## *Problema 1: Mingea de golf*

O bilă care se rostogolește pe un perete cilindric vertical manifestă uneori un comportament aparent bizar. Jucătorii de golf sunt adesea frustrați de comportamentul unei mingi care tocmai a intrat razant într-o gaură.

Pentru a simplifica analiza cantitativă, modelul de față se bazează pe următoarele ipoteze:

- mingea de golf este considerată o bilă omogenă cu masa $m$ și raza $r$;
- gaura este perfect cilindrică, verticală, cu raza interioară $R$ și adâncimea, măsurată față de nivelul solului, $h$;
- mingea se rostogolește fără alunecare atât înainte de a intra în gaură, cât și pe peretele acesteia;
- atât timp cât mingea se mișcă în gaură, ea rămâne permanent în contact cu peretele găurii;
- mingea intră razant în gaură, înscriindu-se tangențial la muchia găurii, viteza centrului ei de masă fiind, în acel moment, $v_0$.

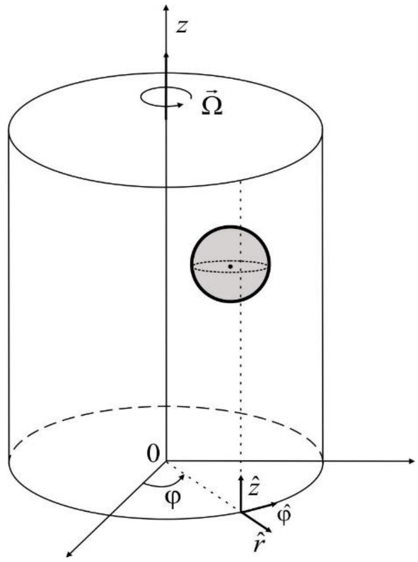

**Fig. 1**

În Fig. 1 este reprezentată mingea undeva pe peretele găurii. Deplasarea azimutală a mingii este măsurată prin unghiul $\varphi$, viteza unghiulară de rotație a mingii în jurul axului vertical al găurii este notată cu $\Omega$, iar cu $\hat{r}$, $\hat{\varphi}$ și $\hat{z}$ sunt notați versorii direcțiilor radială, azimutală, respectiv verticală. În aceste condiții, determină:

**A.** expresia componentei verticale a vitezei unghiulare a mingii, $\omega_z$, atunci când mingea se rostogolește pe peretele găurii, precum și cea a componentei azimutale a forței de frecare dintre minge și perete; **(2,40 p)**

**B.** expresia vitezei unghiulare $\Omega$ de rotație a mingii în jurul axului găurii; **(0,40 p)**

**C.** expresia forței de reacțiune normală cu care peretele găurii acționează asupra mingii, în timpul rostogolirii ei pe perete; **(0,40 p)**

**D.** poziția verticală $z(t)$ a mingii în funcție de timp, după ce a luat contact cu peretele vertical al găurii; **(4,60 p)**

**E.** expresia care dă valoarea minimă a vitezei $v_0$ pentru care mingea iese imediat din gaură; **(1,00 p)**

**F.** condiția matematică pe care trebuie să o îndeplinească coeficientul de frecare $\mu$ dintre minge și peretele găurii pentru ca mingea să nu alunece la niciun moment de timp. **(1,20 p)**

Se cunoaște accelerația gravitațională, $g$.

***Observații:***

1. *Derivata unui produs de funcții, $f(x)$ și $g(x)$, este* $\dfrac{d}{dx}(fg)=\dfrac{df}{dx}g+f\dfrac{dg}{dx}$;
2. *Derivatele în raport cu timpul ale versorilor din Fig. 1 sunt:* $\dfrac{d\hat{r}}{dt}=\Omega\hat{\varphi}$ *și* $\dfrac{d\hat{\varphi}}{dt}=-\Omega\hat{r}$ *și* $\dfrac{d\hat{z}}{dt}=\vec{0}$.

problemă propusă de
**conf. univ. dr. Sebastian POPESCU**, Facultatea de Fizică, Universitatea „Alexandru Ioan Cuza” din Iași

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerinţele.
3. Durata probei este de 5 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se notează de la 10 la 0 (fără punct din oficiu). Punctajul final este suma acestora.