Olimpiada Națională de Fizică
Târgu Jiu, 24 – 29 aprilie 2017
Proba teoretică

XI

Barem de corectare

Subiectul I

		Punctaj parţial	Punctaj
A	**Amestec de gaze**		
a)	Din $\nu = \sum_{i=1}^{N} \nu_i,$	**0,5 p.**	**2 p.**
	adică $\frac{m}{\mu} = \sum_{i=1}^{N} \frac{m_i}{\mu_i},$ rezultă $\frac{1}{\mu} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\frac{m_i}{m}}{\mu_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{\mu_i},$	**0,5 p.**	
	sau $\mu = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} \frac{w_i}{\mu_i}}.$	**1 p.**	
b)	Din $m = \sum_{i=1}^{N} m_i,$	**0,5 p.**	**2 p.**
	rezultă $\mu\nu = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \nu_i,$	**0,5 p.**	
	sau $\mu = \sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i.$	**1 p.**	
B.	**Aer umed**		
c)	$p_a + p_v = H$, unde $p_a$este presiunea parțială a aerului uscat, iar p_v este presiunea vaporilor. Din ecuatia termica de stare scrisa pentru un volum V de amestec rezulta $p_a V = \nu_a RT$ și $p_v V = \nu_v RT$, rezultă $\frac{p_a}{\nu_a} = \frac{p_v}{\nu_v} = \frac{p_a + p_v}{\nu_a + \nu_v} = \frac{H}{\nu}.$	**0,5 p.**	**1,0 p.**
	Fracția molară a vaporilor este $x = x_v = \frac{\nu_v}{\nu} = \frac{p_v}{H} = \frac{hp_s}{H}.$	**0,5 p.**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

d)	$$\gamma=\frac{C_p}{C_V}=\frac{\frac{\nu_a C_{p_a}+\nu_v C_{p_v}}{\nu}}{\frac{\nu_a C_{V_a}+\nu_v C_{V_v}}{\nu}}=\frac{(1-x)C_{p_a}+xC_{p_v}}{(1-x)C_{v_a}+xC_{v_v}},$$	**0,5 p.**	
	Dar $$\gamma_a=\frac{C_{p_a}}{C_{V_a}} \text{ și } \gamma_v=\frac{C_{p_v}}{C_{V_v}}.$$	**0,5 p.**	
	Din relațiile Mayer $C_{p_a}-C_{V_a}=C_{p_v}-C_{V_v}=R$,	**0,5 p.**	**3,0 p.**
	Găsim astfel $C_{p_a}=R\frac{\gamma_a}{\gamma_a-1}$ și $C_{V_a}=R\frac{1}{\gamma_a-1}$.	**0,5 p.**	
	Analog pentru vapori, $C_{p_v}=R\frac{\gamma_v}{\gamma_v-1}$ și $C_{V_v}=R\frac{1}{\gamma_v-1}$.	**0,5 p.**	
	Prin urmare $$\gamma=\frac{R(1-x)\frac{\gamma_a}{\gamma_a-1}+Rx\frac{\gamma_v}{\gamma_v-1}}{R(1-x)\frac{1}{\gamma_a-1}+Rx\frac{1}{\gamma_v-1}}=\frac{(1-x)\frac{\gamma_a}{\gamma_a-1}+x\frac{\gamma_v}{\gamma_v-1}}{(1-x)\frac{1}{\gamma_a-1}+x\frac{1}{\gamma_v-1}}=\frac{x+7}{x+5}.$$	**0,5 p.**	
e)	Viteza de fază a sunetului este $$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$ unde $$\mu=x\mu_v+(1-x)\mu_a.$$	**0,5 p.**	**1,0 p.**
	Prin urmare, $$v=\sqrt{RT\frac{\frac{(1-x)\frac{\gamma_a}{\gamma_a-1}+x\frac{\gamma_v}{\gamma_v-1}}{(1-x)\frac{1}{\gamma_a-1}+x\frac{1}{\gamma_v-1}}}{x\mu_v+(1-x)\mu_a}}=\sqrt{RT\frac{x+7}{(x+5)(29-11x)}}$$	**0,5 p.**	
	Oficiu		**1 p.**
	Punctaj total		**10 p.**

