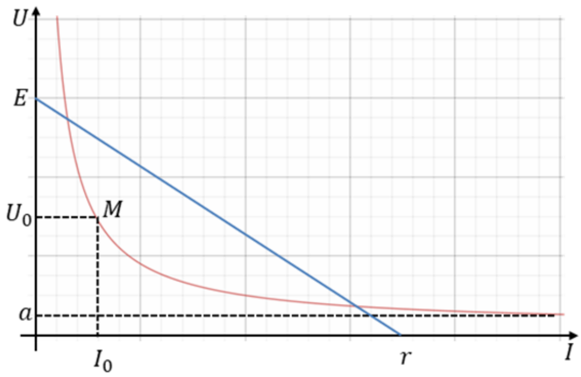
Problema 2 – baraj ONF 2017 - barem

(1p) a) Reprezentaţi grafic alura pe care o are caracteristica voltamperică a unui arc electric pe baza formulei Ayrton şi explicaţi modul în care se ajunge la întreruperea descărcării;



Fie $M(U_0, I_0)$ un punct al curbei (un „punct de funcţionare" al arcului). În timpul funcţionării arcului creşte temperatura aerului şi, prin aceasta, creşte numărul de ioni din unitatea de volum. Ca urmare, creşte intensitatea curentului electric fapt ce determină scăderea tensiunii U, scădere care antrenează o nouă creştere a intensității curentului electric.

Prin aceasta, punctul M se deplasează pe curbă (adică starea M este instabilă).

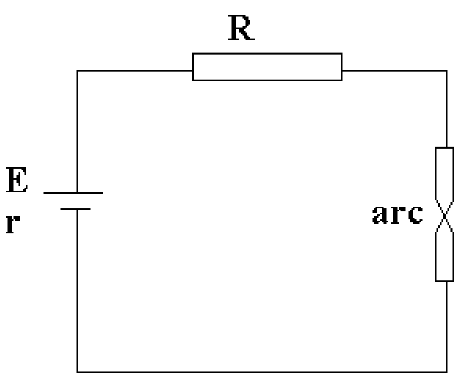
Presupunem că „arcul electric" (elementul neliniar) este alimentat de un generator de tensiune electromotoare E şi rezistență internă r. În acest caz $I \in (0, I_{sc})$.

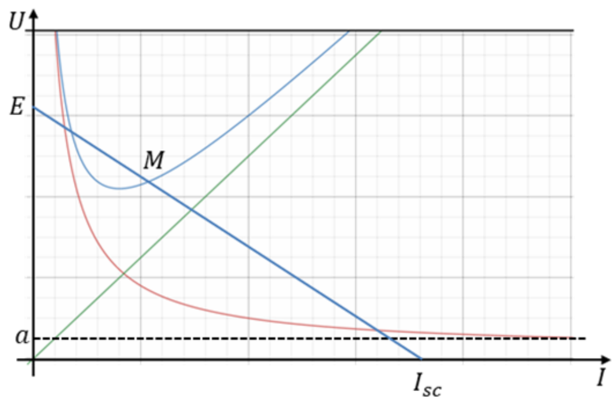
În acest caz pot exista două puncte de funcționare, amândouă fiind instabile (intersectiile curbelor).

Conditie: $U<E$.

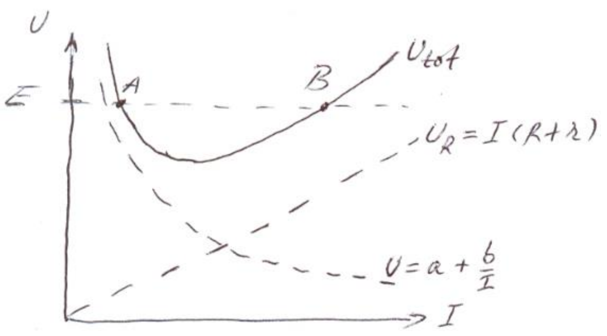
Concluzie: Un astfel de element neliniar este instabil.
(1.5p) b1) Desenaţi schema electrică a circuitului şi reprezentaţi pe acelaşi grafic caracteristicii voltamperice pentru fiecare element de circuit, precum şi pentru întregul circuit.

Conectarea în paralel nu este utilă, nu duce la stabilitate. Conectăm rezistorul în serie:





sau:



Fie $U_R = I(R+r)$ caredea de tensiune pe elementele liniare.

Fie $U_{tot} = I(R+r) + a + b/I = U_R + U$ caderea de tensiune pe toate elementele circuitului.

(1.5p) b2) Găsiţi poziţia exactă a punctului de funcţionare în funcţie de tensiunea electromotoare E a sursei şi de rezistenţa ei internă r.

In punctul A descărcarea este instabilă. Punctul B (sau idem in M) corespunde regimului stabil de descărcare: E = I(R+r) + a + b/I . Avem soluţiile:

Pentru punctul A: $I_A = \dfrac{E - a - \sqrt{(E-a)^2 - 4b(R+r)}}{2(R+r)}$ (instabil)

Pentru punctul B: $I_B = \dfrac{E - a + \sqrt{(E-a)^2 - 4b(R+r)}}{2(R+r)}$ (stabil)

(1.5p) b3) Găsiţi condiţia de stabilitate pentru intensitatea curentului în funcţie de R şi b. Explicaţi de ce rezistenţa internă a unei surse de curent continuu reale nu este suficientă pentru a asigura stabilitatea descărcării, în absenţa rezistorului R.

