

Olimpiada Națională de Fizică

Vaslui 2015

Proba teoretică

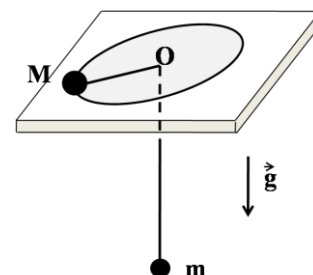
XI

Problema I

A. Corpurile din figură sunt legate între ele printr-un fir inextensibil cu masa neglijabilă. Corpul cu masa M se rotește în plan orizontal, fără frecare, cu viteză unghiulară constantă, având perioada de rotație T_0 . La celălalt capăt al firului se suspendă un corp de masă m care se poate mișca doar pe verticală în câmp gravitațional uniform, accelerația gravitațională fiind g .

Arătați că mișcarea sistemului în situația dată este staționară și stabilă. **(1 p)**
Perturbând ușor sistemul (se deplasează corpul cu masa m pe verticală, pe o distanță mult mai mică decât raza cercului descris de către corpul cu masa M), determinați perioada micilor oscilații ale acestuia. **(3 p)**

Pentru ce valori ale raportului maselor sistemului, perioada oscilațiilor sistemului, T_{osc} este multiplu întreg al perioadei T_0 de rotație a sistemului la echilibru? **(1 p)**



Observația 1: Pentru caracterizarea mișcării de rotație a unui corp față de o axă se utilizează mărimea fizică vectorială $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, numită moment cinetic, sau moment al impulsului. Ecuația de mișcare a corpului se scrie

$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, unde \vec{M} este momentul rezultat al forțelor care acționează asupra corpului în raport cu aceeași axă de rotație.

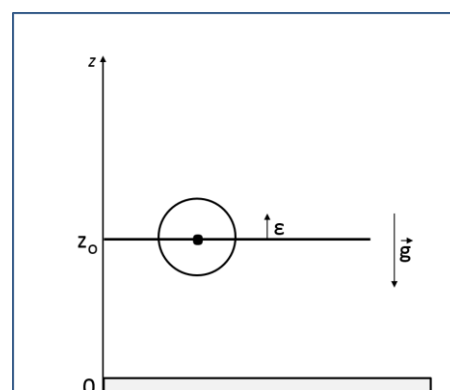
Observația 2: Dacă este utilă se poate utiliza aproximația Bernoulli: $(1+x)^n \cong 1+nx$, dacă $x \ll 1$.

B. Un mic balon sferic ce are volumul V constant, conține o masă m de gaz ideal cu masa molară μ . Gazul din balon este permanent în echilibru termic cu aerul din încăperea. Considerăm masa balonului neglijabilă. Balonul se află, în echilibru mecanic, într-o încăperea în care temperatura aerului variază cu înălțimea, de la podea la plafon, după legea $\frac{dT}{dz} = c$, unde c este o constantă pozitivă. Balonul se află în echilibru la înălțimea z_0 a centrului balonului față de podea. Fie T_0 și ρ_0 temperatura și densitatea gazului la înălțimea de echilibru.

1. Presupunând că presiunea gazului din balon este uniformă, arată că la părăsirea poziției de echilibru balonul efectuează oscilații în jurul acestei poziții și determină pulsația ω_0 a acestuia. **(2 p)**

2. Considerând că presiunea aerului din încăperea variază cu altitudinea după legea: $p(z) = p_0 - \rho g(z - z_0)$, calculează noua pulsație a balonului ω . **(2 p)**

Variațiile de presiune și de temperatură sunt foarte mici față de valorile lor măsurate la nivelul de echilibru.



problemă propusă de

prof. Ion TOMA, CN Mihai Viteazul, București

prof. Ioan POP, CN Mihai Eminescu, Satu Mare

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema a II-a**I. Model pentru rezistență (3 p)**

