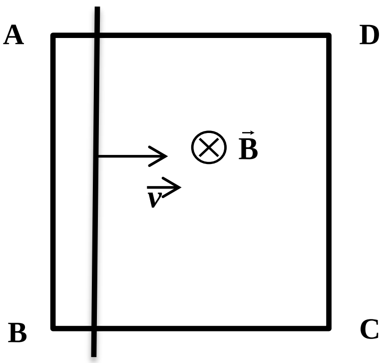
Subiectul I – Curenţi în câmp magnetic

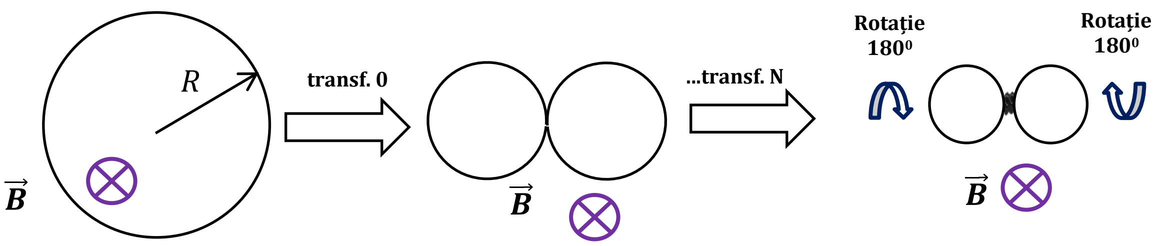


I.1 De-a lungul laturilor AD şi BC ale cadrului fix ABCD, pătrat cu latura $l = 1$ m, culisează fără frecare o bară ca în figură. Laturile AB, CD şi bara mobilă sunt confecţionate din acelaşi material cu rezistivitatea $\rho = 0{,}0166 \cdot 10^{-6}\ \Omega\text{m}$ şi secţiunea $S = 2\ \text{mm}^2$, în timp ce laturile AD şi BC au rezistenţă electrică neglijabilă. Sistemul se află într-un plan perpendicular pe liniile unui câmp magnetic uniform şi constant de inducţie magnetică $B = 5$ mT. Determină energia consumată pentru deplasarea barei între laturile AB şi CD cu viteza constantă $v = 5$ m/s.

I.2 Se montează convenabil pe laturile AB şi CD ale cadrului de la punctul **I.1** câte un generator cu rezistenţă electrică internă neglijabilă, având tensiunile electromotoare $E_1 = 10$ V, respectiv $E_2 = 20$ V, iar laturile BC şi AD ale cadrului se înlocuiesc cu altele confecţionate din acelaşi material conductor ca AB şi CD şi cu aceeaşi lungime cu ele. Se păstrează direcţia şi valoarea inducţiei magnetice de la punctul **I.1**. Determină distanţa *x* faţă de latura AB la care trebuie aşezată bara pentru a rămâne în repaus. Bara se aşază pe cadru, paralel cu laturile AB şi CD.

I.3 O buclă circulară cu raza *R* şi rezistența electrică *r*, realizată dintr-un fir conductor subțire, acoperit cu un strat izolator, este situată într-un plan perpendicular pe liniile unui câmp magnetic uniform de inducție magnetică $\vec{B}$. Bucla este supusă unor transformări succesive care constau în:

- transformarea 0: deformarea după direcția unui diametru, până la formarea a două bucle circulare identice, în același plan cu bucla inițială ca în figură;
- transformarea $k = \overline{1, N}$: răsucirea uniformă și simultană cu 180° a fiecărei bucle, în sens opus una față de cealaltă, cu păstrarea formei circulare a buclelor. În urma fiecărei transformări *k* ($k \geq 1$) se consideră că lungimea totală a celor două bucle scade cu $1/n$ (*n* număr natural) din lungimea totală a buclei inițiale, ca urmare a răsucirii firului conductor;



Determină numărul total de sarcini electrice elementare ce străbat o secțiune a firului conductor:

a) În timpul transformării 0;
b) În timpul transformării 1;
c) În timpul total necesar efectuării tuturor transformărilor de mai sus.

