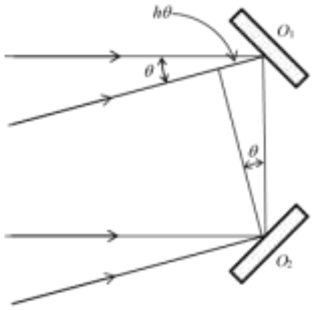
Barem de corectare

SUBIECTUL I. ***Coerență și interferometrie***	**Parțial**	**Punctaj**
I. Barem subiectul I		**10p**
Sarcina de lucru nr. I.1		**3p**
I.1.1 Iluminarea într-un punct de pe ecran, datorată unei unde luminoase, este proporțională cu densitatea de energie transportată de undă, deci cu pătratul amplitudinii intensității câmpului electric.		
$\vec{E}^2 = \vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \Rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2}\cos\varphi$,	0,50	
Deoarece fantele sunt identice, contribuțiile la iluminare sunt egale: $I = 2I_0(1+\cos\varphi)$	0,50	
unde $\varphi = \frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}$ este defazajul dintre cele două unde.	1,00	
Ca urmare $I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi\cdot a\cdot y}{\lambda\cdot D}\right)$	1,00	
Sarcina de lucru nr. I.2		**2,5p**
I.2.1 Diferența de drum optic dintre două raze provin de la sursa i, aflată la distanța $b_i = i\frac{b}{2n}$ față de axa de simetrie, care interferă într-un punct aflat pe ecran la distanța y față de axa de simetrie este $\delta = \frac{a\cdot y}{D} - \frac{a\cdot b_i}{d}$	0,50	
Iluminarea produsă pe ecran de sursa i, aflată la distanța $b_i = i\frac{b}{2n}$ față de axa de simetrie, este: $I_i = 2I_0\left[1+\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D} - \frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b_i}{d}\right)\right]$	0,50	
Deoarece sursele sunt necoerente între ele, iluminarea datorată ansamblului de surse în punctul de pe ecran aflat la distanța y față de axa de simetrie este: $I(y) = 2I_0\sum_{i=-n}^{n}\left[1+\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D} - \frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b_i}{d}\right)\right]$	0,50	
$I(y) = 2I_0(2n+1) + 2I_0\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right) +$ $+ 2I_0\sum_{i=1}^{n}\left[\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D} - \frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\cdot\frac{i}{2n}\right) + \cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D} + \frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\cdot\frac{i}{2n}\right)\right]$		
$I(y) = 2I_0(2n+1) + 2I_0\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right) +$ $+ 4I_0\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right)\left[\sum_{i=1}^{n}\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\cdot\frac{i}{2n}\right)\right]$	0,50	
Deoarece $\sum_{i=1}^{n}\cos(i\alpha) = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin\left(\frac{2n+1}{2}\alpha\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}} - 1\right]$, obținem:		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$I(y)=2I_0(2n+1)+2I_0\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right)\cdot\frac{\sin\left(\frac{2n+1}{2}\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{n\cdot d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{n\cdot d}\right)}$	0,50	
Sarcina de lucru nr. I.3		**2,5p**
I.3.1. Sursa de lumină poate fi considerată în această situație ca fiind un ansamblu de $2n+1$ surse infinit de subțiri, cu $n\to\infty$, fiecare sursă generând pe ecran o iluminare medie $I_0'=\frac{I}{2n+1}$	0,25	
Așadar: $I(y)=\lim\limits_{n\to\infty}\left[2\frac{I_0}{2n+1}(2n+1)+2\frac{I_0}{2n+1}\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right)\cdot\frac{\sin\left(\frac{2n+1}{2}\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{n\cdot d}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{n\cdot d}\right)}\right]$		
$I(y)=2I_0\left\{1+\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1}{2n+1}\frac{\frac{\pi}{2\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{n\cdot d}}{\sin\left(\frac{\pi}{2\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{n\cdot d}\right)}\cdot\frac{2\lambda\cdot n\cdot d}{\pi a\cdot b}\right]\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\right)\right\}$	0,25	
$I(y)=2I_0+2I_0\cos\left(\frac{2\cdot\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot y}{D}\right)\cdot\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\right)}{\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}}$	0,50	
I.3.2. $I_{max}=2I_0\left(1+\left\|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\right)}{\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}}\right\|\right)$	0,25	
$I_{min}=2I_0\left(1-\left\|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\right)}{\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}}\right\|\right)$	0,25	
Rezultă: $V=\left\|\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}\right)}{\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}}\right\|$ (1)	0,25	
I.3.3. Franjele din figura de interferență observată pe ecran dispar atunci când vizibilitatea devine nulă.	0,25	
Cea mai mică valoare a lui b pentru care este îndeplinită condiția se obține din $\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{a\cdot b}{d}=\pi$, adică $b=\frac{\lambda\cdot d}{a}$.	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Sarcina de lucru nr. I.4		**1p**
I.4.1 În cazul acestui interferometru, vezi figura, astfel încât e ca și cum distanța dinte fantele dispozitivului Young ar fi h. Considerăm o pereche de raze care pleacă din același punct al sursei de lumină și ajung pe cele două oglinzi sub același unghi θ (vezi figura 1.R). Diferența de drum dintre raze este $\delta = h \cdot \theta$, adică este egală cu cea produsă de un dispozitiv Young care ar avea distanța dintre fante egală cu h. Ca urmare, sursa poate fi considerată un disc văzut sub unghiul θ care iluminează un dispozitiv Young cu distanța h între fante.  **Figura 1.R**	0,20	
Ținând cont de ecuația (1) și de faptul că sursa poate fi considerată un disc, franjele de interferență dispar atunci când $\frac{\pi \cdot h \cdot \theta}{\lambda} = 1{,}22 \cdot \pi$	0,20	
Deoarece $\theta = \frac{D_s}{d}$	0,20	
obținem diametrul stelei: $D_s = \frac{1{,}22 \cdot \lambda \cdot d}{h}$	0,20	
Numeric: $D_s \cong 8{,}6 \cdot 10^6$ km	0,20	
Oficiu		**1p**

