Subiectul I (10 puncte)

A. Conductivitatea termică a materialelor … (4 puncte)

Două plăci omogene, de grosime $L_1 = 1\,\text{cm}$ și $L_2 = 2\,\text{cm}$, confecționate din materiale având conductivitățile termice $k_1 = 200\ \dfrac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ și $k_2 = 400\ \dfrac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$, sunt aduse în contact termic una cu cealaltă (figura 1). Temperaturile suprafețelor exterioare ale plăcilor sunt menținute la $T_1 = 270\ \text{K}$ și $T_2 = 330\ \text{K}$. Se presupune că nu există transfer de căldură decât pe direcția perpendiculară pe planul feței AB. Cantitatea de căldură transferată în intervalul de timp scurt Δt, printr-o placă de grosime *d* și secțiune *S* este dată de relația $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = k\cdot S\cdot\dfrac{\Delta T}{d}$, unde ΔT este diferența de temperatură între cele două fețe de arie S.

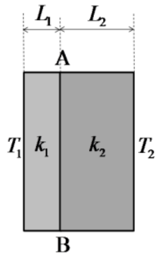


Figura 1

Sarcina de lucru 1

Determină temperatura *T* la suprafața de contact AB a celor două plăci în condiții de staționaritate (*T* nu variază în timp).

Sarcina de lucru 2

Pentru studiul conductivității termice a unui material, se înlocuiesc cele două plăci cu o placă omogenă de grosime $L = L_1 + L_2$ și suprafață *S* (figura 2), confecționată din materialul studiat. Presupunem că transferul de căldură ΔQ în intervalul de timp Δt, prin placa având fețele exterioare la temperaturile T_1 și T_2 este același ca și în situația anterioară (pentru ansamblul celor două plăci studiat la sarcina de lucru 1). Stabilește relația dintre conductivitatea termică *k* a materialului plăcii studiate și conductivitățile termice k_1 și k_2.

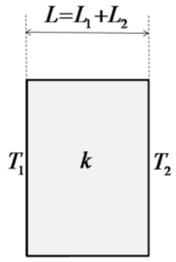


Figura 2

B. Motor termic (5 puncte)

Un motor termic funcționează schimbând căldură numai cu două corpuri solide A și B aflate inițial la temperaturile T_A și T_B, $(T_A > T_B)$; corpurile au mase egale m și aceeași căldură specifică c. Fiecare dintre corpuri schimbă căldură numai cu motorul până când ambele corpuri ajung la aceeași temperatură T_0. Corpurile nu-și schimbă starea de agregare. Corpul A evoluează de la starea inițială în care are temperatura T_A către starea finală în care are temperatura T_0, trecând prin stări intermediare în care are temperaturile $T_{A,i} = T_A - \dfrac{T_A - T_0}{n}i$, cu i natural $0 \le i \le n$; n este un număr natural foarte mare. Similar, corpul B evoluează de la starea inițială în care are temperatura T_B către starea finală în care are temperatura T_0, trecând prin stări intermediare în care are temperaturile $T_{B,i} = T_B + \dfrac{T_0 - T_B}{n}i$.

Sarcina de lucru 3.

3.a. Determină relația dintre cantitățile de căldură $\Delta Q_{A,i}$, $\Delta Q_{B,i}$ schimbate de corpuri la trecerea din starea i în starea $i+1$ și temperaturile $T_{A,i}$, $T_{B,i}$ dacă motorul termic efectuează lucrul mecanic maxim posibil.

3.b. Determină expresia temperaturii finale T_0 a celor două corpuri.

Sarcina de lucru 4

4.a. Determină expresia lucrului mecanic total produs de motor până când corpurile ajung la T_0.

4.b. Determină expresia randamentului motorului considerând întreaga durată de funcționare.