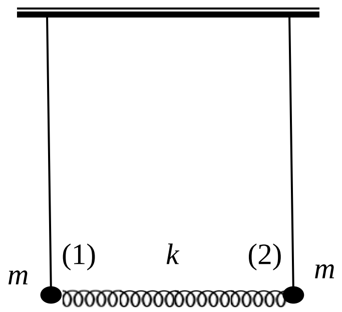
În timpul tuturor transformărilor de mai sus modulul și orientarea inducției câmpului magnetic extern rămân neschimbate. În plus, neglijează orice interacțiune dintre diferitele părți ale sistemului, precum și orice fenomene din regiunea răsucită a firului. Se cunoaște sarcina electrică elementară, *e*.

Dacă este necesară, poți folosi suma $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

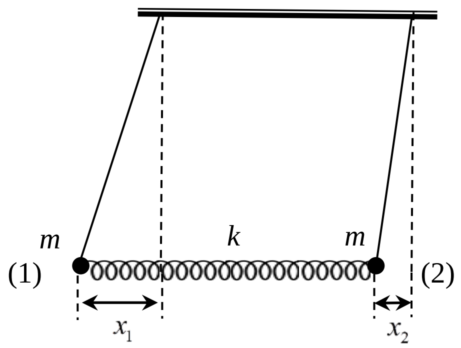
Subiect propus de:
prof. ***Marian Viorel ANGHEL***, Liceul Teoretic „Petre Pandrea" Balș

Subiectul al II-lea – Analiza propagării unei perturbații

Propagarea unei perturbații mecanice depinde atât de mediul prin care se propagă, cât și de sursa de oscilații. În cele ce urmează îți propunem ca, pe baza modelului oscilatorului liniar armonic, să determini cât timp îi trebuie unei perturbații mecanice să traverseze un mediu elastic.



În acest context, în figura alăturată, este reprezentat un sistem mecanic format din două pendule gravitaționale cuplate printr-un resort elastic. Atunci când sistemul este în echilibru mecanic cele două pendule au poziția verticală, iar resortul este nedeformat. Masa fiecăruia din corpurile suspendate este m, constanta elastică a resortului este k, iar ω este pulsația cu care oscilează liber fiecare din cele două pendule gravitaționale. Se scoate din poziția de echilibru pendulul (1), deviindu-l spre stânga pe o distanță foarte mică, astfel încât variația poziției verticale a corpului suspendat să poată fi neglijată. Se cunoaște, de asemenea, că resortul este foarte puțin rigid astfel încât constanta sa elastică îndeplinește condiția $k \ll m \cdot \omega^2$.



La un moment dat deviațiile orizontale ale corpurilor suspendate sunt x_1 respectiv x_2 (vezi figura alăturată).

a) Argumentează că $m\omega^2$ are, pentru mișcarea corpului suspendat de fir, aceeași semnificație pe care o are constanta elastică k a unui resort pentru mișcarea aceluiași corp suspendat vertical de resort. Reprezintă forțele care determină mișcarea celor două corpuri suspendate și scrie ecuațiile de mișcare ale acestora în funcție de mărimile precizate anterior.

b) Se consideră două momente diferite ale evoluției sistemului mecanic, corespunzătoare situațiilor pentru care alungirea resortului este $x = x_1 - x_2$, respectiv $x' = x_1 + x_2$. În fiecare din cele două situații precizate, sistemul mecanic poate fi asimilat cu un oscilator liniar armonic care are o anumită accelerație a și elongațiile x, respectiv x'. Scrie, în funcție de a, x, x' și celelalte mărimi fizice precizate anterior, ecuațiile de mișcare pentru cele două situații.

c) Precizează mărimea fizică reprezentată de $x(0)$, respectiv $x'(0)$, unde 0 se referă la momentul inițial al începerii mișcării oscilatorii. Argumentează răspunsul. Scrie, în funcție de mărimile precizate anterior, soluțiile $x_1(t)$, respectiv $x_2(t)$, corespunzătoare ecuațiilor de mișcare ale corpurilor (1) și (2).

d) Determină timpul t după care perturbația se propagă de la corpul (1) la corpul (2).

e) Dacă masele celor două corpuri nu sunt egale, transferul de energie de la un oscilator la altul nu se mai face integral. În acest caz, ecuațiile care descriu evoluția în timp a elongațiilor celor doi oscilatori sunt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{m_2}{m_1+m_2} A cos\omega_1 t + \frac{m_1}{m_1+m_2} A cos\omega t \\ x_2 = -\frac{m_1}{m_1+m_2} A cos\omega_1 t + \frac{m_1}{m_1+m_2} A cos\omega t \end{cases}, \quad \text{unde} \quad \omega_1^2 = \omega^2 + k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right).$$

Determinați amplitudinea oscilațiilor pendulului (1) atunci când amplitudinea oscilațiilor pendulului (2) este maximă.