SUBIECTUL II. ***Ansamblu de particule în mișcare …***	Parțial	Punctaj
II. Barem subiectul II		**10p**
Sarcina de lucru nr. II.1		**4p**

II.1.1.

În sistemul de referinţă K', din ecuaţiile parametrice din enunţ obţinem $y' = \left(\dfrac{a}{c\cdot t'}\right)\cdot x'$, ecuaţia unei drepte prin origine cu panta $tg\alpha' = \left(\dfrac{a}{c\cdot t'}\right)$.

În sistemul K', vezi figura 2.R, la un moment oarecare de timp t', toate particulele se află pe un segment de dreaptă ce trece prin originea O', a cărei pantă scade cu timpul t'.

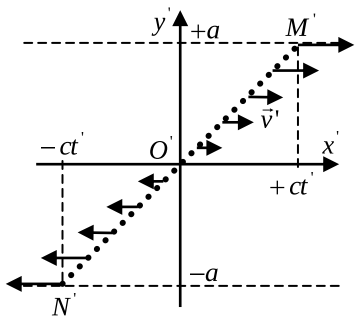


Figura 2.R

Parțial: 1,50

Observație: Domeniul în care se pot afla particulele este limitat în spaţiu. Pentru $\alpha = 1$ obţinem $y' = a$ şi $x' = c\cdot t$, iar pentru $\alpha = -1$ obţinem $y' = -a$ şi $x' = -c\cdot t$, respectiv dreapta pe care se află particulele este limitată de punctele $M'\left(x' = c\cdot t', y' = +a\right)$ şi $N'\left(x' = -c\cdot t', y' = -a\right)$.

În sistemul de referinţă K, ecuaţiile parametrice ale coordonatelor particulelor se obţin cu ajutorul transformărilor Lorentz :

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + u\cdot t'}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} = \dfrac{t'\cdot\left(\alpha\cdot c + u\right)}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \\ y = y' = \alpha\cdot a \\ z = z' = 0 \\ t = \dfrac{t' + \dfrac{u\cdot x'}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Introducem $t' = \dfrac{t - \dfrac{u\cdot x}{c^2}}{\sqrt{1-\dfrac{u^2}{c^2}}}$ în ecuaţia coordonatei x şi obţinem:

$$x = \frac{\left(\alpha\cdot c + u\right)\cdot\left(t - \dfrac{u\cdot x}{c^2}\right)}{1-\dfrac{u^2}{c^2}} \quad\Leftrightarrow\quad x = c\cdot t\cdot\frac{\alpha\cdot c + u}{c + \alpha\cdot u}.$$

În această relaţie introducem $\alpha = \dfrac{y}{a}$ şi obţinem:

$$x = c\cdot t\cdot\frac{y\cdot c + a\cdot u}{a\cdot c + y\cdot u} \quad\Leftrightarrow\quad y = \frac{a}{c}\cdot\frac{x - u\cdot t}{t - \dfrac{u\cdot x}{c^2}}$$