Dacă îți este necesar, ai în vedere că, pentru numere naturale n foarte mari, $\displaystyle\sum_{i=0}^{n-1}\frac{1}{\dfrac{a\cdot n}{b-a}+i} = \ln\frac{b}{a}$

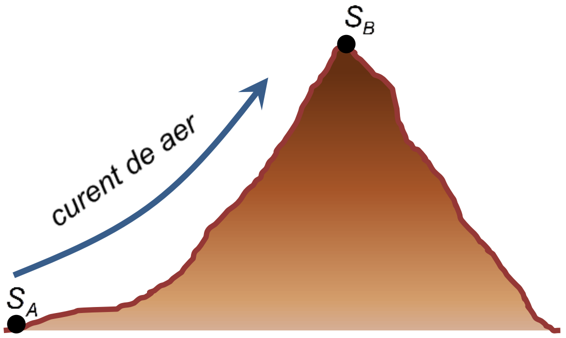
Subiect propus de:
prof. Ion TOMA – Colegiul Național Mihai Viteazul, București
conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică, București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul al II-lea (10 puncte)

Meteorologie

Datorită unor condiții meteorologice specifice, aerul urcă adiabatic de-a lungul versantului unui munte, ca în figura alăturată. Consideră că aerul se comportă ca un gaz ideal. Se cunosc: masa molară medie a aerului uscat $\mu_{aer} = 28,9\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, *masa molară a apei* $\mu_{apă} = 18,0\ \text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, *constanta gazelor ideale* $R = 8,31\text{J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, *accelerația gravitațională* $g = 9,81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, *densitatea apei în stare lichidă* $\rho_{apă} = 1000\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$. *Consideră că exponentul adiabatic al aerului nu este influențat de umiditate și are valoarea* $\gamma = 1,40$.



Sarcina de lucru 1 (4 puncte)

Într-o zi de vară, la baza muntelui, la stația meteorologică S_A, *aerul este uscat și are presiunea* $p_A = 1,00 \cdot 10^5$ Pa *și temperatura* $t_A = 27\ °\text{C}$. *La stația meteorologică* S_B, *situată pe vârful muntelui, aerul uscat ajunge la presiunea* $p_B = 7,57 \cdot 10^4$ Pa. *Calculează:*

1.a. densitatea aerului atmosferic la stația meteorologică S_A ;

1.b. temperatura înregistrată la stația meteorologică S_B din vârful muntelui;

1.c. înălțimea la care se află stația meteorologică S_B față de stația meteorologică S_A , presupunând că densitatea aerului atmosferic scade liniar cu înălțimea.

Sarcina de lucru 2 (5 puncte)

Consideră o nouă situație, în care aerul atmosferic este umed. Definim umiditatea absolută a aerului ca fiind raportul $x = \dfrac{m_v}{m_a}$ *dintre masa vaporilor de apă și masa aerului uscat dintr-un volum dat de aer umed. La stația meteorologică* S_A *valorile măsurate sunt:* $p'_A = 1,00 \cdot 10^5$ Pa, $t'_A = 27\ °\text{C}$ *și* $x = 1,00 \cdot 10^{-2}$. *Aerul umed care urcă de-a lungul versantului este caracterizat de masa pe unitatea de suprafață orizontală* $m = 2000\ \dfrac{\text{kg}}{\text{m}^2}$. *La un moment dat, temperatura este suficient de scăzută pentru ca vaporii de apă să devină saturanți, să apară condensarea apei şi astfel să apară nori. Aerul cu nori ajunge în vârful muntelui, urcând uniform de-a lungul coastei în timpul* $\tau = 1800\,\text{s}$. *În timpul urcării, în fiecare* $M = 1\text{kg}$ *de aer atmosferic condensează – sub formă de ploaie – o masă* $m_{cond.} = 2,50\text{g}$ *de apă. Căldura latentă specifică de vaporizare a apei în nor este* $\lambda = 2500\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. *În condițiile date, atât aerul cât și vaporii de apă pot fi considerate gaze ideale. Determină:*

