



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ
DE FIZICĂ
TIMIȘOARA, 2016
15-20 APRILIE**



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN TIMIȘ



Universitatea de Vest
din Timișoara

Pagina 1 din 17

Olimpiada Națională de Fizică

Timișoara 2016

Proba teoretică

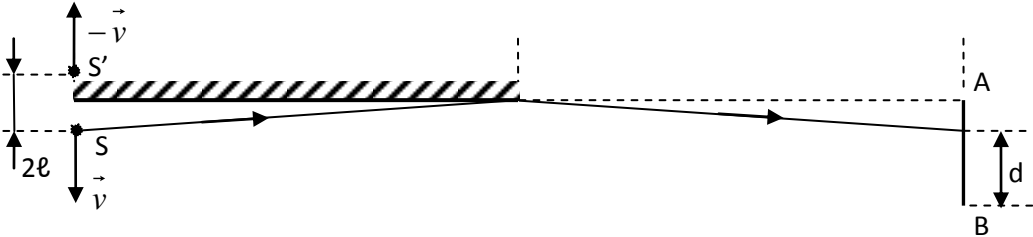
Barem

XII

<i>Problema 1 – Optică ondulatorie</i>		10p
<p>A. Interferență și lentile</p> <p>Pentru a obține o intensitate cât mai mică a radiației reflectate razele obținute prin reflexia luminii pe fața inferioară, respectiv pe fața superioară a lamei trebuie să interfere distructiv, adică să formeze prin interferența lor un minim al intensității luminoase.</p> <p>Fiecare din aceste raze suferă o reflexie pe mediu mai refringent, cu o pierdere de $\frac{\lambda}{2}$, prin urmare diferența de drum optic dintre aceste raze este:</p> $\Delta = 2nh \cos r.$ <p>Putem considera că incidența este aproape normală, adică $i \cong 0 \Rightarrow r \cong 0$ și $\cos r \cong 1$, deci diferența de drum optic va fi:</p> $\Delta \cong 2nh.$	1p	3p
<p>Pentru a obține un minim de interferență diferența de drum optic trebuie să fie multiplu impar de $\frac{\lambda}{2}$:</p> $2nh = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \text{ fiind un număr întreg.}$ <p>Obținem grosimea stratului optic:</p> $h = (2k + 1) \frac{\lambda}{4n}$	0,5p	
<p>Particularizăm această relație simultan pentru cele două lungimi de undă:</p> $\begin{cases} h = (2k_1 + 1) \frac{\lambda_1}{4n} \\ h = (2k_2 + 1) \frac{\lambda_2}{4n} \end{cases} (*)$	0,5p	
<p>Prin urmare $(2k_1 + 1)\lambda_1 = (2k_2 + 1)\lambda_2$ și înlocuind aici valorile numerice din enunț pentru cele două lungimi de undă obținem:</p> $5k_1 = 3k_2 - 1$ <p>Folosind valori întregi pentru k_1 și k_2 obținem mai multe soluții posibile:</p> $\begin{cases} k_1 = 1 \\ k_2 = 2 \end{cases}; \begin{cases} k_1 = 4 \\ k_2 = 7 \end{cases}; \begin{cases} k_1 = 7 \\ k_2 = 12 \end{cases} \dots \text{ș.a.m.d}$	0,5p	
<p>Deoarece căutăm un h cât mai mic vom alege perechea $k_1 = 1$ și $k_2 = 2$.</p>	0,5p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>Înlocuind aceste valori în una din expresiile (*) ale lui h, obținem grosimea minimă:</p> $h_{\min} \cong 389\text{nm}$		
<p>B. Interferență și oglinzi</p>  <p>Dispozitivul este echivalent cu un dispozitiv Young (sursele coerente fiind S și imaginea ei în oglindă, S'), având distanța dintre surse 2ℓ și distanța surse-ecran $2L$.</p>	0,5p	
<p>Figura de interferență se obține doar pe o porțiune a ecranului AB. d – lărgimea zonei de interferență, unde se suprapun fasciculul direct și cel reflectat</p>	0,5p	
<p>La deplasarea sursei S, distanța dintre S și S' crește, astfel încât diferența de drum dintre cele două raze ce ajung la un punct al ecranului va crește. Ca urmare, maximele de interferență se vor deplasa dinspre B spre A, odată cu scăderea interfranței.</p>	0,5p	
<p>Înainte de începerea deplasării sursei S, numărul de maxime de pe ecran este:</p> $N = \frac{d}{i}, \quad i - \text{interfranța}$ $i = \frac{\lambda \cdot 2L}{2\ell} = \frac{\lambda \cdot L}{\ell}$ $d = h - \ell$ $N = \frac{(h - \ell)\ell}{\lambda L}$	0,5p	3p
<p>În momentul dublării numărului de maxime luminoase avem:</p> $\ell' = \ell + vt$ $d' = h - \ell' = h - \ell - vt$ $i' = \frac{\lambda \cdot 2L}{2\ell'} = \frac{\lambda \cdot L}{\ell + vt}$ $N' = \frac{d'}{i'} = \frac{(h - \ell - vt)(\ell + vt)}{\lambda L}$	0,5p	
<p>Punând condiția $N' = 2N$, rezultă: $(h - \ell - vt)(\ell + vt) = 2\ell(h - \ell)$, de unde rezultă ecuația: $v^2 t^2 - v(h - 2\ell)t + \ell(h - \ell) = 0$ Folosind valorile numerice din enunț, rezultă soluțiile: $t_1 = 13,5\text{s}$ respectiv $t_2 = 66,4\text{s}$ Observație: Momentele determinate constituie valori din intervalele de timp în care avem pe ecran acel număr dublu de maxime față de cel inițial. Al doilea moment corespunde unei zone</p>	0,5p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



