Proba Teoretică
Barem

Subiect 1	Parțial	Punctaj
Barem subiect 1		10
Sarcina de lucru 1		4,50
a)		1,75

a)

Deoarece incidența este normală, planul fantei va coincide cu o suprafață de undă a undei incidente plane. Punctele suprafeței de undă din planul fantei devin, în acord cu principiul Huygens - Fresnel, surse de unde secundare sferice, coerente şi în fază. Împărțind aria fantei în fâşii cu lățimea foarte mică, toate având aceeaşi arie, atunci fiecare fâşie poate fi considerată ca o sursă de unde secundare, fazele, frecvența şi amplitudinile lor a_0 fiind egale.

Pentru razele difractate de marginile fantei (Fig. 1), sub acelaşi unghi θ față de normala la paravan, diferența de drum optic este

$$\delta = a\sin\theta ,$$ 0,25

iar diferența de fază

$$\varphi = k\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a\sin\theta .$$ 0,25

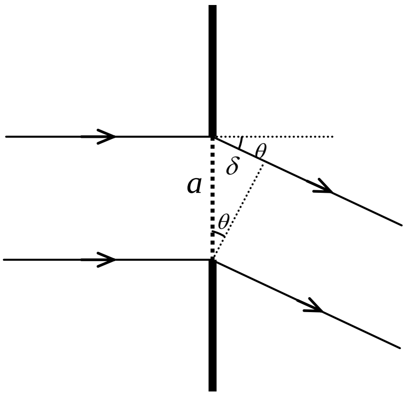


Fig. 1

Pentru razele difractate pe direcția fasciculului incident, amplitudinea rezultantă este $A_0 = Na_0$, unde N este numărul de surse secundare.

Pentru razele difractate sub unghiul θ față de normala la paravan, amplitudinea rezultantă este dată de diagrama fazorială din Fig. 2, unde lanțul de fazori corespunzând undelor emise de fiecare sursă secundară se transformă dintr-un contur poligonal într-un arc de cerc, care subîntinde un unghi la centrul cercului egal cu φ.

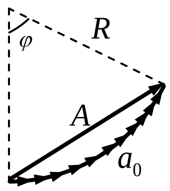


Fig. 2

Prin urmare:

$$A = 2R\sin\frac{\varphi}{2} ,$$ 0,25

iar

$$R = \frac{Na_0}{\varphi} = \frac{A_0}{\varphi} ,$$ 0,25

aşa încât

$$A = A_0 \frac{\sin\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} .$$ 0,25

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Proba Teoretică
Barem

În concluzie

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} \right)^2 .$$

0,25

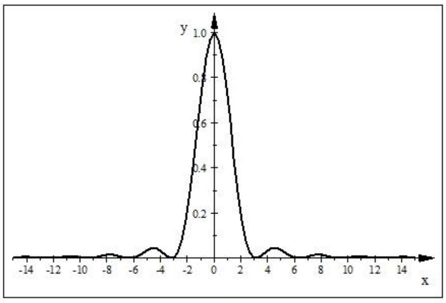


Fig. 3

Maximul central (v. Fig. 3) se obține pentru $\theta = 0$ şi are valoarea $I = I_0$, în timp ce minimele ($I_{\min} = 0$) se obțin pentru $\sin\frac{\varphi}{2} = 0$, adică pentru $\varphi_m = 2m\pi,\ m \in \mathbb{Z}^*$, deoarece pentru $m = 0$ se obține maximul central. Ținând cont de expresia pentru diferența de fază, condiția de formare a minimelor devine

$$a \sin\theta_m = m\lambda .$$

0,25

Observații:

- *Maximele secundare, mărginite de două minime vecine, au lățimea* λ / a, *iar maximul central are lățimea dublă,* $2\lambda / a$;
- *Cu cât* a *scade, lățimea maximului central crește, astfel încât pentru* $a \approx \lambda$, $\theta_1 \approx \frac{\pi}{2}$, *adică maximul central se va întinde pe tot ecranul.*

b) Admițând că maximele secundare sunt simetrice, ele se realizează pentru

$$a \sin\theta_m = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda ,$$

0,25

de unde

$$\varphi_{\max} = (2m+1)\pi ,$$

0,25

ceea ce înseamnă că intensitatea lor relativă va fi

$$\frac{I_m}{I_0} = \left(\frac{2}{(2m+1)\pi} \right)^2 .$$

0,25

În concluzie, $\frac{I_1}{I_0} = \frac{4}{9\pi^2} = 0,045$, $\frac{I_2}{I_0} = \frac{4}{25\pi^2} = 0,016$ şi $\frac{I_3}{I_0} = \frac{4}{49\pi^2} = 0,008$.

3x0,25

2,00

Intensitatea relativă a maximului central este

$$\frac{I_0}{I_{tot}} = \frac{I_0}{I_0 + \sum_{m=1}^{\infty} I_m} = \frac{1}{1 + \frac{\sum_{m=1}^{\infty} I_m}{I_0}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2}} = \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 \right)} = \frac{2\pi^2}{3\pi^2 - 8} .$$

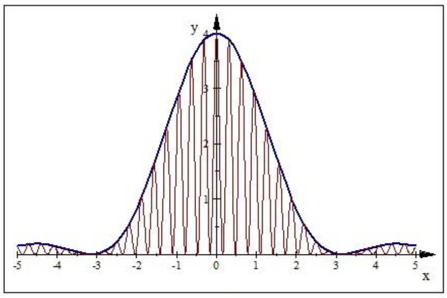
0,25

Numeric, $\frac{I_0}{I_{tot}} = 91,35\%$.

