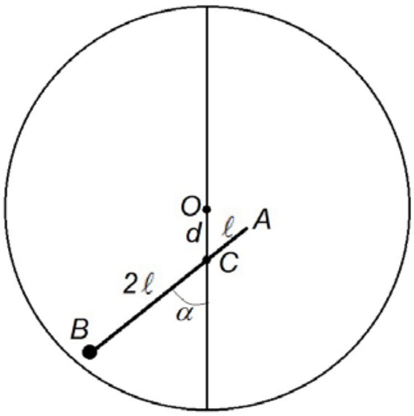
Problema I (10 puncte)

A. Oscilator învârtit



Un disc cu raza R dispus orizontal se roteşte cu viteza unghiulară constantă Ω în jurul axei verticale proprii fixe ce trece prin punctul O din figura alăturată. La distanţa d faţă de centrul discului este prins un alt ax vertical, solidar cu discul şi care trece prin C.

O bară rigidă AB, de masă neglijabilă şi lungimea 3ℓ ($\ell < d$ şi $2\ell < R - d$) se poate roti în plan orizontal, pe faţa discului, fără frecare. Bara se roteşte faţă de axul vertical ce trece prin C, astfel încât $AC = \ell$ şi $BC = 2\ell$. La capătul B al barei se află un corp sferic cu rază r foarte mică ($r << \ell$) şi de masă m.

Ai în vedere că pentru mişcarea de rotaţie, relaţia analoagă cu $F = m \cdot a$ este $M = J \cdot \varepsilon$; M reprezintă momentul forţelor care acţionează asupra corpului rotit faţă de centrul de rotaţie. În expresia de mai sus ε este variaţia în timp a vitezei unghiulare, iar J este momentul de inerţie faţă de axa de rotaţie. Pentru un punct material cu masa m, care se află la distanţa a faţă de centrul de rotaţie, momentul de inerţie are expresia $J = m \cdot a^2$. Momentul de inerţie este o mărime aditivă ca şi masa, astfel că pentru o colecţie de puncte materiale momentul de inerţie al ansamblului este suma momentelor de inerţie ale părţilor componente.

a. Determină expresia momentului forţei care acţionează asupra barei faţă de axul ce trece prin punctul C, în situaţia când aceasta este înclinată cu unghiul α ($\alpha << 1\,rad$) faţă de direcţia OC. Consideră că pentru unghiuri α foarte mici $\sin\alpha \cong \alpha$ şi $\cos\alpha \cong 1$.

b. Dedu expresia perioadei micilor oscilaţii ale barei. (Bara AB oscilează cu amplitudinea unghiulară α foarte mică).

c. Pe bară, sunt dispuse $3n+1$ corpuri sferice de raze foarte mici şi de aceeaşi masă m. Două dintre corpurile sferice sunt fixate în cele două capete ale barei, iar celelalte sunt fixate echidistant pe bară (la distanţe ℓ/n). Determină expresia momentului forţei care acţionează asupra barei faţă de axul care trece prin C, în situaţia când ea este înclinată cu unghiul α faţă de direcţia OC.

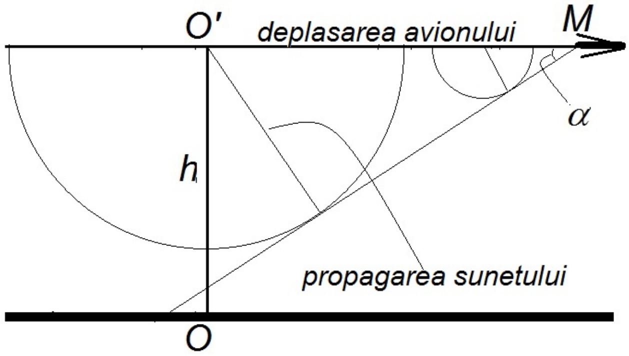
d. Determină expresia perioadei micilor oscilaţii ale barei cu cele $3n+1$ corpuri sferice foarte mici.

Dacă îţi sunt utile, poţi folosi sumele $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n\cdot(n+1)}{2}$; $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n\cdot(n+1)\cdot(2n+1)}{6}$.