Un cilindru drept confecționat dintr-un material cu conductivitatea electrică σ_M are lungimea L și raza bazei R . În interiorul său se află un defect de forma unui cilindru dintr-un material cu conductivitatea electrică σ_D diferită de σ_M . Incluziunea cilindrică are lungimea b și raza bazei b . Ea este plasată la distanțe egale de capetele cilindrului care o include și este coaxială cu acest cilindru. Conductivitățile electrice ale materialului de bază și defectului sunt apropiate ca valori. Se știe de asemenea că $L \gg R \gg b$. Cilindri pot fi considerați rezistențe electrice cu lungimea egală cu lungimea proprie și cu aria egală cu aria bazelor proprii.

a. Desenează o schemă echivalentă pentru rezistența electrică a cilindrului cu defect în interior. **(1 p)**

b. Dedu expresiile rezistențelor care compun schema electrică echivalentă, desenată la punctul a. **(0,5 p)**

Notează cu R_M rezistența unui cilindru cu caracteristicile L, R, σ_M fără defect. Notează cu R_D rezistența electrică a cilindrului cu caracteristicile L, R, σ_M , care conține defectul cilindric descris în enunț.

c. Dedu expresia diferenței dintre rezistențele electrice R_M și R_D . **(1,5 p)**

II. Pendule de torsiune excitate electric (6p)

A. Un pendul de torsiune este alcătuit dintr-un fir metalic elastic vertical având constanta de torsiune k și o bară orizontală cu lungimea $2R$, suspendată la mijlocul său de firul elastic. Pentru rotirea cu unghiul α a barei suspendate, trebuie aplicat asupra acesteia un moment al forței $M = k \cdot \alpha$. La capătul său superior firul este legat la pământ. Bara este construită din două segmente metalice având fiecare lungimea R separate printr-o porțiune dielectrică de lungime foarte mică. Bara este suspendată de fir în această porțiune, segmentele metalice nefiind inițial în contact electric cu firul. Barele au masă neglijabilă, iar la capetele lor libere sunt lipite două sfere metalice cu razele r mult mai mici decât R . Sferele sunt încărcate cu sarcinile electrice egale, q_0 și au mase egale, m . În problemă nu se ia în considerare efectul sarcinii electrice de pe segmentele metalice.

Pendulul este dispus într-un câmp magnetic uniform având modulul inducției B_0 și liniile de câmp verticale. La un moment dat, porțiunea dielectrică dintre segmentele conductoare este scurtcircuitată și barele intră simultan în contact electric cu firul de suspensie. Descărcarea sarcinii electrice a sferelor se face într-un timp mult mai scurt decât timpul în care mișcarea pendulului devine perceptibilă.

a. Determină viteza unghiulară ω_0 a pendulului imediat după scurtcircuitare. **(1,5 p)**

b. Dedu expresia $\alpha = \alpha(t)$ a legii de oscilație a pendulului de torsiune. **(1,5 p)**

B. Un pendul de torsiune este alcătuit dintr-un fir elastic vertical având constanta de torsiune k și o bară orizontală omogenă cu lungimea $2R$ suspendată la mijlocul său de firul elastic. Bara care este construită dintr-un material dielectric are masă neglijabilă. La capetele barelor sunt plasate două sfere metalice cu razele r , mult mai mici decât R . Fiecare sferă este încărcată cu sarcina electrică q . Pendulul este dispus într-un câmp magnetic uniform având inducția de modul B_0 și liniile de câmp verticale. La un moment dat modulul inducției câmpului magnetic începe să crească lent în timp după legea $B(t) = B_0 + b \cdot t$. Pentru orice moment al evoluției sistemului este adevărată relația $q_0 \ll 2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2 \cdot b \cdot R$.

