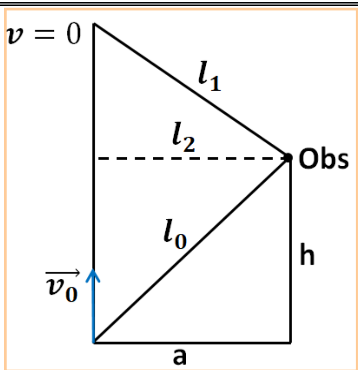
BAREM DE CORECTARE → Clasa a IX-a

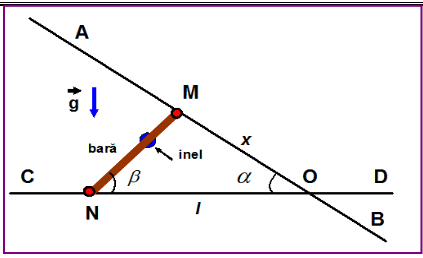
Subiect I - Cinematică (A+B)	**Parţial**	**Punctaj**
Barem subiect I (A+B)		**10 puncte**
I.A. Viteze relative .		**4,5 puncte**
a.). Legile de mişcare au forma $x=4v_0t-(4a/2)t^2$, $v_{1x}=4v_0-4at$, respectiv $y=3v_0t+(3a/2)t^2$, $v_{2y}=3v_0+3at$.	**1 p**	
Viteza relativă este $\vec{v}_{rel}=\vec{v}_2-\vec{v}_1$.	**0,25 p**	
La început ($t=0$): $v_{10}=4v_0$ (pe ***Ox***) și $v_{20}=3v_0$ (pe ***Oy***), astfel că $v_{rel}(0)=\sqrt{(4v_0)^2+(3v_0)^2}=5v_0$.	**0,25 p**	
La momentul $t(>0)$ avem $v_{rel}^2(t)=v_{1x}^2+v_{2y}^2=...=25v_0^2+25a^2\cdot t^2-14av_0\cdot t$	**0,50 p**	
Din egalitatea $v_{rel}^2(t)=v_{rel}^2(0)$ rezultă soluțiile $t'=0$ și $t''=14v_0/25a$	**0,50 p**	
Distanța dintre particule la momentul t'' este : $L(t'')=\sqrt{x^2+y^2}=...\approx(336/125)\cdot\left(v_0^2/a\right)\cong 2{,}69\cdot\left(v_0^2/a\right)$.	**0,50 p**	
b.). ***Viteza relativă este minimă*** la momentul $t_m=7v_0/25a$, fapt care rezultă din expresia $v_{rel}^2(t)=(24v_0/5)^2+(5at-7v_0/5)^2$	**1 p**	
Avem $v_{min}=v_{rel}(t_m)=24v_0/5$.	**0,50 p**	
I.B. Aruncare pe verticală .		**4,5 puncte**
a.). Notăm cu h înălțimea (deasupra Pământului) la care se află observatorul și cu a distanța de la observator la verticala mișcării corpului. Desen explicativ. .... 	**1 p**	
Conform desenului, $a=\ell_2$, ...	**0,50 p**	
$\ell_0=\sqrt{h^2+a^2}=\sqrt{h^2+\ell_2^2}$, astfel că $h=\sqrt{\ell_0^2-\ell_2^2}$	**0,75 p**	
b.) Corpul urcă până la înălțimea : $H=h+\sqrt{\ell_1^2-\ell_2^2}=\sqrt{\ell_0^2-\ell_2^2}+\sqrt{\ell_1^2-\ell_2^2}$	**0,75 p**	
Ecuația lui Galilei are forma: $v_0^2=2gH$	**1 p**	
$v_0=\sqrt{2gH}=[2g(\sqrt{\ell_1^2-\ell_2^2}+\sqrt{\ell_0^2-\ell_2^2})]^{1/2}$.	**0,50 p**	
Oficiu		**1 punct**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect II . Din istoria fizicii (A + B) — 10 puncte

II.A. Problema lui GALILEI — 4,5 puncte

a). Folosim notațiile precizate în enunțul problemei precum și informațiile oferite de figură.