1. *Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.*
2. *În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele.*
3. *Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
4. *Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.*
5. *Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.*

B. Supersonic

Un avion supersonic se deplasează de-a lungul unei drepte orizontale la altitudinea h deasupra solului. Viteza v a avionului este mai mare decât viteza sunetului în aer c. Sunetul emis de avion atunci când acesta se află în punctul M în care a ajuns la momentul t este perceput de un observator imobil aflat în punctul O la momentul T. Originea timpului este momentul în care avionul se află în O', pe verticala punctului O.



a. Determină expresia unghiului α făcut de unda de şoc cu direcţia de deplasare a avionului.

b. Dedu expresia timpului T_{Ob} care se scurge între momentul trecerii avionului prin verticala observatorului şi momentul în care acesta percepe sunetul avionului.

c. Determină expresia funcţiei $T = T(t)$, arată că are un minim (t_0, T_0) şi determină coordonatele acestui minim.

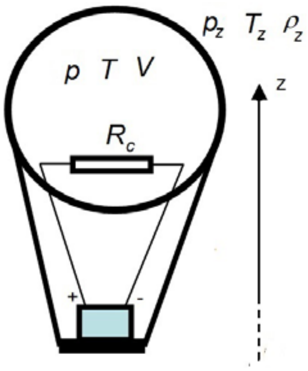
d. Luând în considerare sunetul emis de avion în timpul unui interval scurt de timp Δt din vecinătatea lui t_0 explică de ce sunetul care ajunge în O în această situaţie este perceput ca o undă de şoc – ca un „bang” sonic.

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema a II-a (10 puncte)

Baloane sondă

A. Balon umplut cu aer



Un balon sondă este alcătuit dintr-o membrană perfect elastică şi care nu permite schimb de căldură cu mediul exterior. Balonul conţine o masă de aer m care ocupă volumul V şi o plită electrică având rezistenţa electrică R_C şi volumul neglijabil. Temperatura T şi presiunea p a masei m de aer sunt considerate uniforme în tot balonul.
Sub balon este plasată o nacelă de volum neglijabil ce conţine o sursa electrică. Masa balonului şi a nacelei cu toate accesoriile este M.
La altitudinea z la care se află balonul temperatura este T_Z, presiunea p_Z şi densitatea aerului ρ_Z. Consideră un sistem de referinţă cu axa verticală Oz orientată vertical de jos în sus şi cu originea la nivelul solului. Temperatura T_Z descreşte până la altitudinea de $11 km$ şi rămâne constantă pentru altitudini mai mari. Presiunea p_Z se determină din legile gazului ideal aflat la echilibru mecanic şi termic.
Consideră că acceleraţia gravitaţională este g şi constanta universală a gazelor ideale este R. Gazul din balon este aer atmosferic considerat gaz ideal, având coeficientul adiabatic $\gamma = C_p/C_V$ şi masa molară μ.

Sarcina de lucru nr. 1

1.a. Stabileşte relaţia între T şi T_Z pentru ca balonul să se ridice lent.

La o deplasare foarte mică a balonului forţele de presiune produc totodată şi o deformare a acestuia. Consideră că se poate calcula lucrul mecanic elementar în cursul deplasării foarte mici ca suma algebrică a două lucruri mecanice: unul corespunde deformării balonului la presiune constantă, iar celălalt corespunde deplasării balonului la volum constant în atmosferă (acest al doilea lucru este egal cu lucrul mecanic produs de forţa arhimedică).

1.b. Scrie expresia generală a primului principiu al termodinamicii, aplicat masei m, la o ascensiune elementară Δz cu viteză constantă.

1.c. Pentru o ascensiune elementară Δz în cursul căreia temperatura gazului din balon T se menţine constantă datorită sursei electrice, determină expresia energiei elementare ΔW_{el} furnizată de sursa electrică. Consideră că pentru deplasări mici Δz presiunea atmosferică scade liniar cu Δz, adică $\Delta p_Z = -\rho_Z \cdot g \cdot \Delta z$. Exprimă rezultatul în funcţie de $M, m, g, \Delta z$. Este posibilă mişcarea analizată şi pentru $z < 11 Km$? Justifică răspunsul.

B. Balon umplut cu heliu

În cele ce urmează, consideră că s-a scos rezistenţa din balon, s-a renunţat la nacelă, şi că masa membranei balonului este neglijabilă. Aerul din balon a fost înlocuit cu heliu.