Putem scrie ecuaţia $y = f(x)$ sub forma:

Parțial: 1,50

$$y=-\frac{a\cdot c}{u}+\frac{\dfrac{a\cdot c\cdot t}{u}-\dfrac{a\cdot u\cdot t}{c}}{t-\dfrac{u\cdot x}{c^2}}=A+\frac{B}{C-D\cdot x}.$$

În sistemul K, vezi figura 3.R, la un moment oarecare de timp t, particulele se află pe o curbă deplasată față de origine (hiperbolă), limitată de asimptotele:

$$\begin{cases} x=\dfrac{c^2\cdot t}{u}=asimptot\breve{a}\quad vertical\breve{a} \\ y=-\dfrac{a\cdot c}{u}=asimptot\breve{a}\quad orizontal\breve{a} \end{cases}$$

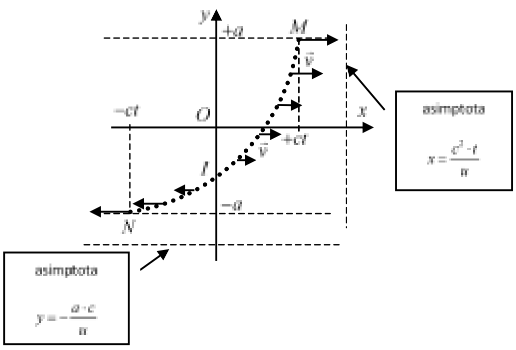


Figura 3.R

Observație: Domeniul în care se pot afla particulele este limitat în spaţiu. Pentru $\alpha=1$ obţinem $y=a$ şi $x=c\cdot t$, iar pentru $\alpha=-1$ obţinem $y=-a$ şi $x=-c\cdot t$, respectiv curba pe care se află particulele este limitată de punctele $M(x=c\cdot t, y=+a)$ şi $N(x=-c\cdot t, y=-a)$. Pentru $\alpha=0$ obținem $y=0$ şi $x=u\cdot t$, deci particula asociată cu $\alpha=0$ este situată, la orice moment de timp t, pe axa Ox în punctul $A(x=u\cdot t, y=0)$.

II.1.2.

În sistemul K' viteza $\vec{v}'$ a particulelor este dată de relaţiile:

$$\begin{cases} v'_x=\dfrac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t'}=\alpha\cdot c \\ v'_y=\dfrac{\mathrm{d}y'}{\mathrm{d}t'}=0 \\ v'_z=\dfrac{\mathrm{d}z'}{\mathrm{d}t'}=0 \end{cases}$$

Pentru $\alpha=0$ viteza v'_x se anulează.

Pentru $\alpha\in(-1,0)\Rightarrow v'_x<0$, iar pentru $\alpha\in(0,+1)\Rightarrow v'_x>0$.

0,50

În sistemul K viteza $\vec{v}$ a particulelor este dată de relaţiile:

$$\begin{cases} v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=c\cdot\dfrac{\alpha\cdot c+u}{c+\alpha\cdot u} \\ v_y=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=0 \\ v_z=\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}=0 \end{cases}$$

Pentru $\alpha=-\dfrac{u}{c}$ viteza v_x se anulează.

Pentru $\alpha\in\left(-1,-\dfrac{u}{c}\right)\Rightarrow v_x<0$, iar pentru $\alpha\in\left(-\dfrac{u}{c},+1\right)\Rightarrow v_x>0$.

0,50

Sarcina de lucru nr. II.2 — **2,5p**

II.2.1.

Deoarece $k>0$ câmpul potențial este atractiv $U(r)=-\dfrac{k}{r}<0$.

Mărimea forței cu care câmpul acționează asupra particulei este $F=\left|-\dfrac{\mathrm{dU}}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R}=\dfrac{k}{R^2}$.