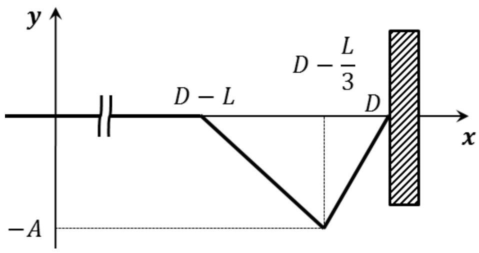
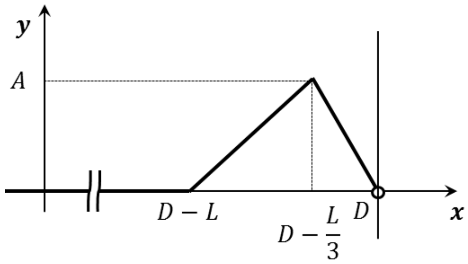
Bareme propuse de:
prof. ***Ion TOMA***, CN Mihai Viteazul, București
lect. univ. dr. ***Cornel Mironel NICULAE***, Universitatea din București
prof. dr. ***Constantin COREGA***, CN Emil Racoviță, Cluj-Napoca
conf. univ. dr. ***Sebastian POPESCU***, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza" din Iași

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

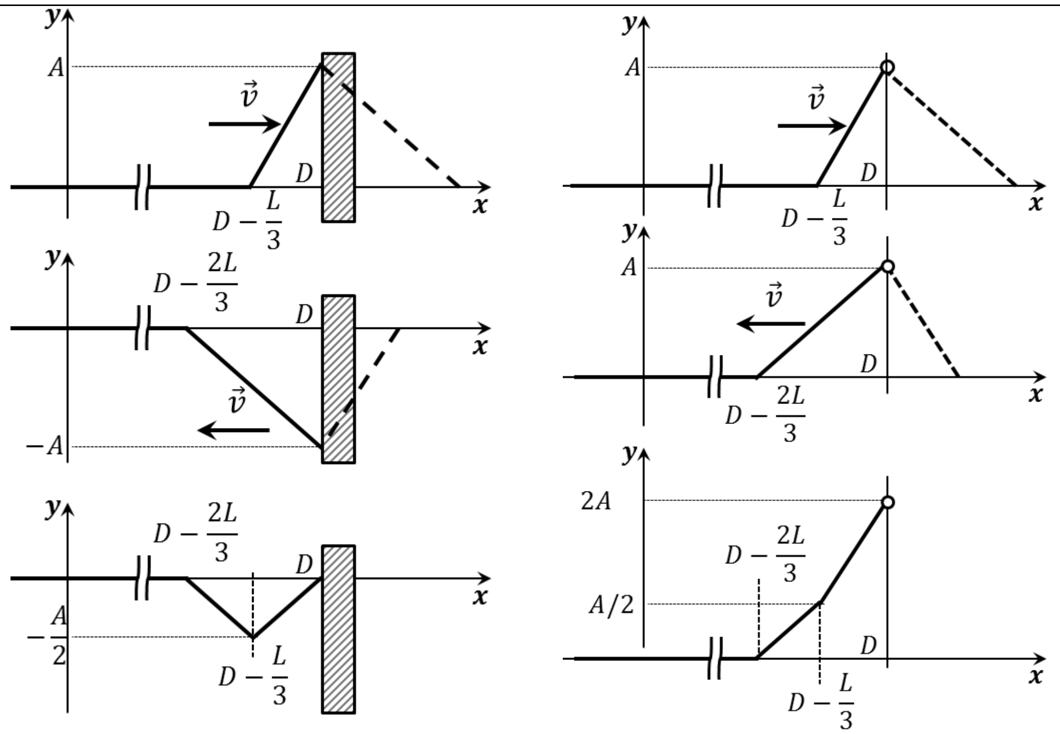
Olimpiada Națională de Fizică
Târgu Jiu, 24 – 29 aprilie 2017
Proba teoretică