de interferență reduse.		
C. ... și difracție Condiția de obținere a maximelor principale de difracție este $d \sin \theta = m\lambda$, prin urmare: $d = \frac{m\lambda}{\sin \theta} (***)$	0,5p	
Putem scrie $\sin \theta = m \frac{\lambda}{d}$, și pentru că $\sin \theta \leq 1$ vom obține $m \leq \frac{d}{\lambda}$, adică $m_{\max} = \frac{d}{\lambda}$. Deoarece raportul $\frac{d}{\lambda}$ nu este neapărat un număr întreg putem scrie: $m_{\max} = k_{\max} + \Delta k$ relație în care k_{\max} este un număr întreg, iar Δk este un număr subunitar.	1p	
Vom scrie condiția de obținere a maximelor de difracție pentru două situații: $\begin{cases} d \sin \theta = m\lambda \\ d \sin 90^\circ = (k_{\max} + \Delta k)\lambda \end{cases}$ După împărțirea acestor relații obținem: $m = (k_{\max} + \Delta k) \sin \theta$ Pentru $k_{\max} = 5$ și $m = 5 \sin \theta + \Delta k \sin \theta \quad \theta = 35^\circ \text{ obținem:}$ $m = 2,8675 + \Delta k \cdot 0,5735$	0,5p	
Deoarece m trebuie să fie un număr întreg, iar $(\Delta k \cdot 0,5735) < 1$ găsim soluția $m = 3$.	0,5p	3p
Din condiția de maxim de difracție pentru $\theta = 35^\circ$ și $m = 3$ obținem constanta rețelei: $d = \frac{m\lambda}{\sin \theta}$ $d \cong 2,8 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 2,8 \mu\text{m}$	0,5p	
Oficiu	1p	1p
Problema 2 – Experimentul lui Davisson și Germer		10p
a) Conform formulei lui Bragg, condiția de maxim de difracție este $2d \sin \theta = k\lambda$ unde d este distanța dintre planele reticulare pe care are loc difracția, iar θ unghiul dintre fasciculul de electroni și aceste plane.	1p	3p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Energia electronilor incidenți este

$$eU = \frac{p^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

unde $p = \frac{h}{\lambda}$ este impulsul electronului, conform formulei lui de Broglie.