1,50

Particula se deplasează pe un cerc de rază R cu viteza $\mathrm{v}=\mathrm{v}_0$ dacă forța $\vec{F}$ este centripetă $F=\frac{m'\cdot \mathrm{v}_0^2}{R}=p\cdot\frac{\mathrm{v}_0}{R}$. Pentru mișcare circulară avem $L=p\cdot R$. Obținem $L=\frac{k}{\mathrm{v}_0}$. Particula se mișcă relativist $(\mathrm{v}_0<c)$, rezultă $L>\frac{k}{c}$.		
II.2.2. Deoarece $\frac{p\cdot \mathrm{v}_0}{R}=\frac{k}{R^2}$, unde $p=\frac{m\cdot \mathrm{v}_0}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}$, obținem $\frac{m\cdot \mathrm{v}_0^2}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}}=\frac{k}{R}$. Așadar $R=\frac{k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}\cdot\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}_0^2}{c^2}}$. Introducem $L=\frac{k}{\mathrm{v}_0}$ în ultima relație, deci $R=\frac{L^2}{m\cdot k}\cdot\sqrt{1-\frac{k^2}{L^2\cdot c^2}}$, iar înlocuind pe $L=\frac{k\sqrt{2}}{c}$, rezultă $R=\frac{k\sqrt{2}}{m\cdot c^2}$.	1,00	
Sarcina de lucru nr. II.3		**2,5p**
II.3.1. Deoarece $k>0$, câmpul potențial este repulsiv $U(r)=\frac{k}{r^2}>0$. Energia totală a particulei este $E=E_c+U(r)$. Deoarece $E_c=\frac{m\cdot \mathrm{v}^2}{2}$ și $\mathrm{v}^2=\mathrm{v}_r^2+\mathrm{v}_t^2$, unde v_r și v_t sunt vitezele radială și tangențială ale particulei, energia totală a particulei poate fi scrisă sub forma $E=\frac{m}{2}\cdot\left(\mathrm{v}_r^2+\mathrm{v}_t^2\right)+\frac{k}{r^2}$. Momentul cinetic al particulei este $L=r\cdot m\cdot \mathrm{v}_t=m\cdot r^2\cdot\omega$, deci: $\omega=\frac{L}{m\cdot r^2}$. În urma efectuării calculelor obținem $\frac{m\cdot \mathrm{v}_r^2}{2}=E-\frac{k}{r^2}-\frac{m\cdot \mathrm{v}_t^2}{2}$, relație echivalentă cu $\frac{m\cdot \mathrm{v}_r^2}{2}=E-\frac{k}{r^2}-\frac{m}{2}\cdot r^2\cdot\frac{L^2}{m^2\cdot r^4}$. Din ultima relație obținem: $\mathrm{v}_r=\sqrt{\frac{2}{m}\cdot\left(E-\frac{L^2}{2m\cdot r^2}-\frac{k}{r^2}\right)}$. Punând condiția $\mathrm{v}_r=0$ și ținând seama că momentul cinetic al particulei este $L=m\cdot b\cdot \mathrm{v}_0$. rezultă $r_{\min}=\sqrt{b^2+\frac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}$.	1,50	
II.3.2. Deoarece $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}=\frac{L}{m\cdot r^2}$ și $\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$, cu $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{2}{m}\cdot\left(E-\frac{L^2}{2m\cdot r^2}-\frac{k}{r^2}\right)}$ avem $\frac{L}{m\cdot r^2}=\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r}\cdot\sqrt{\frac{2}{m}\cdot\left(E-\frac{L^2}{2m\cdot r^2}-\frac{k}{r^2}\right)}$.	1,00	