Condiţia de stabilitate: panta caracteristicii este pozitivă: $\dfrac{d}{dI}\left[I(R+r) + a + \dfrac{b}{I}\right] > 0 \Rightarrow \quad I > \sqrt{\dfrac{b}{R+r}}$

Pentru R=0 se obtine curent f mare, iar sursele de tensiune au putere maximă, deci şi curent maxim.

(1p) b4) Aflaţi valoarea maximă a rezistenţei R pentru care se poate obţine descărcare staţionară la o tensiune electromotoare E dată.

$$I^2(R+r) + (a-E)I + b = 0 \Rightarrow \Delta = (E-a)^2 - 4(R+r)b > 0$$

Deci: $R_{max} = \dfrac{(E-a)^2}{4b} - r$

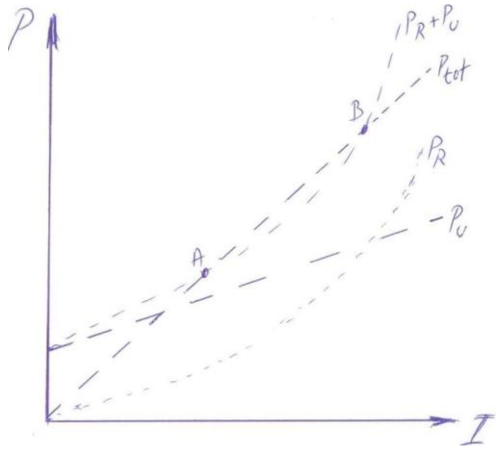
(1.5p) b5) Trasaţi pe un grafic P = f(I) alura modului de variaţie a tuturor puterilor din acest circuit şi explicaţi pe baza acestui grafic determinarea punctului de stabilitate a descărcării.

$P_U = a \cdot U + b$

$P_R = (R+r)I^2$

$P_{tot} = EI$

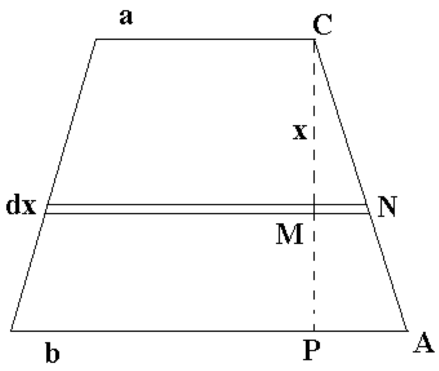
$P_R + P_U = aI + b + (R+r)I^2$

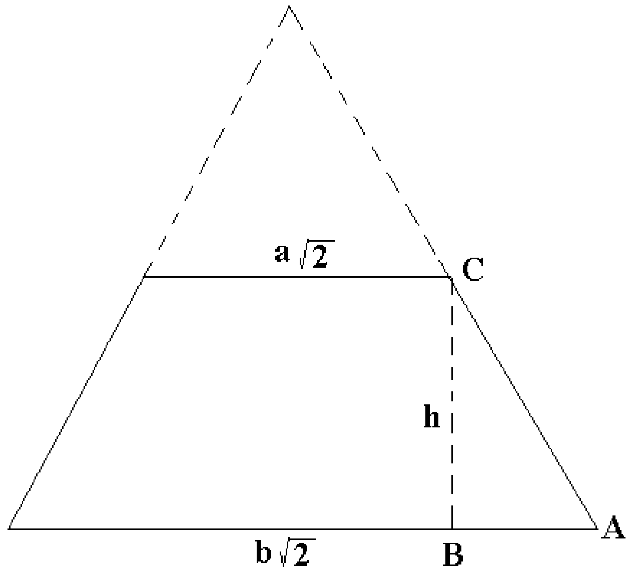


$P_R + P_U$ nu poate creşte peste P_{tot}! A = punct de funcţionare instabil. B = punct de funcţionare stabil.

(2p) c) Coloana Infinitului

32 piramide în serie; fiecare cu 4 laturi de rezistenţă R în paralel: $R_{tot} = 8R$





$$AB = \frac{(b-a)\sqrt{2}}{2}\ ;\ BC = h \Rightarrow AC = \sqrt{h^2 + \frac{(b-a)^2}{2}}$$

$$\Rightarrow CP = \sqrt{h^2 + \frac{(b-a)^2}{4}}$$

$$dR = \rho \cdot \frac{dx}{d \cdot (a + 2 \cdot MN)}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\rho}{2d}\sqrt{\frac{4h^2}{(b-a)^2} + 1} \cdot \ln\frac{b}{a}$$

$$\Rightarrow R_{tot} = \frac{4\rho}{d}\sqrt{\frac{4h^2}{(b-a)^2} + 1} \cdot \ln\frac{b}{a}$$