XI

Subiectul al II-lea

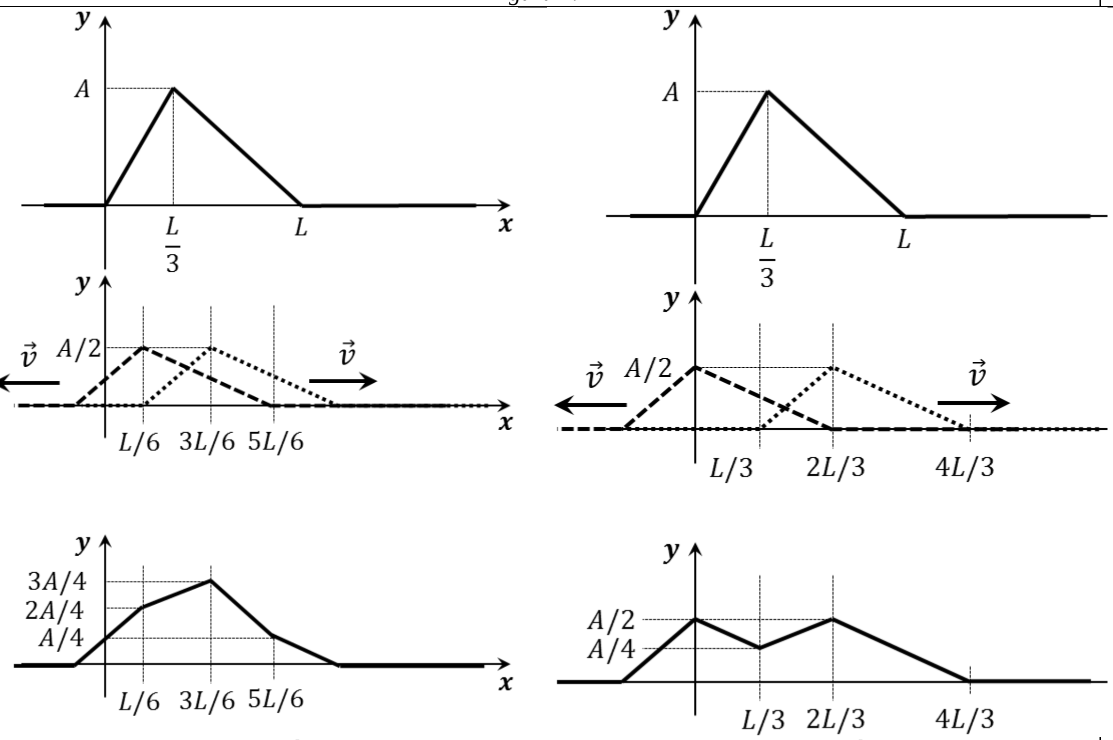
A		Punctaj parțial	Punctaj
a)	 *a) capăt fixat*  *b) capăt liber* *Figura 1.*	1p	1p
b)	Unda se reîntoarce cu vârful ascuţit spre stânga şi răsturnată. Unda f deplasata la dreapta cu $D-L$ o notăm cu $h(x)=f(x-D+L)$. Unda reflectata complet $g\left(D-\frac{L}{2}+s\right)=-h\left(D-\frac{L}{2}-s\right)$ Substituind $x=D-\frac{L}{2}+s$ în relaţia de mai sus rezultă $g(x)=-h(2D-L-x)=-f(D-x)$. Expresia undei este $y(x,t)=-f\left(D-x+v\left(t-\frac{D}{v}\right)\right)$ sau: $y(x,t)=-f(-x+vt)$.	0,25p. 0,25	0.5p
c)	Unda se reîntoarce cu vârful ascuţit spre stânga şi nerăsturnată. Unda f deplasata la dreapta cu $D-L$ o notăm cu $h(x)=f(x-D+L)$. $g\left(D-\frac{L}{2}+s\right)=h\left(D-\frac{L}{2}-s\right)$. Substituind $x=D-\frac{L}{2}+s$ în relaţia anterioară rezultă $g(x)=f(D-x)$. Expresia undei este $y(x,t)=f\left(D-x+v\left(t-\frac{D}{v}\right)\right)$ $y(x,t)=f(-x+vt)$.	0.25p. 0,25p.	0,5p.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

<table>
<tr><td>B</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>


a) capăt fixat

b) capăt liber

Figura 2.</td><td>3p.</td><td>3p.</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>


a) $\tau_{k1} = \frac{L}{6v}$

b) $\tau_2 = 2\frac{L}{6v}$

Figura 3.</td><td>3p.</td><td>3p.</td></tr>
<tr><td>f)</td><td>în poziţie verticală tensiunea în coarda elastă depinde de poziţie conform: $T(x) = \frac{M}{L}(L-x)g$. Expresia vitezei de fază devine:

$$v = \sqrt{\frac{T(x)}{M/L}} = \sqrt{(L-x)g}$$</td><td></td><td>1p</td></tr>
</table>

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	$v=\sqrt{(L-x)g}$. Identificăm $v=\sqrt{Lg-gx}\equiv\sqrt{v_0^2+2ax}$ şi rezultă $a=-g/2$	0,5p. 0,5p	
	Oficiu		1 p.
	Punctaj total		10 p.