Rezultă

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}}$$

și

$$d = k \frac{h}{\sqrt{8meU} \sin \theta}$$

1p

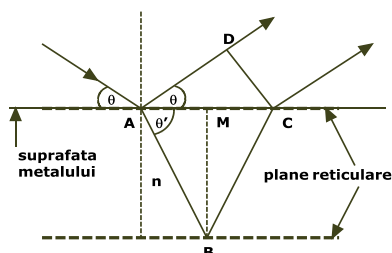
Considerând primul maxim de difracție ($k = 1$), care se obține pentru $\sqrt{U} = 3,06 \text{ V}^{\frac{1}{2}}$

și având în vedere că $\theta = 80^\circ$, rezultă

$$d = \frac{6,625 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3,06 \cdot \sin 80^\circ}} = 2,037 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

1p

b) Diferența de drum optic, conform figurii, este



$$(\delta) = (ABC) - (AD) = 2(AB) - (AD)$$

Din geometria figurii, se obține pe rând:

$$\sin \theta' = \frac{d}{AB} \Rightarrow AB = d \sin \theta'$$

$$\cos \theta = \frac{AD}{AC} = \frac{AD}{2AM}$$

$$\tan \theta' = \frac{d}{AM} \Rightarrow AM = d \cotg \theta'$$

$$\cos \theta = \frac{AD}{2d \cotg \theta'} \Rightarrow AD = 2d \cotg \theta' \cos \theta$$

Deci, condiția de maxim de difracție devine:

$$(\delta) = 2 \frac{nd}{\sin \theta'} - 2d \cotg \theta' \cos \theta = k\lambda$$

0,5p

3p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Conform notațiilor din figură, legea refracției este

$$\frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = n$$

deci

$$\operatorname{ctg} \theta' = \frac{\cos \theta'}{\sin \theta'} = \frac{\frac{\cos \theta}{n}}{\frac{\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta}}{n}} = \frac{\cos \theta}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta}}$$

Înlocuind în condiția de maxim, rezultă

$$2nd \frac{n}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta}} - \frac{2d \cos^2 \theta}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta}} = k\lambda$$

De aici rezultă condiția de maxim (formula lui Bragg) dacă se ține seama de refracția undelor de Broglie în interiorul cristalului:

$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta} = k\lambda$$

0,5p

Din

$$2d \sin \theta = k\lambda = k \frac{h^2}{\sqrt{2meU}}$$

$$2d\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta} = k\lambda' = k \frac{h^2}{\sqrt{2meU'}}$$

unde U' este diferența de potențial de accelerare a electronilor când indicele de refracție al metalului este $n \neq 1$, prin împărțirea relațiilor de mai sus, se obține:

$$\frac{\sin \theta}{\sqrt{n^2 - \cos^2 \theta}} = \sqrt{\frac{U'}{U}}$$

De aici se obține expresia indicelui de refracție:

$$n = \sqrt{\frac{U}{U'} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta}$$

1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



Pentru ordiul de difracție $k = 3$, avem $\sqrt{U} = 3,06 \cdot 3 = 9,18 \text{ V}^{\frac{1}{2}}$ și $\sqrt{U'} = 8,16 \text{ V}^{\frac{1}{2}}$ și

$$n = \sqrt{\left(\frac{9,18}{8,16}\right)^2 \cdot \sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ} = 1,1214$$

Analog se obține pentru $k = 4$

$$n = \sqrt{\left(\frac{12,24}{11,42}\right)^2 \cdot \sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ} = 1,0697$$

și pentru $k = 5$

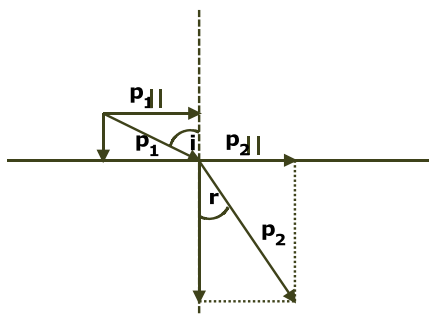
$$n = \sqrt{\left(\frac{15,3}{14,68}\right)^2 \cdot \sin^2 80^\circ + \cos^2 80^\circ} = 1,041$$