Așadar: $\mathrm{d}\varphi = \dfrac{L\cdot \mathrm{d}r}{m\cdot r^2\cdot\sqrt{\dfrac{2}{m}\cdot\left[E-\left(\dfrac{L^2}{2m}+k\right)\cdot\dfrac{1}{r^2}\right]}}$, iar prin integrare: $\varphi\Big\vert_0^{\varphi_0} = \displaystyle\int_{r_{\min}}^{\infty}\dfrac{L}{m\cdot\sqrt{\dfrac{2}{m}\cdot\left[E-\left(\dfrac{L^2}{2m}+k\right)\cdot\dfrac{1}{r^2}\right]}}\cdot\dfrac{\mathrm{d}r}{r^2}$. La intrarea particulei în câmpul repulsiv energia acesteia este $E=\dfrac{m\cdot \mathrm{v}_0^2}{2}$, iar momentul cinetic al acesteia este $L=m\cdot b\cdot \mathrm{v}_0$. Efectuând calculele obținem: $\varphi\Big\vert_0^{\varphi_0} = \displaystyle\int_{r_{\min}}^{\infty}\dfrac{m\cdot b\cdot \mathrm{v}_0}{m\cdot\sqrt{\dfrac{2}{m}\cdot\left\{\dfrac{m\cdot \mathrm{v}_0^2}{2}-\left[\dfrac{(m\cdot b\cdot \mathrm{v}_0)^2}{2m}+k\right]\cdot\dfrac{1}{r^2}\right\}}}\cdot\dfrac{\mathrm{d}r}{r^2}=\int_{r_{\min}}^{\infty}\dfrac{b}{\sqrt{1-\dfrac{1}{r^2}\cdot\left[b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}\right]}}\cdot\dfrac{\mathrm{d}r}{r^2}$. Dacă facem substituția $\rho=\dfrac{1}{r}$, atunci $\varphi_0=\displaystyle\int_0^{\rho_0}\dfrac{b}{\sqrt{1-\rho^2\cdot\left(b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}\right)}}\cdot\mathrm{d}\rho$, unde $\rho_0=\dfrac{1}{r_{\min}}=\dfrac{1}{\sqrt{b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}}$. Utilizăm relația $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}=\arcsin x\Big\vert_{x_1}^{x_2}$, așadar: $\varphi_0=\dfrac{b}{\sqrt{b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}}\cdot\arcsin\left(\rho\cdot\sqrt{b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}\right)\Bigg\vert_0^{\rho_0}=\dfrac{\pi}{2}\cdot\dfrac{b}{\sqrt{b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}}$. Între unghiul de împrăștiere θ și unghiul φ_0 există relația $\theta=\pi-2\varphi_0$. Prin urmare: $\theta=\pi\left(1-\dfrac{b}{\sqrt{b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}}\right)$. Pentru $\theta=\dfrac{\pi}{2}$, parametrul de ciocnire b se determină din relația $\dfrac{b}{\sqrt{b^2+\dfrac{2k}{m\cdot \mathrm{v}_0^2}}}=\dfrac{1}{2}$, rezultă $b=\sqrt{\dfrac{2k}{3m\cdot \mathrm{v}_0^2}}$.		
Oficiu		**1p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

SUBIECTUL III. ***Cozonacul cu stafide***	**Parțial**	**Punctaj**
III. Barem subiectul III		**10p**
Sarcina de lucru nr. III.1. ***Atomul de hidrogen***		**6p**
III.1.1. Asupra electronului acționează numai sarcina electrică situată într-o sferă de rază r, concentrică cu atomul. Densitatea de sarcină este $\rho = \dfrac{e}{\dfrac{4\pi R^3}{3}}$, iar sarcina electrică din interiorul sferei mici $q = \rho \cdot \dfrac{4\pi r^3}{3}$. Expresia forței este $F = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{R^3}\cdot r$ sau, vectorial $\vec{F} = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{R^3}\cdot \vec{r}$.	1,00	
III.1.2. Se observă că forța determinată anterior este de tip elastic. Sub acțiunea sa, electronul va efectua o mișcare oscilatorie cu perioada $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m\cdot R^3}{e^2\cdot\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}}}$ și frecvența $\nu = \dfrac{1}{T}$, rezultă $\nu = \dfrac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{e^2}{m\cdot R^3}}$.	1,00	
III.1.3. Din valoarea lungimii de undă găsim $T = \dfrac{\lambda}{c}$. Înlocuind se obține $R^3 = \dfrac{\dfrac{\lambda^2}{c^2}e^2\cdot\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}}{4\pi^2 m}$, deci $R \cong 1{,}02\cdot 10^{-10}$ m	1,00	
III.1.4. Energia de ionizare poate fi calculată ca lucrul mecanic efectuat pentru a deplasa electronul din poziția sa de echilibru la o distanță foarte mare de atom, practic la infinit. Trebuie avut în vedere că expresia forței se modifică. În interiorul atomului aceasta este $F_{\text{int}} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{R^3}\cdot r$, iar in exteriorul atomului $F_{ext} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2\cdot\dfrac{1}{r^2}$. Lucrul mecanic este $L = \int_0^R \dfrac{e^2 r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\mathrm{d}r + \int_R^\infty \dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r = \dfrac{3}{2}\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$. Pentru raza atomului obținem $R = \dfrac{3\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2}{2W_{ionizare}} \cong 1{,}59\cdot 10^{-10}$ m.	1,50	
III.1.5. Plecăm de la relația $E = m\cdot c^2$. În acest caz E este energia potențială electrostatică a unei sfere uniform electrizate în modul. Această energie se poate calcula imaginându-ne construirea acesteia strat după strat. Considerăm că am construit parțial sfera. Aceasta are raza $r < R_e$. Modulul densității de sarcină electrică este $\rho = \dfrac{e}{\dfrac{4\pi R_e^3}{3}}$.	1,50	