Bareme propuse de:
prof. ***Ion TOMA***, CN Mihai Viteazul, București
lect. univ. dr. ***Cornel Mironel NICULAE***, Universitatea din București
prof. dr. ***Constantin COREGA***, CN Emil Racoviță, Cluj-Napoca
conf. univ. dr. ***Sebastian POPESCU***, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiectul al III-lea

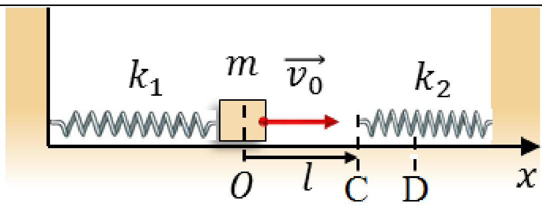
A		Punctaj parțial	Punctaj
a)	$L = Fx_m - \Delta E_p = \Delta E_c = 0 \Rightarrow \frac{k_1 x_m}{2} = F \Rightarrow x_m = \frac{2F}{k_1}$	0.5p.	0.5p
b)	$ma = F - k_1 x = -k_1\left(x - \frac{F}{k_1}\right)$ $\frac{k_1}{m} = \omega_1^2;\ x - \frac{F}{k_1} = A_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$ la $t = 0$: $\left.\left\{\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow -\frac{F}{k_1} = A_1 \sin\varphi_1 \\ v = 0 \Rightarrow 0 = \omega_1 A_1 \cos\varphi_1 \Rightarrow \varphi_1 = \pm\frac{\pi}{2} \end{array}\right.\right\} \Rightarrow A_1 = -\frac{F}{k_1}$ Deci: $x(t) = \frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_1}\sin\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{F}{k_1}(1 - \cos\omega_1 t)$, sau $x(t) = \frac{F}{k_1}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{k_1}{m}}t\right) \Rightarrow$ $x(t) = \frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_1}\sin\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}t + \frac{\pi}{2}\right)$ sau $x(t) = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_1}\sin\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}t - \frac{\pi}{2}\right)$. Rezultă: $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}$; $A_1 = \pm\frac{F}{k_1}$; $\varphi_1 = \mp\frac{\pi}{2}$; $B_1 = \frac{F}{k_1}$.	0,5p. 1p. 0,5p	2p.
c)	La $t_1 = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow \omega_1 t_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}}\frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k_1}} = \frac{\pi}{3}$. Ecuaţia de mişcare este $ma = -k_1 x$. Legea de mişcare o căutam de forma: $x(t) = A_2 \sin\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}t + \varphi_2\right)$ La $t = t_1$, $x(t_1) = \frac{F}{k_1}\left(1 - \cos\frac{\pi}{3}\right) = \frac{F}{2k_1}$; $v(t_1) = \frac{F}{k_1}\sqrt{\frac{k_1}{m}}\sin\sqrt{\frac{k_1}{m}}t_1 = \frac{F}{\sqrt{mk_1}}\sin\frac{\pi}{3} = \frac{F}{2}\sqrt{\frac{3}{mk_1}}$. Atunci $\left\{\begin{array}{l} \frac{F}{2k_1} = A_2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi_2\right) \\ \frac{F}{2}\sqrt{\frac{3}{mk_1}} = A_2\sqrt{\frac{k_1}{m}}\cos\left(\frac{\pi}{3} + \varphi_2\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} A_2 \sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi_2\right) = \frac{F}{2k_1} \\ A_2 \cos\left(\frac{\pi}{3} + \varphi_2\right) = \frac{F\sqrt{3}}{2k_1} \end{array}\right\}$ $A_2 = \frac{F}{k_1}$ si $\sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi_2\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{3} + \varphi_2 = \frac{\pi}{6}$ sau $\frac{5\pi}{6}$. Obs: $t_1 = \frac{\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k_1}}$; $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m}} \Rightarrow T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1}} \Rightarrow \frac{t_1}{T_1} = \frac{1}{6} \Rightarrow t_1 = \frac{T_1}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{3} + \varphi_2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow$ $\varphi_2 = -\frac{\pi}{6}$. Prin urmare: $x(t) = \frac{F}{k_1}\sin\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}t - \frac{\pi}{6}\right)$	0,5p. 0,5p. 0,5p.	1,5p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

B

d)

$\tau = 2\Delta t_1 + 2\Delta t_2$.