Cu ajutorul teoremei cosinusului (teorema lui Pitagora generalizată) scrisă în triunghiul **MNO** putem exprima lungimea tijei în felul următor

$MN = \sqrt{\ell^2 + x^2 - 2x\ell\cos\alpha}$. **(*)** .... **0,50 p**

Notăm cu β unghiul **MNO** și scriem teorema sinusurilor sub forma $x/\sin\beta = MN/\sin\alpha$ .... **0,50 p**

De aici $\sin\beta = x\cdot\sin\alpha/MN = x\cdot\sin\alpha/\sqrt{x^2+\ell^2-2x\ell\cos\alpha}$. **(**)** .... **0,50 p**

Mișcarea este uniform accelerată cu $a = g\cdot\sin\beta$, fără viteză inițială. .... **0,50 p**

Tija fiind netedă putem scrie $MN = (t^2/2)(g\cdot\sin\beta)$ .Explicităm pătratul timpului de coborâre sub forma $t^2 = 2\cdot MN/g\cdot\sin\beta$ .... **0,50 p**

Utilizând în numărătorul și în numitorul acestei relații expresiile (*) și (**) obținem:

$$t^2 = (2/g\sin\alpha)(1/x)(x^2+\ell^2-2x\ell\cos\alpha) = \\ = (2/g\cdot\sin\alpha)\left(x+\ell^2/x-2\ell\cdot\cos\alpha\right)$$ . ... **0,50 p**

Ultima paranteză rotundă se poate scrie și sub forma

$(...) = \left((\sqrt{x}-\ell/\sqrt{x})^2 + 2\ell(1-\cos\alpha)\right)$. Ea este ***minimă*** când $x = MO = \ell$ .... **0,50 p**

b). În acest caz $(...)_{\min} = 2\ell(1-\cos\alpha) = 4\ell\cdot\sin^2(\alpha/2)$,................................ **0,50 p**

Astfel, $t^2_{\min} = (8\ell/g)\left(\sin^2(\alpha/2)/2\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2)\right) = (4\ell/g)\cdot tg(\alpha/2)$.

De aici rezultă că ***timpul minim*** este: $t_{\min} = 2\sqrt{(\ell/g)\cdot tg(\alpha/2)}$ .... **0,50 p**

II.B. De pe vremea lui NEWTON — 4,5 puncte

Să luăm ca densitate medie pentru Pământ valoarea $\rho = 5{,}5\rho_{apa} =$

$= 5{,}5\cdot10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ (adică *media aritmetică*) .... **0,50 p**

Conform legii newtoniene a atracției universale, accelerația căderii libere la suprafața Pământului este dată de formula $g = K\cdot M/R^2$, ... **1 p**

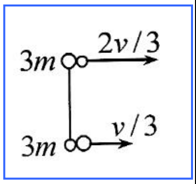
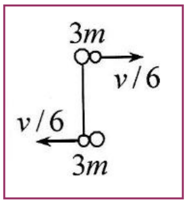
cu $M = V\cdot\rho = (4\pi/3)R^3\rho$ . ... **1 p**

Astfel găsim că $g = (4\pi/3)KR\rho$ și de aici $K = 3g/4\pi\rho R$ . ... **1 p**

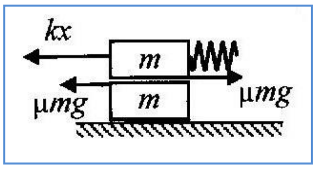
Considerând $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ și $R = 6371\,\mathrm{km}$, rezultă $K = 6{,}68\cdot10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$ (o valoare extrem de apropiată de ceea ce acceptăm azi ca valoare corectă) ... **1 p**