0,25

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Proba Teoretică
Barem

c) Lărgimea imaginii fantei este $$\Delta y = a + 2L\theta_1 = a + 2L\frac{\lambda}{a} = 10{,}1\ \text{mm} \cong 1\ \text{cm},$$ iar lungimea ei $$\Delta x = l + 2L\theta_1' = l + 2L\frac{\lambda}{l} = 1{,}01\ \text{cm} \cong 1\ \text{cm}.$$	2x0,25 0,25	**0,75**
Sarcina de lucru 2		**4,50**
a) Figurile de difracție produse de fiecare fantă se suprapun, dar, în plus, fasciculele difractate de fiecare fantă interferă. Prin urmare, dacă distanța dintre centrele celor două fante este $d = a + b$, atunci diferența de fază dintre undele coerente care provin de la cele două fante este $$\varphi_d = k\delta_d = \frac{2\pi}{\lambda} d\sin\theta,$$ unde θ este unghiul de difracție. Deoarece intensitatea fiecăreia dintre cele două unde care interferă este cea dată de difracția pe o fantă $$I_a = I_0\left(\frac{\sin\frac{\varphi_a}{2}}{\frac{\varphi_a}{2}}\right)^2,$$ atunci intensitatea totală a undelor care interferă este $$I_d = I_a + I_a + 2\sqrt{I_a \cdot I_a}\cos\varphi_d = 2I_a\left(1+\cos\varphi_d\right) = 4I_a\cos^2\frac{\varphi_d}{2}.$$ Prin urmare, figura de interferență va fi modulată de figura de difracție (Fig. 3). Maximele de interferență se obțin pentru $\cos\frac{\varphi_d}{2} = \pm 1$, adică $\varphi_d = 2m\pi$, de unde rezultă că $$d\sin\theta_m = m\lambda,$$ care este tocmai condiția cerută.  Fig. 4	0,25 0,25 0,25 0,25	**1,00**
b) Maximele de interferență care pot fi observate sunt cele care nu se suprapun peste minimele de difracție. Din condiția pentru obținerea maximelor de interferență $d\sin\theta_m = m\lambda$ și cea pentru obținerea minimelor de difracție $a\sin\theta_m = m'\lambda$, rezultă că $$m = m'\frac{d}{a} = 16m',\ m' = \pm 1,\ \pm 2\dots.$$	0,25	**0,75**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Proba Teoretică
Barem

Aşadar dispar maximele de interferență de ordinele $\pm 16,\ \pm 32,\ \pm 48$ etc. În concluzie, în interiorul maximului principal de difracție se formează, împreună cu maximul de ordin zero de interferență, un număr de maxime egal cu $$2\left(\left[\frac{d}{a}\right]-1\right)+1=2\left[\frac{d}{a}\right]-1=2\cdot 16-1=31,$$ iar în interiorul maximelor secundare de difracție, care au lărgimea egală cu jumătatea lărgimii maximului principal, se formează un număr de 15 maxime de interferență egal cu $$\left[\frac{d}{a}\right]-1=16-1=15.$$	0,25 0,25	
c) Din condiția de maxim de interferență, $d\sin\theta_m = m\lambda$ şi de minim de difracție, $a\sin\theta_m = m'\lambda$, rezultă că numărul teoretic de maxime de interferență este: $$2m_{\max}+1=2\left[\frac{d}{\lambda}\right]+1=6401.$$ Cu toate acestea, deoarece dispare un număr de maxime egal cu numărul total al minimelor nule de difracție $$2m_{\max}'=2\left[\frac{a}{\lambda}\right]=400,$$ atunci numărul de maxime de interferență care se pot observa este $$2m_{\max}+1-2m_{\max}'=6001.$$ În condițiile de mai sus, dacă toate aceste maxime ar fi observabile, numărul de maxime secundare de difracție observabile ar fi $\frac{6001-31}{15}=398$, adică câte 199 de o parte şi de alta a maximului central. Numărul de maxime de interferență care se observă experimental este egal cu $31+4\cdot 15=91$.	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	**1,25**
d) Dacă s este distanța dintre două maxime de interferență vecine, măsurată pe un ecran plasat în planul focal imagine al lentilei, atunci condiția de observabilitate a acestora este $$s=f\Delta\theta\geq s_{\min},$$ unde $s_{\min}$ este distanța minimă dintre două puncte vecine de pe ecran care pot fi observate ca fiind distincte, atunci când se află la distanța δ de ochi: $$s_{\min}=\delta\cdot\beta_{\min}=7{,}5\cdot 10^{-5}\ \text{m}.$$	0,25 0,25	**1,50**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Proba Teoretică
Barem

Distanța unghiulară $\Delta\theta$ dintre două maxime vecine rezultă din scrierea condițiilor pentru maximele de interferență $$\begin{cases} d\cdot\theta_m = m\lambda \\ d\cdot(\theta_m+\Delta\theta) = (m+1)\lambda \end{cases},$$	0,25	
de unde $$\Delta\theta = \frac{\lambda}{d} = 3{,}125\cdot 10^{-4}.$$	0,25	
Prin urmare $$f \geq \frac{\delta\beta_{\min} d}{\lambda} = 24\ \text{cm}.$$	2x0,25	
Oficiu		**1**

Problemă propusă de
Conf. univ. dr. Sebastian POPESCU, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iaşi

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.