Pentru deplasarea corpului pe distanţa OC=l parcursă în intervalul Δt_1 scriem ecuaţia:

$$ma = -k_1 x \quad \Rightarrow \quad x(t) = A_3 \sin\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}t + \varphi_3\right).$$

$$\text{La } t = 0, \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \sin\varphi_3 = 0 \Rightarrow \varphi_3 = 0 \\ v = v_0 \Rightarrow v_0 = A_3\sqrt{\frac{k_1}{m}}\cos\varphi_3 \Rightarrow A_3 = v_0\sqrt{\frac{m}{k_1}} \end{cases} \Rightarrow$$

$$x(t) = v_0\sqrt{\frac{m}{k_1}}\sin\sqrt{\frac{k_1}{m}}t$$

0,5p.

$$\text{La } t = \Delta t_1 \Rightarrow x(\Delta t_1) = l, \Rightarrow l = v_0\sqrt{\frac{m}{k_1}}\sin\sqrt{\frac{k_1}{m}}\Delta t_1 \Rightarrow \sin\sqrt{\frac{k_1}{m}}\Delta t_1 = \frac{l}{v_0}\sqrt{\frac{k_1}{m}} \Rightarrow$$

$$\Delta t_1 = \sqrt{\frac{m}{k_1}}\arcsin\left(\frac{l}{v_0}\sqrt{\frac{k_1}{m}}\right) = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{m}{k_1}}$$

0,5p.

Pentru deplasarea corpului pe distanţa CD, de durată Δt_2, scriem ecuaţia:

$$ma = -k_1 x - k_2(x - l) = -(k_1 + k_2)x + k_2 l = -(k_1 + k_2)\left(x - \frac{k_2 l}{k_1 + k_2}\right)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}} \text{ si } x - \frac{k_2 l}{k_1+k_2} = A_4\sin(\omega_2 t + \varphi_4).$$

$$\text{La} \quad t = \Delta t_1, \quad x = l \quad \text{si} \quad v(\Delta t_1) = v_0\sqrt{\frac{m}{k_1}}\sqrt{\frac{k_1}{m}}\cos\left(\sqrt{\frac{k_1}{m}}\Delta t_1\right) \Rightarrow$$

$$v(\Delta t_1) = v_0\cos\left[\arcsin\left(\frac{l}{v_0}\sqrt{\frac{k_1}{m}}\right)\right] = v_0\sqrt{1 - \frac{k_1 l^2}{m v_0^2}}.$$

$$\text{Deci la } t = \Delta t_1 \Rightarrow \begin{cases} l - \frac{k_2 l}{k_1+k_2} = A_4\sin(\omega_2 t + \varphi_4) \\ v_0\sqrt{1 - \frac{k_1 l^2}{m v_0^2}} = \omega_2 A_4\cos(\omega_2 t + \varphi_4) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} A_4\sin(\omega_2 t + \varphi_4) = \frac{l k_1}{k_1+k_2} \\ A_4\cos(\omega_2 t + \varphi_4) = v_0\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}\sqrt{1 - \frac{k_1 l^2}{m v_0^2}} \end{cases} \Rightarrow$$

$$A_4 = \sqrt{\frac{l^2 k_1^2}{(k_1+k_2)^2} + \frac{m v_0^2}{k_1+k_2}\left(1 - \frac{k_1 l^2}{m v_0^2}\right)} = \sqrt{\frac{m v_0^2}{k_1+k_2} - \frac{k_1 k_2 l^2}{(k_1+k_2)^2}} =$$

$$\frac{k_1 l}{k_1+k_2}\sqrt{\frac{m v_0^2(k_1+k_2)}{k_1^2 l^2} - \frac{k_2}{k_1}} = \frac{2}{3}l.$$

$$A_4 = \frac{2}{3}l$$

1p.