Pentru evitarea confuziilor, notează în continuare cu indicele B toate mărimile care se referă la gazul din balon şi cu indicele A toate mărimile care se referă la aerul atmosferic. Astfel, heliul are masa molară μ_B, coeficientul adiabatic γ_B şi se distinge de aerul atmosferic care are masa molară μ_A, coeficientul adiabatic γ_A. Notează cu η raportul căldurilor molare la presiune constantă ale aerului şi heliului $\eta = C_{pA}/C_{pB}$. Atunci când balonul se află la nivelul Pământului, temperatura sa este $T_B(0) = T_0$ aceeaşi cu temperatura atmosferei la această înălţime. Notează cu $T_B(z)$ temperatura heliului din balonul aflat la înălţimea z şi cu $T_A(z)$ temperatura aerului atmosferic la aceeaşi înălţime. Consideră că aerul atmosferic evoluează de asemenea adiabatic. Rata de variaţie a temperaturii aerului Γ_A este definită ca $\Gamma_A = \Delta T_A/\Delta z$ pentru variaţii foarte mici ale temperaturii şi înălţimii.

Dacă îţi este necesar, ai în vedere că pentru y, $0 < y << 1$ este validă relaţia $(1+y)^n \cong 1 + \alpha \cdot y$.

Sarcina de lucru nr. 2

2.a. Determină expresia dependenţei temperaturii aerului atmosferic de înălţimea z. Exprimă rezultatul ca funcţie de μ_A, g, T_0 şi γ_A.

Presupune cunoscut că expresia dependenţei temperaturii heliului de înălţimea z este

$$T_B = T_0 \cdot \left(\frac{T_0 + \Gamma_A \cdot z}{T_0}\right)^{\eta}$$

2.b. Determină expresia înălţimii z_E la care balonul se află în echilibru. Exprimă rezultatul în funcţie de $\Gamma_A, T_0, \mu_A, \mu_B$ şi η.

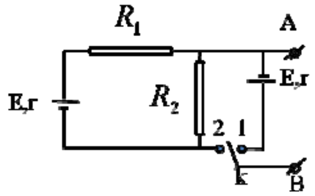
2.c. Dedu condiţia de apariţie a oscilaţiei balonului pe verticală, în jurul poziţiei de echilibru

2.d. Determină expresia pulsaţiei micilor oscilaţii ale balonului în jurul poziţiei de echilibru. Exprimă rezultatul în funcţie de $g, T_0, C_{pA}, \mu_A, \mu_B$ şi η.

1. *Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.*
2. *În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele.*
3. *Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.*
4. *Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.*
5. *Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.*

Problema a III-a (10 puncte)

Rezistență . . . .

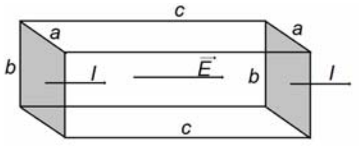


Consideră circuitul electric din figura alăturată. Întrerupătorul k poate face contact succesiv pe poziţia 1 sau 2. Între bornele A şi B se poate conecta fie un voltmetru cu rezistenţa internă $R_V = 1\,K\Omega$, fie un ampermetru cu rezistenţa internă $R_A = 10\,\Omega$.

Folosind valorile măsurate de către cele două instrumente, atunci când sunt conectate succesiv între bornele A şi B, determină valorile caracteristice ale elementelor circuitului din figură (E, r, R_1, R_2).

Atunci când sunt cuplate, instrumentele indică valorile :
pentru k în poziţia 1: $U_1 = 8{,}96\,V$; $I_1 = 600\,mA$
pentru k în poziţia 2: $U_2 = 2{,}29\ V$; $I_2 = 10{,}74\ mA$.

şi magnetorezistență



A. Prin măsurarea intensităţii curentului electric I care curge între perechea de feţe paralele ale unui paralelipiped datorită aplicării unei diferenţe de potenţial U se poate determina valoarea conductivităţii electrice a materialului conductor omogen şi izotrop din care este construit paralelipipedul. Trecerea curentului electric prin paralelipiped se datorează mişcării electronilor mobili din material prin reţeaua fixă de ioni care constituie solidul. Electronii mobili, care au concentraţia n, sarcina electrică $-e$ şi masa m, ciocnesc ocazional ionii ficşi din reţea cedându-le energie cinetică. O descriere a mişcării reale a electronilor (care este o mişcare haotică, termică) este foarte complicată. Dar, la aplicarea unui câmp electric extern, toţi electronii dobândesc acceleraţii egale şi prin urmare o viteză suplimentară. Ca urmare, apare o „componentă ordonată" a mişcării haotice a electronilor. Această componentă ordonată a vitezei de deplasare a electronilor, viteza de drift $\vec{v}$, poate fi corelată cu intensitatea curentului electric. Într-un model simplificat vei considera că electronul, care are iniţial viteză nulă este accelerat un timp τ, după care se ciocneşte cu un ion din reţea căruia îi transferă întreaga energie cinetică acumulată în cursul deplasării în timpul τ. În continuare, electronul îşi reia mişcarea plecând cu viteză nulă până când, după timpul τ, suferă o nouă coliziune şi aşa mai departe. Consideră că electronii nu interacţionează între ei. Viteza medie a electronului în acest proces este egală cu viteza de drift.