1p

c) La refracția undelor asociate fascicului de electroni se conservă energia și componenta paralelă cu suprafața metalului a impulsului:

$$E_{cin,ext} + E_{pot,ext} = E_{cin,int} + E_{p,int}$$

$$p_1 \sin i = p_2 \sin r$$



În exteriorul metalului, energia potențială este nulă, iar în interior există o energie potențială de interacțiune cu metalul. Indicele de refracție al metalului se poate scrie atunci:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{p_2}{p_1}$$

Dar

$$p_1 = \sqrt{2mE_{cin,ext}} = \sqrt{2meU}$$

$$p_2 = \sqrt{2mE_{cin,int}} = \sqrt{2me(U - U_0)}$$

Prin urmare

$$n = \sqrt{\frac{U - U_0}{U}} = \sqrt{1 - \frac{U_0}{U}}$$

sau

$$n = \sqrt{1 - \frac{E_{pot,int}}{E_{cin,ext}}}$$

1p

3p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



<p>în care U_0 este potențialul electric interior al metalului și care este negativ.</p>		
<p>Știind coeficientul de reflexie, cu ajutorul formulei lui Fresnel, vom determina energia potențială din interiorul metalului. Vom nota $E_{pot,int} = W$ și $E_{cin,ext} = E$, pentru ușurința scrierii. Deci</p> $R = \left(\frac{\sqrt{1 - \frac{W}{E}} - 1}{\sqrt{1 - \frac{W}{E}} + 1} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{E - W} - \sqrt{E}}{\sqrt{E - W} + \sqrt{E}} \right)^2$ <p>După câteva calcule matematice simple se obține:</p> $W = -\frac{4E\sqrt{R}}{(1 - \sqrt{R})^2}$ <p>Numeric $W = -8 \text{ eV}$.</p> <p>Calculăm acum coeficientul de reflexie pentru fasciculul de electroni cu energia $\frac{1}{3} \text{ eV}$:</p> $R_2 = \left(\frac{\sqrt{E_2 - W} - \sqrt{E_2}}{\sqrt{E_2 - W} + \sqrt{E_2}} \right)^2 = \left(\frac{\sqrt{\frac{1}{3} + 8} - \sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{1}{3} + 8} + \sqrt{\frac{1}{3}}} \right)^2 = \frac{4}{9}$	1p	
<p>Numărul de electroni reflectați în unitatea de timp, j_r este $j_r = Rj$, unde j este numărul de electroni incidenți în unitatea de timp. Numărul total de electroni reflectați în unitatea de timp va fi:</p> $j_{r,tot} = R_1 j_1 + R_2 j_2$ <p>Din</p> $j = j_1 + j_2$ <p>și</p> $\frac{j_1}{j_2} = \frac{4}{9}$ <p>rezultă</p>	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$j_1 = \frac{4j}{13} \quad \text{și} \quad j_2 = \frac{9j}{13}$ <p>Energia medie a electronilor reflectați de pe suprafața metalului (în unitatea de timp) va fi:</p> $\bar{E} = \frac{\text{energia electronilor reflectați de felul 1} + \text{energia electronilor reflectați de felul 2}}{\text{numărul total de electroni reflectați}}$ <p>sau</p> $\bar{E} = \frac{E_1 j_1 R_1 + E_2 j_2 R_2}{j_1 R_1 + j_2 R_2} = \frac{E_1 \frac{4j}{13} R_1 + E_2 \frac{9j}{13} R_2}{\frac{4j}{13} R_1 + \frac{9j}{13} R_2} = \frac{4E_1 R_1 + 9E_2 R_2}{4R_1 + 9R_2}$ $\text{Numeric: } \bar{E} = \frac{4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} + 9 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{9}}{4 \cdot \frac{1}{4} + 9 \cdot \frac{4}{9}} = \frac{7}{14} \text{ eV}.$		
Oficiu	1p	1p
Problema 3 – Teoria Relativității Restrânse		10p
<p>a) Coordonatele de poziție ale celor două stele față de sistemul S' și indicațiile ceasornicului din S' în momentele observărilor celor două explozii sunt:</p> $x'_P = x_P; \quad y'_P = \frac{y_P - ut_P}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad z'_P = z_P;$ $t'_P = \frac{t_P - \frac{\vec{r}_P \vec{u}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad \vec{r}_P \vec{u} = y_P u;$ $t'_P = \frac{t_P - \frac{u}{c^2} y_P}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $x'_Q = x_Q; \quad y'_Q = \frac{y_Q - ut_Q}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad z'_Q = z_Q;$	3p	1,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$t'_Q = \frac{t_Q - \frac{\vec{r}_Q \vec{u}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad \vec{r}_Q \vec{u} = y_Q u;$$