2.a. presiunea parțială a vaporilor de apă la stația meteorologică S_A (presiunea care ar fi exercitată de vaporii de apă dacă ar ocupa singuri întregul volum ocupat de aerul umed);

2.b. densitatea aerului atmosferic la stația meteorologică S_A ;

2.c. înălţimea stratului de apă căzut pe fiecare metru pătrat de suprafață orizontală în timpul $\Delta t_{ploaie} = 2\text{ore}$ (considerați că în cele două ore, din locul în care se formează plafonul de nori și până în vârful muntelui, plouă uniform atât în timp, cât și în spațiu);

2.d. căldura eliberată ca urmare a condensării vaporilor de apă (ce formează picăturile de ploaie) într-o coloană verticală de aer cu aria secțiunii transversale $S = 1\ \text{m}^2$.

Subiect propus de:
prof. Liviu BLANARIU – Centrul Național de Evaluare și Examinare, București
conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică, București

Subiectul al III-lea *(10 puncte)*

A. La o consultație oftalmologică

La o consultaţie oftalmologică, cei mai mulţi dintre noi au fost solicitaţi să stea la o anumită distanţă de un poster de tipul celui din figura 1, numit opto-test, şi să citească cu voce tare literele de dimensiuni din ce în ce mai mici, tipărite pe acesta.

A	1	6/21
Z Y	2	6/18
E U W Q	3	6/15
M N D H R	4	6/12
E Y L U Z M	5	6/9
R K E X E X A R	6	6/6
W V X P B Z S U W G	7	6/4,5

Figura 1

Literele unui opto-test au un format special şi îndeplinesc condiţiile stabilite în anul 1862 de către oftalmologul olandez Herman Snellen:

- fiecare literă de pe un rând k , subîntinde un arc cu valoarea de cinci minute de arc $\left(\alpha = 5'\right)$ din partea sa cea mai de sus, până în partea sa cea mai de jos, respectiv din partea sa stângă, până în partea sa dreaptă şi poate fi încadrată într-un pătrat de latură a_k (figura 2);
- liniile din care este formată fiecare literă de pe un rând k , au toate o astfel de lăţime b_k , încât subîntind un arc cu valoarea de un minut de arc $\left(\beta = 1'\right)$.

În situaţia în care sunt îndeplinite aceste două condiţii pentru literele de pe un rând k , distanţa la care trebuie să fie situat ochiul observatorului este D_k . Schiţa din figura 2 nu este realizată la scară.

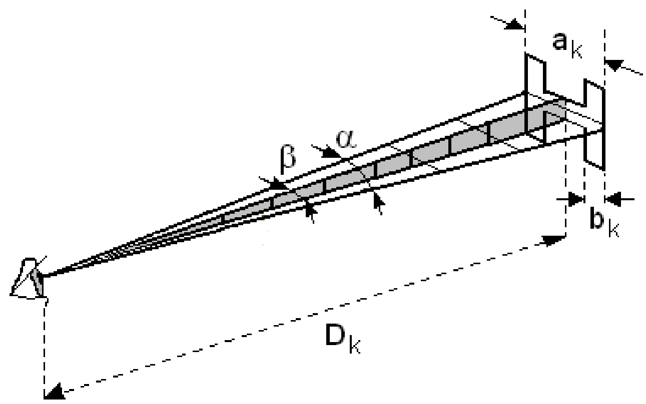


Figura 2

La marginea din dreapta a fiecărui rând k (figura 1) este menţionată fracţia lui Snellen, exprimată prin raportul dintre distanţa la care stă persoana supusă testului oftalmologic bazat pe citirea cu voce tare a literelor unui opto-test şi distanţa D_k . Distanţele sunt măsurate în metri. Pentru situaţia ilustrată în figura 1, distanţa la care stă persoana supusă testului oftalmologic este de $6\,\text{m}$.

