

Olimpiada Națională de Fizică
 6-10.04.2014 Cluj-Napoca
 Proba practică
 Barem

XI

Proba A.

(1 p) Oficiu.

(4 p) Găsirea relației dintre poziția centrului de masă și parametrii măsurabili.

(varianta 1):

$-mga \sin \theta = I \varepsilon$, unde I este momentul de inerție față de punctul A iar a este distanța de la punctul O la centrul de masă.

$$-mga \sin \theta = I_A \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \text{ iar pentru unghiuri}$$

mici: $-mga \theta = I_A \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)$. Ecuația aceasta se

poate scrie: $\frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) + \frac{mga}{I_A} \theta = 0$ care este ecuația oscilatorului, cu $\omega^2 = \frac{mga}{I_A}$. Atunci

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I_A}{mga}}. I_A = I_{CM} + m(CA)^2. \text{ Pentru unghiuri mici } CA \cong r - a \text{ și atunci } I_A = I_{CM} + m(r - a)^2.$$

Pe de altă parte $I_O = mr^2 = I_{CM} + ma^2$ deci $I_{CM} = mr^2 - ma^2$. Vom avea în final:

$$I_A = mr^2 - ma^2 + m(r - a)^2 = 2mr^2 - 2mra$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_A}{mga}} = 2\pi \sqrt{\frac{2r(r - a)}{ga}}. \text{ De aici: } a = \frac{2r}{\frac{gT^2}{4\pi^2 r} + 2}$$

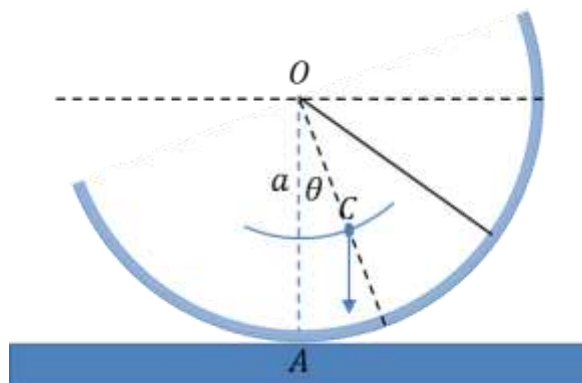
Ecuația de mișcare se putea scrie și față de centrul de masă, cu același rezultat (intervine în plus forța de frecare):

$$-mga \sin \theta + F_f(r - a) = I_{CM} \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right). \text{ Pe de altă parte } F_f \cong m\varepsilon(r - a) \text{ și vom avea:}$$

$$-mga \sin \theta + m(r - a)^2 = I_{CM} \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \text{ sau } -mga \sin \theta = I_A \frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta}{dt} \right), \text{ ecuația de plecare de mai sus.}$$

Teoria (varianta 2):

Dacă energia potențială poate fi scrisă ca $E_p = \frac{Aq^2}{2}$ iar cea $E_c = \frac{B \left(\frac{dq}{dt} \right)^2}{2}$, mișcarea este oscilatorie armonică și $T = 2\pi \sqrt{\frac{B}{A}}$.



Minimul energiei potențiale în CM la echilibru.

$$E_p = mga(1 - \cos\theta), \quad E_p = mga\left(1 - \left(1 - \sin^2\theta\right)^{1/2}\right) = mga\left(1 - 1 + \frac{1}{2}\sin^2\theta\right), \text{ dacă unghiul este mic.}$$

$$E_p = \frac{mga\theta^2}{2}, \text{ din aceleași considerente.}$$

Mișcarea este de rotație în jurul axei A: $E_c = \frac{I_A\omega^2}{2}$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mga}}, \text{ ca și mai sus.}$$

Energia cinetică se mai putea scrie și ca energia cinetică de translație a centrului de masă + energia de rotație în jurul centrului de masă: $E_c = \frac{mv_{CM}^2}{2} + \frac{I_{CM}\omega^2}{2}$. Însă $v_{CM} \equiv \omega(r-a)$ și vom avea:

$$E_c = \frac{m(r-a)^2\omega^2}{2} + \frac{I_{CM}\omega^2}{2} = \frac{I_A\omega^2}{2}$$

(1 p) Descrierea măsurătorilor cu precizarea condițiilor de lucru. Punctajul maxim se obține pentru măsurarea la unghiuri mai mici de 5 grade, a minim 10 oscilații, și repetarea măsurătorilor de minimum trei ori.