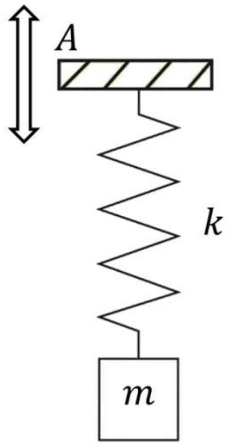
Precizare: Se consideră cunoscut că pentru x mic se poate face aproximația $(1+x)^k \cong 1 + k \cdot x$.

Subiect propus de:
prof. ***Victor STOICA***, ISMB

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, c etc.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

Subiectul al III-lea – oscilații forțate

Un punct material de masă m este suspendat prin intermediul unui resort ideal cu constantă elastica k de un suport (v. fig.). Lungimea nedeformată a resortului este L_0. Perioada proprie (în absența frecării) a acestui sistem este T_0, iar decrementul logaritmic este D.



La un moment dat, suportul începe să efectueze o mișcare periodică sinusoidală, cu amplitudinea A și perioada T, pe direcție verticală.

a) Arată că ecuația ce descrie mișcarea punctului material se poate scrie sub forma: $a_x + 2bv_x + \omega_0^2 x = f_0 \sin(\omega t + \varphi)$, unde ω_0 este pulsaţia proprie a oscilatorului armonic, iar ω este pulsaţia oscilațiilor suportului. Faza φ este aleasă astfel încât mişcarea punctului material să fie descrisă de legea: $x = B\sin(\omega t)$.

b) Exprimă parametrul b în funcţie de decrementul logaritmic D.

c) Determină amplitudinea B de oscilație a punctului material după ce se stinge starea tranzitorie. Exprimă rezultatul în funcție de mărimile date.

d) Determină diferența de fază dintre oscilațiile punctului material și ale suportului în situația de la punctul b)?

e) Răspunde la întrebările de la punctele c) și d) în **cazul numeric:** T_0 =1,00 s; D = 0,1; A =1 cm. Consideră două cazuri pentru perioada de mișcare a suportului: T_1 =1,10 s și T_2 = 0,9 s.

În procesul de fabricație a resorturilor se execută mai întâi un resort foarte lung făcut din sârmă (de oțel pentru arcuri) rulată pe un cilindru. Pentru obținerea resorturilor cu diferite constante elastice se taie din resortul lung segmente cu lungimea necesară.

f) Determină lungimile a două resorturi (tăiate din același resort lung ca și resortul din problemă) pentru care perioadele oscilatorilor armonici obținuți prin atașarea punctului material să fie egale cu T_1, respectiv T_2, ale căror valori sunt cele de la punctul e).

g) De un resort de lungime L ($L > L_0$), obţinut în condiţiile de la punctul f), este atașat punctul material de masă m. În cazul particular $D = 0$ regăsește raportul B/A determinat la punctul c), unde B este amplitudinea cu care oscilează punctul material, iar A este amplitudinea de oscilație a unui punct de pe resort situat la distanța L_0 de punctul material. În acest caz, suportul este în repaus.

h) Utilizând un resort cu lungimea nedeformată L_3 suficient de mare și punând în oscilație atât punctul material, cât și suportul, se observă că aceste oscilații sunt în opoziție de fază. Dacă amplitudinea oscilațiilor suportului este A, iar a punctului material este B, determină poziția punctului de pe resort (măsurată față de suport atunci când resortul este nedeformat) care nu oscilează.

Subiect propus de:
lect. univ. dr. ***Cornel Mironel NICULAE***, Universitatea din București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, c etc.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.