$$t'_Q = \frac{t_Q - \frac{u}{c^2} y_Q}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Dacă pentru observatorul O din sistemul S intervalul de timp dintre explozii are durată $\Delta t = t_Q - t_P$, unde am admis că $t_Q > t_P$, atunci durată aceluiasi interval, pentru observatorul din S', este:

$$\Delta t' = t'_Q - t'_P = \frac{\Delta t - \frac{u}{c^2} \Delta y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \quad \Delta y = y_Q - y_P.$$

1) Dacă pentru observatorul din S' cele două explozii se succed în aceeași ordine însemnează că:

$$\Delta t' > 0; \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} < \frac{c^2}{u}; \quad u < \frac{c^2}{\frac{\Delta y}{\Delta t}}.$$

0,5p

2) Dacă pentru observatorul din S' cele două explozii sunt simultane însemnează că:

$$\Delta t' = 0; \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{c^2}{u}; \quad u = \frac{c^2}{\frac{\Delta y}{\Delta t}}.$$

0,5p

3) Dacă pentru observatorul din S' cele două explozii își schimbă ordinea de succesiune însemnează că:

$$\Delta t' < 0; \quad \frac{\Delta y}{\Delta t} > \frac{c^2}{u}; \quad u > \frac{c^2}{\frac{\Delta y}{\Delta t}}.$$

0,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

b)	3p	
<p>1) Ecuația traiectoriei lui A în raport cu sistemul S este:</p> $y = \frac{a}{2v_0^2} x^2,$ <p>reprezentând ecuația unei parabole.</p>		0,5p
<p>2) Pentru a stabili ecuațiile parametrice ale mișcării lui A în raport cu sistemul S', procedăm astfel:</p> $x = x'; y = \frac{y' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; z = z';$ $t = \frac{t' + \frac{\vec{r}'\vec{u}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \vec{r}'\vec{u} = y'u;$ $t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} y'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $x = v_0 t; y = \frac{at^2}{2};$ $x' = v_0 \frac{t' + \frac{u}{c^2} y'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $\frac{y' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{a}{2} \left(\frac{t' + \frac{u}{c^2} y'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right)^2;$ $y' + ut' = \frac{a}{2\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(t' + \frac{u}{c^2} y' \right)^2;$		0,5p 0,25p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$2y' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} + 2ut' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = at'^2 + 2 \frac{aut'y'}{c^2} + \frac{au^2}{c^4} y'^2;$$

$$\frac{au^2}{c^4} y'^2 - 2 \left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2} \right) y' - \left(2ut' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - at'^2 \right) = 0;$$

$$y' = \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2}}{\frac{au^2}{c^4}} + \frac{\sqrt{\left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2} \right)^2 + \frac{au^2}{c^4} \left(2ut' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - at'^2 \right)}}{\frac{au^2}{c^4}};$$

$$y' = \frac{c^4}{au^2} \left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{\left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)^2 - 2 \frac{aut'}{c^2} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} + 2 \frac{au^3 t'}{c^4} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right];$$

$$y' = \frac{c^4}{au^2} \left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2} + \sqrt{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - 2 \frac{aut'}{c^2} \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) \right]} \right];$$

$$y' = \frac{c^4}{au^2} \left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2} + \sqrt{\left(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)^2 \left(1 - 2 \frac{aut'}{c^2} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)} \right];$$

$$y' = \frac{c^4}{au^2} \left[\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} - \frac{aut'}{c^2} + \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \sqrt{\left(1 - 2 \frac{aut'}{c^2} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right)} \right],$$

reprezentând ecuația parametrică $y' = y'(t')$;

$$x' = \frac{v_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(t' + \frac{u}{c^2} y' \right);$$

0,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$x' = \frac{v_0}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \left[t' + \frac{c^2}{au} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} - t' + \frac{c^2}{au} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \sqrt{1-2\frac{aut'}{c^2} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right];$$

$$x' = \frac{v_0 c^2}{au} \left[1 + \sqrt{1-2\frac{aut'}{c^2} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right],$$

0,25p

reprezentând ecuația parametrică $x' = x'(t')$.