Dacă îţi este necesar, ai în vedere că $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \dfrac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$

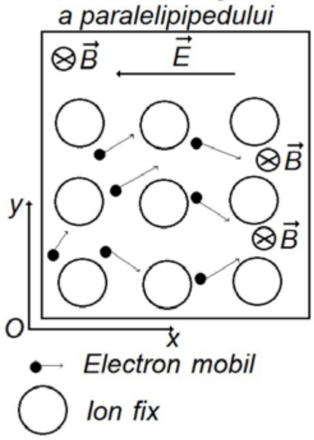
Sarcina de lucru nr. 1

1.a. Determină expresia vitezei de drift ca funcţie de intensitatea câmpului electric extern aplicat $\vec{E}$, de timpul τ dintre două ciocniri succesive ale electronului cu ionii reţelei şi de caracteristicile $-e$, m ale electronului.

1.b. Densitatea de curent prin probă, în modelul simplu prezentat mai sus, este determinată de viteza de drift dobândită de electroni în câmpul electric extern $\vec{E}$. Arată că legea Ohm scrisă pentru o rezistenţă paralelipipedică cu dimensiunile a, b, c (ca în figura de mai sus) permite determinarea expresiei conductivităţii electrice ca funcţie de $-e$, m, τ.

B. Magnetorezistenţa este un fenomen galvanomagnetic care constă în variaţia conductivităţii electrice σ la aplicarea unui câmp magnetic transversal. Rezistenţa electrică $R = U/I$ a paralelipipedului se modifică dacă perpendicular pe altă pereche de feţe a paralelipipedului se aplică un câmp magnetic uniform cu inducţia $\vec{B}$ - ca în figură ($\vec{B} \,||\, Oz \,||\, latura\ a$). Corespunzător, apare o variaţie a conductivităţii electrice de la valoarea $\sigma(0)$, măsurată în absenţa câmpului magnetic, la valoarea $\sigma(B)$, măsurată în prezenţa câmpului magnetic. Abaterea relativă a conductivităţii datorită câmpului magnetic $\Delta\sigma/\sigma = [\sigma(B) - \sigma(0)]/\sigma(0)$ respectă o relaţie de forma $\Delta\sigma/\sigma = \alpha \cdot B^{\beta}$ în care α şi β sunt constante reale.

Secţiune prin probă paralelă cu faţa bXc a paralelipipedului



Sarcina de lucru nr. 2

2.a. Folosind modelul prezentat la partea *A* determină expresiile componentelor vitezei de drift în prezenţa unui câmp magnetic în sistemul de coordonate din figura de mai sus. Exprimă răspunsurile în funcţie de E, B, e, m, τ.

2.b. Densitatea de curent în probă este determinată de componenta vitezei de drift *paralelă* cu câmpul electric aplicat. Presupunând că inducţia câmpului magnetic aplicat este mică – astfel încât $B \cdot e \cdot \tau/m << 1$ şi $(B \cdot e \cdot \tau/m)^4 = 0$, determină valorile constantelor α şi β. Exprimă rezultatele ca funcţii de e, m, τ.

Dacă îţi este necesar ai în vedere că pentru unghiuri α, $0 < \alpha << 1\ rad$, astfel încât α^4 să poată fi considerat nul, este validă relaţia $\sin\alpha = \alpha - \dfrac{\alpha^3}{6}$.

© Subiecte propuse de

Conf. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de fizică, Universitatea Bucureşti

Profesor Ioan POP - Colegiul Naţional „Mihai Eminescu", Satu Mare

Profesor Ion TOMA - Colegiul Naţional „Mihai Viteazul", Bucureşti