Sarcina de lucru nr.1

1.a. Determină expresia pentru latura a_k , în care pot fi încadrate literele de pe rândul k al unui opto-test şi expresia pentru lăţimea b_k a liniei din care sunt construite aceste litere. Exprimă rezultatele, după caz, în funcţie de unghiurile α , β şi de distanţa D_k .

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

1.b. Pentru fiecare dintre rândurile caracterizate prin fracţia Snellen $6/18$, $6/12$ şi respectiv $6/6$ (figura 1), calculează valorile pentru latura a_k şi pentru lăţimea b_k. Exprimă rezultatele obţinute în cadrul acestei sarcini de lucru în mm, folosind numere cu o singură zecimală.

Pe baza testului bazat pe citirea cu voce tare a literelor unui opto-test şi a altor investigaţii oftalmologice, medicul a diagnosticat-o pe Ana cu miopie. Pentru corectarea defectului de vedere, el i-a recomandat Anei să utilizeze pentru ochiul drept o lentilă de contact cu convergenţa de $-4{,}50\,\delta$, iar pentru ochiul stâng, una cu convergenţa de $-3{,}50\,\delta$. Cu lentilele de contact prescrise de medic Ana poate vedea clar, atât cu ochiul stâng cât şi cu ochiul drept, obiectele situate între $20{,}0\,\text{cm}$ şi infinit.

Sarcina de lucru nr.2

2.a. Dedu valoarea distanţei minime şi valoarea distanţei maxime, faţă de ochi, la care poate fi situat un obiect, astfel încât Ana să îl vadă clar cu ochiul drept, fără să utilizeze lentila de contact.

2.b. Determină intervalul de valori pentru distanţa faţă de ochi, la care poate fi plasat un obiect, pentru ca Ana să îl vadă clar cu ochiul stâng, fără să folosească lentila de contact.

Din greşeală, Ana a pus lentila de contact recomandată de către medicul oftalmolog pentru ochiul stâng la ochiul drept.

2.c. Determină intervalul de valori pentru distanța faţă de ochi la care se află un obiect, pentru ca Ana să îl poate vedea clar cu ochiul drept, având la acest ochi lentila de contact recomandată de medic pentru ochiul stâng.

B. Peştele ţintaş

Peştele ţintaş (Toxotes jaculator) trăieşte în apele curgătoare din Asia de sud-est şi din Australia și se hrăneşte cu insecte. Acest pește este cunoscut pentru abilitatea sa impresionantă de a doborî insectele aflate în aer, pe o frunză sau de pe o creangă situată deasupra suprafeței apei, „lansând" către acestea picături de apă care lovesc prada cu o precizie uimitoare (figura 1).

Această problemă îți propune să analizezi câteva dintre fenomenele fizice care îi permit peștelui țintaș să obțină hrana din alt mediu, decât cel în care el trăiește și să răspunzi la cerințele formulate în cadrul diferitelor sarcini de lucru. Exprimă rezultatele numerice corespunzătoare mărimilor solicitate, în unități SI, prin numere cu două zecimale.