3) Pentru a stabili ecuația traiectoriei lui A în raport cu S' procedăm astfel:

$$\sqrt{1-2\frac{aut'}{c^2} \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = \frac{aux'}{v_0 c^2} - 1;$$

$$\frac{aut'}{c^2} = \frac{1 - \left(\frac{aux'}{v_0 c^2} - 1 \right)^2}{2\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$

$$y' = \frac{c^4}{au^2} \left[\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} - \frac{1 - \left(\frac{aux'}{v_0 c^2} - 1 \right)^2}{2\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} + \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}} \left(\frac{aux'}{v_0 c^2} - 1 \right) \right];$$

$$y' = \frac{c^4}{au^2} \frac{2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right) - 1 + \left(\frac{aux'}{v_0 c^2} - 1\right)^2 + 2\left(1-\frac{u^2}{c^2}\right)\left(\frac{aux'}{v_0 c^2} - 1\right)}{2\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}};$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \left(\frac{a}{2v_0^2} x'^2 - \frac{u}{v_0} x' \right),$$

1p

reprezentând ecuația unei parabole, diferită însă de aceea care s-ar obține în varianta nerelativă ($u \ll c$):

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$y'_{\text{nerelativist}} = \frac{a}{2v_0^2} x'^2 - \frac{u}{v_0} x'.$		
<p>c)</p>	<p>3p</p>	
<p>În mecanica relativistă, unde timpul absolut nu mai există, unde vitezele se compun după alte reguli decât în mecanica newtoniană, unde accelerația nu mai este aceeași în raport cu orice SRI și unde masa depinde de viteză, cu siguranță că este afectată și legea fundamentală a dinamicii, astfel încât relația dintre vectorul forță \vec{F} și vectorul accelerație \vec{a}, într-un același SRI, în dinamica relativistă este alta decât în dinamica newtoniană.</p> <p>Deoarece legea conservării impulsului este adevărată în raport cu orice SRI și în TRR, admitem că forma impulsului relativist al unei particule, în mișcare cu viteza \vec{v} față de sistemul inerțial OXYZ, este aceeași cu forma impulsului clasic, adică:</p> $\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$ <p>unde m_0 este masa particulei în sistemul propriu (masa de repaus), iar m este masa particulei în mișcare cu viteza v;</p> $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt};$ $\vec{p} = \frac{m_0 d\vec{r}}{dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$ $d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$ <p>unde $d\tau$ este variația timpului propriu din sistemul particulei, iar dt este timpul elementar din sisteul față de care particula este în mișcare;</p> $\vec{p} = \frac{m_0 d\vec{r}}{d\tau},$ <p>expresie care, prin prezența lui $d\tau$, ilustrează deosebirea dintre impulsul relativist și impulsul clasic, deosebire determinată de concepția despre timp în TRR.</p> <p>În TRR se admite că forma legii fundamentale a dinamicii relativiste este aceeași cu forma legii fundamentale a dinamicii clasice, adică:</p> $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$ <p>din care, utilizând expresia impulsului relativist rezultă:</p>		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right);$$

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \vec{v};$$

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{a} + \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{v}{c^2} \frac{dv}{dt} \vec{v},$$

reprezentând ecuația vectorială a mișcării relativiste a unei particule, din care se constată că, spre deosebire de dinamica newtoniană (desenul *a*, fig. 1), în dinamica relativistă vectorul forță \vec{F} are o componentă paralelă cu vectorul accelerație, \vec{a} , și o componentă paralelă cu vectorul viteză, \vec{v} (desenul *b*, fig. 1).