a. Determină legea de variație în timp a fluxului câmpului magnetic printr-o suprafață orizontală cu aria $S = \pi \cdot R^2$. **(1 p)**

b. Determină expresia deviației unghiulare α a pendulului de torsiune în cursul variației câmpului magnetic, ca funcție de mărimile $R, b, q_0, k, \varepsilon_0$. **(2 p)**

problemă propusă de

conf. univ. dr. Adrian DAFINEI, Facultatea de Fizică, Universitatea din București
prof. Ioan POP, CN Mihai Eminescu, Satu Mare

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Problema a III-a

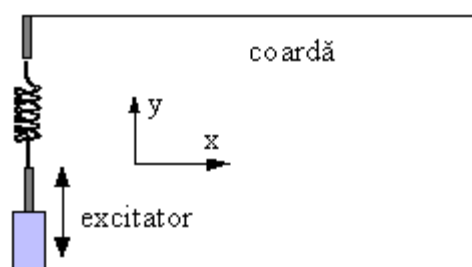
În practică, producerea undelor transversale într-o coardă se realizează prin tensionarea corzii și legarea ei la un sistem care oscilează pe direcția perpendiculară pe coardă. Acest sistem poartă numele de excitator.

- a) Într-o astfel de coardă, cu lungimea foarte mare, se produc unde transversale progresive armonice plane care se propagă de-a lungul ei cu o viteză constantă (c). Să se determine unghiul format de tangenta la coardă într-un punct oarecare al ei și direcția de propagare a undei, la un moment oarecare, dacă viteza de oscilație a elementului de coardă din acel punct este v . **(1 p)**

Coarda are masa unității de lungime μ și valoarea tensiunii este T . În coardă se produc unde transversale cu amplitudine mică.

- b) Să se deducă expresia vitezei de propagare a undelor transversale, c , în funcție de T și μ . **(2 p)**
- c) Mișcarea transversală a unui element oarecare al corzii se face sub acțiunea unei forțe proporționale cu viteza de oscilație a acelui element, coeficientul de proporționalitate, Z , purtând numele de impedanță elastică a corzii. Să se determine expresia impedanței corzii. **(1 p)**
- d) O altă coardă, cu aria secțiunii transversale constantă, este compusă din trei regiuni suficient de lungi: una în care masa unității de lungime este μ_1 , una în care masa unității de lungime este μ_2 și o regiune de trecere, în care masa unității de lungime nu este constantă, ci se modifică gradual de la μ_1 la μ_2 . Lungimea porțiunii de coardă din această regiune este mult mai mare decât lungimea de undă a undei care se propagă prin ea, astfel încât fenomenul de reflexie a undei să nu se producă. Dacă amplitudinea undei este A_1 în regiunea corzii în care masa unității ei de lungime este μ_1 , să se arate că amplitudinea A_2 a undei în regiunea corzii în care masa unității ei de lungime este μ_2 are expresia $A_2 = A_1 \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^\beta$ și să se determine valoarea exponentului β . Se neglijează orice efect disipativ. **(2 p)**

- e) În figura alăturată este reprezentată o coardă cu impedanța Z al cărei capăt liber este legat la un excitator prin intermediul unui resort cu constanta elastică K . Ecuația de mișcare a excitatorului este $y(t) = A \cos \omega t$, iar perturbația produsă de unda transversală în coardă are expresia $s(x, t) = B \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$, B și φ_0 fiind necunoscute. La momentele în care $y = 0$ și resortul este relaxat, capătul corzii legat de resort ($x = 0$) este în poziția de echilibru ($s = 0$). Să se determine faza inițială φ_0 a perturbațiilor produse de unda transversală în coardă și amplitudinea B de oscilație a punctelor corzii. **(3 p)**



Observație: Intensitatea I a unei unde este mărimea fizică scalară, numeric egală cu valoarea medie în timp a energiei transferate de undă în unitatea de timp prin unitatea de suprafață orientată normal

la direcția de propagare a undei, $I = \left\langle \frac{\Delta W}{\Delta t S} \right\rangle$.

problemă propusă de

conf. univ. dr. Sebastian POPESCU, Facultatea de Fizică, Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.