$$\omega_2\Delta t_1 + \varphi_4 = \arcsin\left(\frac{k_1 l}{k_1+k_2}\frac{1}{A_4}\right) = \arcsin\frac{k_1 l}{k_1+k_2}\frac{k_1+k_2}{k_1 l}\frac{1}{\sqrt{\frac{m v_0^2(k_1+k_2)}{k_1^2 l^2} - \frac{k_2}{k_1}}}.$$

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	$\Rightarrow \varphi_4 = \arcsin\frac{1}{\sqrt{\frac{mv_0^2}{k_1 l^2}\left(1+\frac{k_2}{k_1}\right)-\frac{k_2}{k_1}}} - \sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}\sqrt{\frac{m}{k_1}}\arcsin\left(\frac{l}{v_0}\sqrt{\frac{k_1}{m}}\right) \Rightarrow$ $\varphi_4 = \frac{\pi}{12}\left(2-3\sqrt{3}\right)$ La $\Delta t_1+\Delta t_2 \Rightarrow v=0 \Leftrightarrow 0 = A_4\sqrt{\frac{k_1+k_2}{m}}\cos[\omega_2(\Delta t_1+\Delta t_2)+\varphi_4] \Rightarrow$ $\omega_2(\Delta t_1+\Delta t_2)+\varphi_4=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta t_1+\Delta t_2 = \frac{\frac{\pi}{2}-\varphi_4}{\omega_2} = \frac{\pi}{2\omega_2}-\frac{\varphi_4}{\omega_2}\Rightarrow$ $\tau = 2(\Delta t_1+\Delta t_2) = \frac{\pi}{\omega_2}-\frac{2\varphi_4}{\omega_2} = \pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}} - 2\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}\varphi_4$ $= \pi\sqrt{\frac{m}{3k_1}} - 2\sqrt{\frac{m}{3k_1}}\frac{\pi}{12}\left(2-3\sqrt{3}\right)\Rightarrow$ $\tau = \pi\sqrt{\frac{m}{3k_1}}\left(\frac{3\sqrt{3}+4}{6}\right)$	0,5p. 0,5p	
e)	$\bar{F} = \frac{\Delta p}{2\Delta t_2} = \frac{2mv_1}{2\Delta t_2} = \frac{mv_0\sqrt{1-\frac{k_1 l^2}{mv_0^2}}}{\pi\sqrt{\frac{m}{2k_1}}\left(\frac{1}{3}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}\right)} = \frac{mv_0}{\pi}\sqrt{\frac{k_1}{m}}\frac{12}{4+3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}$ $\bar{F} = \frac{mv_0^2}{\pi l}\frac{6\sqrt{2}}{4+3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)} \Rightarrow$ $\bar{F} = \frac{kl}{\pi}\frac{12\sqrt{2}}{4+3\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}$	0,5p.	0,5p
f)	$L = 2(\Delta x_1+\Delta x_2)$. $\Delta x_1 = \frac{k_2 l}{k_1+k_2} + A_4 = \frac{k_2 l}{k_1+k_2} + \frac{k_1 l}{k_1+k_2}\sqrt{\frac{mv_0^2}{k_1 l^2}\left(1+\frac{k_2}{k_1}\right)-\frac{k_2}{k_1}}$ $\Delta x_1 = \frac{2}{3}l + \frac{1}{3}l\sqrt{2\cdot 3-2} = \frac{4l}{3}$. $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{k_1(\Delta x_2)^2}{2} \Rightarrow$ $\Delta x_2 = v_0\sqrt{\frac{m}{k_1}} = l\sqrt{2} \Rightarrow$ $L = 2\left(\frac{4l}{3}+l\sqrt{2}\right)$ $L = 2l\left(4+3\sqrt{2}\right)$	0,5p. 0,5p. 0,5p	1,5p
	Oficiu		1 p.
	Punctaj total		10 p.

Bareme propuse de:

prof. ***Ion TOMA***, CN Mihai Viteazul, București

lect. univ. dr. ***Cornel Mironel NICULAE***, Universitatea din București

prof. dr. ***Constantin COREGA***, CN Emil Racoviță, Cluj-Napoca

conf. univ. dr. ***Sebastian POPESCU***, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.