(4 p) Tabelele cu datele experimentale. Calculul erorilor, scrierea erorilor și a rezultatelor experimentale cu numărul de cifre semnificative corespunzător. Indicarea surselor de erori.

Numărul de oscilații complete: N

Nr. Crt.	t_i (s)	$T_i (= t_i/N)$ (s)	\bar{T} (s)	ΔT_i (s)	$\overline{\Delta T}$ (s)
1	-	-	-	-	-
2	-	-		-	
3	-	-		-	

$$T = \bar{T} \pm \overline{\Delta T} \quad \bar{a} = \frac{2r}{\frac{g\bar{T}^2}{4\pi^2r} + 2}$$

Folosim:

$$C = A + B \rightarrow \Delta C = \Delta A + \Delta B$$

$$D = \frac{A^\alpha B^\beta}{C^\gamma} \rightarrow \frac{\Delta D}{D} = \alpha \frac{\Delta A}{A} + \beta \frac{\Delta B}{B} + \gamma \frac{\Delta C}{C}$$

Rezultă:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta r}{r} + \frac{\frac{g\bar{T}^2}{4\pi^2r} \left(\frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\overline{\Delta T}}{\bar{T}} + 2 \frac{\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta r}{r} \right)}{\frac{g\bar{T}^2}{4\pi^2r} + 2}, \text{ unde } \Delta g = 0.01 \text{ m/s}^2, \Delta r = 1\text{mm}, \dots$$

$$a = \bar{a} \pm \Delta a$$

Proba B.

(1 p) Oficiu.

(3 p) Prezentarea fenomenelor fizice implicate (bătăi și unde staționare) și a relațiilor ce permit calcularea frecvenței celor două unde sonore.

$$y = 2A_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \sin \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \quad (\text{compunerea oscilațiilor paralele de frecvențe puțin diferite})$$

$$\text{Din bătăi: } v_b = v_2 - v_1 \Rightarrow v_2 - v_1 :$$

Pentru unda staționară din tub: din experiment se măsoară $\lambda/2$; $c = \lambda \cdot v$, unde $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 .$$

$$v_1 + v_2 = 2v = 2 \frac{c}{\lambda} \quad \text{Din cele două rezultate se calculează } v_1 \text{ și } v_2 .$$

(3 p) Calcularea frecvenței bătăilor cu ajutorul datelor experimentale: punctajul maxim se obține pentru măsurarea a minim 10 bătăi, și repetarea măsurătorilor de minimum trei ori. Frecvențele utilizate au fost 1326 Hz și 1327.7 Hz. Punctajul maxim se acordă pentru v_b în intervalul 1.70 ± 0.04 Hz.

Nr. Crt.	t_{bi} (s)	$v_{bi} (=N / t_{bi})$ (Hz)	v_b (Hz)	Δv_{bi} (Hz)	$\overline{\Delta v_b}$ (s)
1	-	-	-	-	-
2	-	-		-	
3	-	-		-	

$$v_b = \bar{v}_b \pm \overline{\Delta v_b}$$

(3 p) Calcularea lungimii de undă a unei staționare din datele experimentale. Punctajul maxim se acordă pentru $\frac{\lambda}{2}$ în intervalul 12.9 ± 2 mm (se pot măsura 5 intervale $\frac{\lambda}{2}$).

x_1 = poziția primului maxim (minim); x_2 = poziția maximului (minimului) N ;

Nr. Crt.	x_{1i} (cm)	x_{2i} (cm)	$\lambda_i / 2 (= (x_{2i} - x_{1i}) / N)$ (cm)	$\bar{\lambda} / 2$ (cm)	$\Delta \lambda_i / 2$ (cm)	$\overline{\Delta \lambda} / 2$ (cm)
1	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-		-	
3	-	-	-		-	

$$\bar{v} \left(= \frac{v_1 + v_2}{2} \right) = \frac{c}{\bar{\lambda}} = \frac{c}{2(\bar{\lambda} / 2)} \dots$$

$$v = \bar{v} \pm \Delta \bar{v}, \text{ unde } \Delta \bar{v} = \bar{v} \left(\frac{\Delta c}{c} + \frac{\overline{\Delta \lambda}}{\bar{\lambda}} \right)$$

Din $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ și $\bar{v}_b = v_2 - v_1$ rezultă v_1 și v_2, \dots