Sarcina electrică este $q=\dfrac{e\cdot r^3}{R_e^{\,3}}$. Aducem de la infinit o cantitate infinitezimală de sarcină $\mathrm{d}q$ și o distribuim sub forma unui nou strat pe sfera de rază r. Volumul sferei crește cu cantitatea $\mathrm{d}V=4\pi r^2\mathrm{d}r$, deci $\mathrm{d}q=\rho\cdot(4\pi r^2\mathrm{d}r)$. Lucrul mecanic efectuat este $\mathrm{d}L=\int_\infty^r\left[-\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{e\cdot\dfrac{r^3}{R_e^{\,3}}\cdot\rho(4\pi r^2\mathrm{d}r)}{x^2}\right]\mathrm{d}x=3\dfrac{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2}{R_e^{\,6}}r^4\mathrm{d}r$. Energia potențială electrostatică este egală cu lucrul mecanic total $L=\int_0^R 3\dfrac{\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}e^2}{R_e^{\,6}}r^4\mathrm{d}r=\dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0\cdot R_e}$. Din relația $m\cdot c^2=\dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0\cdot R_e}$ rezultă $R_e=\dfrac{3e^2}{20\pi\varepsilon_0\cdot m\cdot c^2}\cong 1{,}7\cdot 10^{-15}\ \mathrm{m}$. Se observă că raza electronului este cu cinci ordine de mărime mai mică decât raza atomului, deci electronul poate fi considerat punct material.		
Sarcina de lucru nr. III.2. ***Atomul cu mai mulți electroni***		**3p**
III.2.1. Electronii pot fi în echilibru doar simetric față de centrul atomului. Notăm cu d_2 distanța dintr ei. Între cei doi electroni se manifestă o forță de respingere de modul $F_1=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{d_2^{\,2}}$. Această forță este compensată de forța de atracție exercitată de sarcina pozitivă dintr-o sferă de rază $\dfrac{d_2}{2}$. În acest caz densitatea de sarcină este $\rho=\dfrac{2e}{\dfrac{4\pi R_2^{\,3}}{3}}$. Sarcina electrică din sfera de rază $\dfrac{d_2}{2}$ va fi $q=\rho\cdot\dfrac{4\pi d_2^{\,3}}{24}=\dfrac{e\cdot d_2^{\,3}}{4R_2^{\,3}}$. Expresia forței de atracție $F_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2d_2}{R_2^{\,3}}$. Egalând cele două forțe obținem $d_2=R_2$.	1,00	
III.2.2. În acest caz asupra fiecărui electron acționează două forțe de respingere care fac între ele un unghi de 60°. Rezultanta lor este $F_1=2\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{d_3^{\,2}}\cos 30^\circ$. Forța de atracție care stabilește echilibrul se datorează sarcinii pozitive dintr-o sferă de rază $d_3\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Ținând cont că în acest caz $Z=3$ rezultă pentru forța de atracție $F_2=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2d_3}{R_3^{\,3}}\cdot\sqrt{3}$. Din condiția de echilibru rezultă $d_3=R_3$.	1,00	

III.2.3. În cazul beriliului cei patru electroni se vor găsi în vârfurile unui tetraedru regulat. Asupra fiecărui electron acționează trei forțe de respingere cu modulul $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{d_4^2}$ care fac cu înălțimea piramidei dusă din vârful în care se găsește electronul un unghi pentru care se poate scrie relația $\cos\alpha=\frac{\sqrt{6}}{3}$. Rezultanta celor trei forțe de respingere va fi orientată de-a lungul înălțimii și are expresia $F_1=3\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{d_4{}^2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}$. Forța de atracție se datorează sarcinii electrice a materiei pozitive care se găsește în interiorul sferei circumscrise tetraedrului regulat. Raza acesteia este $R_{sfera}=d_4\frac{\sqrt{6}}{4}$. Forța de atracție are valoarea $F_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{R_4^{\ 3}}\cdot d_4\sqrt{6}$. Din condiția de echilibru se obține $d_4=R_4$.	1,00	
Oficiu		**1p**

Barem propus de:
prof. Liviu BLANARIU – Centrul Național de Evaluare și Examinare, București
prof. Florin BUTUȘINĂ – Colegiul Național „Simion Bărnuțiu”, Șimleu-Silvaniei
prof. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova
prof. Viorel SOLSCHI, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu-Mare