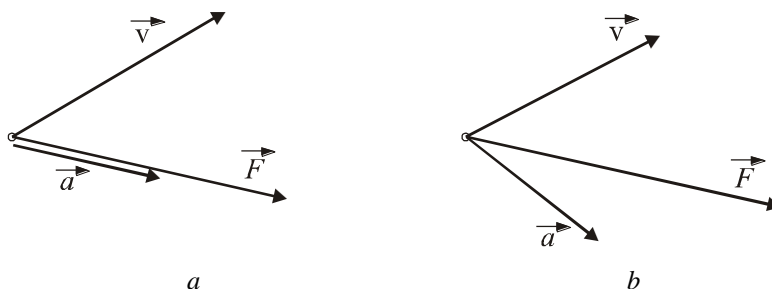


Fig. 1

Având în vedere că:

$$\begin{aligned} \vec{F}\vec{v} &= \vec{v} \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \\ &= m_0 \vec{v} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \right] = \end{aligned}$$

1p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$= m_0 \vec{v} \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{2} \frac{\vec{v}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) \right] =$$

$$= \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{2} v^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) \right];$$

$$\vec{v} \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (v^2) = \frac{c^2}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right);$$

$$\vec{F} \vec{v} = \frac{1}{2} \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) \left[c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + v^2 \right];$$

$$\vec{F} \vec{v} = \frac{1}{2} \frac{m_0 c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right);$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \frac{1}{2} \frac{m_0 c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right);$$

$$\vec{F} \vec{v} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right);$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt};$$

$$d \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) = \vec{F} d\vec{r};$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



$$\frac{1}{2} \frac{m_0 c^2}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{d}{dt} \left(\frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} v \frac{dv}{dt};$$

$$\vec{F} \vec{v} = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} v \frac{dv}{dt},$$

astfel încât, introducând în ecuația vectorială a mișcării relativiste, rezultă:

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{a} + \frac{1}{c^2} \vec{v} (\vec{F} \vec{v});$$

$$\vec{F} = m \vec{a} + \frac{\vec{v}}{c^2} (\vec{F} \vec{v});$$

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F} - \frac{\vec{F} \vec{v}}{mc^2} \vec{v},$$

reprezentând accelerația particulei în dinamica relativistă.

1p

1) În cazul particular al unei forțe perpendiculare pe direcția vectorului viteză ($\vec{F} \perp \vec{v}$), rezultă:

$$\vec{F} \vec{v} = 0; \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m};$$

$$\vec{a} \parallel \vec{F}; \quad \vec{a} \perp \vec{v},$$

adică, în acest caz, accelerația se manifestă perpendicular pe direcția vectorului viteză;

$$a = \frac{F}{m} = \frac{F}{\frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}} = \frac{F}{m_{\text{transversală}}}; \quad m_{\text{transversală}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

0,5p

2) În cazul particular al unei forțe paralele cu direcția vectorului viteză, rezultă:

$$\vec{F} \parallel \vec{v}; \quad \vec{F} \vec{v} = Fv;$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} - \frac{\vec{v}}{mc^2} Fv;$$

$$\vec{F} = F \text{ versor } \vec{F}; \quad \vec{v} = v \text{ versor } \vec{v};$$

$$\text{versor } \vec{F} = \text{versor } \vec{v};$$

0,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ
DE FIZICĂ
TIMIȘOARA, 2016
15-20 APRILIE**



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN TIMIȘ



Universitatea de Vest
din Timișoara

Pagina 17 din 17

$\vec{a} = \frac{F}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \text{versor } \vec{F}; \quad \vec{a} // \vec{F}; \quad \vec{a} // \vec{v},$ <p>adică, în acest caz particular, accelerația se produce pe direcția vectorului viteză;</p> $a = \frac{F}{m} \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{F}{\frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}}} = \frac{F}{m_{\text{longitudinală}}};$ $m_{\text{longitudinală}} = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{3/2}}.$		
Oficiu	1p	1p

Barem propus de:

Prof. Liviu ARICI – Colegiul Național „Nicolae Bălcescu”, Brăila

Prof. Florin BUTUȘINĂ – Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu Silvaniei

Prof. Petrică PLITAN – Colegiul Național „Gheorghe Șincai”, Baia Mare

Prof. dr. Mihail SANDU – Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.