Oficiu — **1 punct**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Subiect III . Dinamică (A + B + C)		**10 puncte**
III.A. Ciocniri perfect inelastice		**3 puncte**
Legea conservării impulsului scrisă separat, $2m\cdot v=3m\cdot v_{sus}$ și $m\cdot v=3m\cdot v_{jos}$, ne dă $v_{sus}=2v/3$, respectiv $v_{jos}=v/3$, adică $v_{sus}\neq v_{jos}$.	**0,75 p**	
Figura alăturată se referă la momentul imediat ulterior ciocnirii. În continuare, mişcarea tijei nu va mai fi o translaţie plan-paralelă. În ***sistemul centrului de masă*** (**SCM**) cu originea la mijlocul tijei, vom avea o ***mişcare de rotaţie***. 		
Față de suprafață pe care se află tija și bilele, centrul de masă are viteza $v_c=(1/2)(2v/3+v/3)=v/2$ .... 	**0,75 p**	
Față de SCM, bilele (cu masa $3m$) au vitezele: $v'_{sus}=2v/3-v/2=v/6$, respectiv $v'_{jos}=v/2-v/3=v/6$, (vezi al doilea desen)...	**0,75 p**	
Raza cercului este $\ell/2$. **Tensiunea din tijă** este egală cu ***forța centrifugă***, astfel că putem scrie $T=(3m)(v/6)^2(2/\ell)=mv^2/6\ell$.	**0,75 p**	
III.B. Dinamică – Trei bile		**3 puncte**
Fiind fixate pe tijă, cele trei bile vor avea mereu aceeși viteză unghiulară ω.	**0,25 p**	
În starea inițială sistemul are doar energie potențială. Când tija trece prin poziția verticală există atât energie cinetică cât și energie potențială. Conservarea energiei se exprimă astfel : $3mg\cdot 3\ell=mg\ell+mg\cdot 2\ell+(m/2)(\omega\cdot\ell)^2+(m/2)(\omega\cdot 2\ell)^2+(m/2)(\omega\cdot 3\ell)^2$.	**0,50 p**	
De aici deducem că la trecerea prin poziția verticală $\omega^2=6g/7\ell$................	**0,25 p**	
Cu legea II Newton putem scrie: ► pentru bila de sus: $T_1-T_2-mg=m\omega^2\ell=(6/7)mg$, ...	**0,50 p**	
► pentru bila din mijloc: $T_2-T_3-mg=m\omega^2\cdot 2\ell=(12/7)mg$, ...	**0,50 p**	
► pentru bila de jos: $T_3-mg=m\omega^2\cdot 3\ell=(18/7)mg$.	**0,50 p**	
Din aceste ecuații deducem că : $T_1=(57/7)mg$, $T_2=(44/7)mg$, $T_3=(25/7)mg$.	**0,50 p**	
Așadar, $T_1:T_2:T_3=57:44:25$. (relația nu se punctează)		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

III.C. Dinamică – Comprimarea unui resort		**3 puncte**
Fie x comprimarea maximă a resortului. În momentul maximei comprimări a resortului toate corpurile se vor mişca spre stânga, cu aceeași viteză u . ... Conservarea impulsului ne permite să scriem $M \cdot v_0 = (M + 2m) \cdot u$, (**1**). .... Conservarea energiei se exprimă prin relația $(M/2)v_0^2 = (M/2 + m) \cdot u^2 + (k/2)x^2$, (**2**). .... Cu ajutorul legii II a lui Newton, aplicată celor două corpuri cu masa m, putem scrie $ma_{sus} = kx - \mu mg$ și $ma_{jos} = +\mu mg$, unde $a_{sus} = a_{jos}$, (vezi ***figura***!). ....  Astfel obținem relația $x = 2\mu mg / k$, (**3**). .... Din (**1**) extragem expresia $u = M \cdot v_0 /(M + 2m)$ pe care, substituind-o în relația (**2**), împreună cu relația (**3**), găsim următorul răspuns final $k = 4m(1/2 + m/M) \cdot (\mu g / v_0)^2$.	**0,50 p** **0,50 p** **0,50 p** **0,75 p** **0,25 p** **0,50 p**	
Oficiu		**1 punct**

Barem propus de:
prof. univ. dr. **ULIU** Florea, Universitatea din Craiova;
prof. **POPESCU** Viorel, Colegiul Național “ *Ion C. Brătianu* ” din Pitești;
prof. **MIU** Cristian, Colegiul Național “ *Ion Minulescu* ” din Slatina;
; prof. **ANTONIE** Dumitru, Colegiul Tehnic nr.2**,** Târgu – Jiu.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.