intersectează exact în maximul (vârful) parabolei care reprezintă puterea P_V pe rezistența variabilă.....1,50 puncte



.....1,00 puncte

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Deci pentru a determina cu mare precizie puterea maximă pe R_V și condițiile în care se realizează această putere se reprezintă grafic puterea pe R_V , respectiv pe r în funcție de I . Punctul de intersecție a celor două grafice furnizează cu mare precizie condițiile de maxim ale puterii P_V .

Observație: Dacă se încearcă determinarea condițiilor de maxim ale lui P_V numai din graficul P_V în funcție de I se obține o parabolă "largă" al cărui vârf ar fi relativ greu de stabilit, pe de altă parte, intersecția a două grafice se realizează într-un singur punct, fără ambiguități în ceea ce privește stabilirea coordonatelor sale. De aceea metoda intersecției este mai precisă decât metoda maximului simplu (a unei singure parabole).

Oficiu**2,00**
puncte

-
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
 2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.