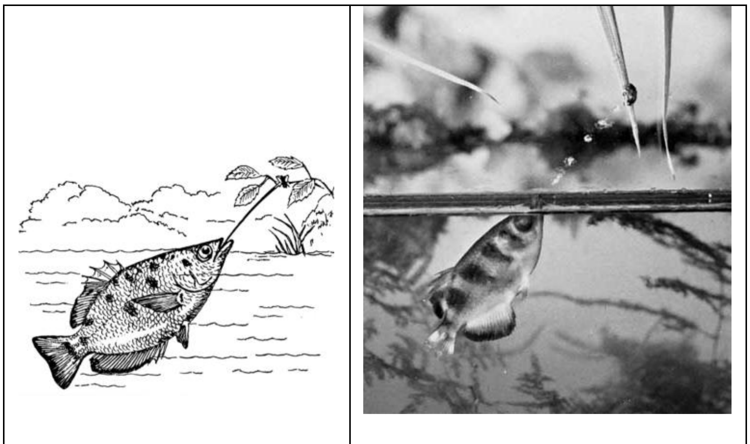


Figura 1

O insectă situată în aer la distanţa $y = 0{,}1\text{m}$ deasupra suprafeţei apei este observată din apă de către peştele ţintaş, după o direcţie care formează unghiul $\alpha = 30°$ cu normala la suprafaţa de separare apă – aer. Situația descrisă mai sus este ilustrată în schița din figura 2, în care insecta este marcată prin litera A. Consideră că indicele de refracţie al apei este $n = 1{,}41\left(\cong \sqrt{2}\right)$ şi că indicele de refracţie al aerului este unitar.

Schița din figura 2 nu este realizată la scară.

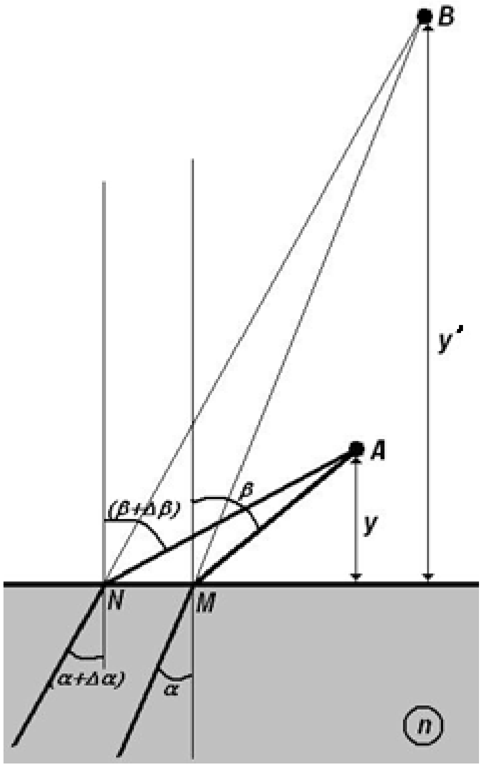


Figura 2

Pentru o variație mică a unghiurilor $\Delta\alpha$ și $\Delta\beta$ poți folosi aproximațiile:

$\sin\Delta\alpha \cong \Delta\alpha$ și $\cos\Delta\alpha \cong 1$

$\sin\Delta\beta \cong \Delta\beta$ și $\cos\Delta\beta \cong 1$

Sarcina de lucru nr. 1

1.a. Calculează valoarea unghiului β, determinat de raza de lumină AM şi normala în punctul M.

1.b. Demonstrează că o mică variaţie $\Delta\alpha$ a unghiului de observare determină o mică variaţie $\Delta\beta \cong n\cdot\Delta\alpha\cdot\dfrac{\cos\alpha}{\cos\beta}$ a unghiului spre obiectul observat. O astfel de situaţie apare atunci când refracţia are loc într-un punct N, foarte apropiat de punctul M, iar raza refractată ajunge tot în A.

1.c. Estimează valoarea înălţimii y', faţă de suprafaţa apei, la care „pare” să se afle insecta.

Sarcina de lucru nr. 2

2.a. Ținând gura foarte aproape de suprafaţa apei, peștele țintaș „lansează” picături de apă pe direcţia după care observă, din apă, insecta aflată pe o frunză. Determină valoarea vitezei cu care picăturile de apă sunt „lansate” din gura peştelui ţintaş, dacă acestea lovesc şi doboară insecta. Consideră că valoarea acceleraţiei gravitaţionale este $g = 10\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Dacă îți sunt necesare, poți folosi următoarele relații:

$\sin(\alpha\pm\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta \pm \sin\beta\cdot\cos\alpha$

$\cos(\alpha\pm\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta \mp \sin\alpha\cdot\sin\beta$

Subiect propus de:
prof. dr. Delia DAVIDESCU – ICHB, București
conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică, București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve cerințele în orice ordine.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.