Problema a II-a (10 puncte)

Ceea ce Newton n-a ştiut!

Mişcarea de revoluție a Lunii în jurul Pământului este însoțită de o mişcare de rotație a Lunii, în jurul unei axe proprii, sensurile celor două mişcări fiind identice. Elipsa din figura 1 reprezintă traiectoria centrului Lunii, în mişcarea sa, ca rezultat al interacțiunii gravitaționale cu planeta Pământ. În focarul F_1 al acestei elipse se află centrul Pământului. În poziția inițială, centrul Lunii coincide cu perigeul elipsei. După un anumit timp centrul Lunii a ajuns pe elipsă în poziția L, iar raza vectoare $\vec{r}$ a centrului Lunii s-a rotit cu unghiul θ. În acelaşi interval de timp, Luna s-a rotit în jurul axei proprii (perpendiculară pe planul desenului), cu un unghi δ, evidențiat în desen ca fiind unghiul cu care s-a rotit, în planul orbitei Lunii, axa de referință din secțiunea orbitală a Lunii. Ca urmare, direcția axei de referință din planul secțiunii orbitale a Lunii, intersectează axa mare a elipsei, într-un punct C din apropierea focarului F_2 al acesteia.

Concluzie: atunci când Luna se deplasează în jurul Pământului, punctul C se deplasează de-a lungul axei mari a elipsei, oscilând de o parte şi de cealaltă parte a focarului F_2, evidențiind astfel rolul celui de al doilea focar al elipsei, F_2, rol despre care Newton n-a ştiut!

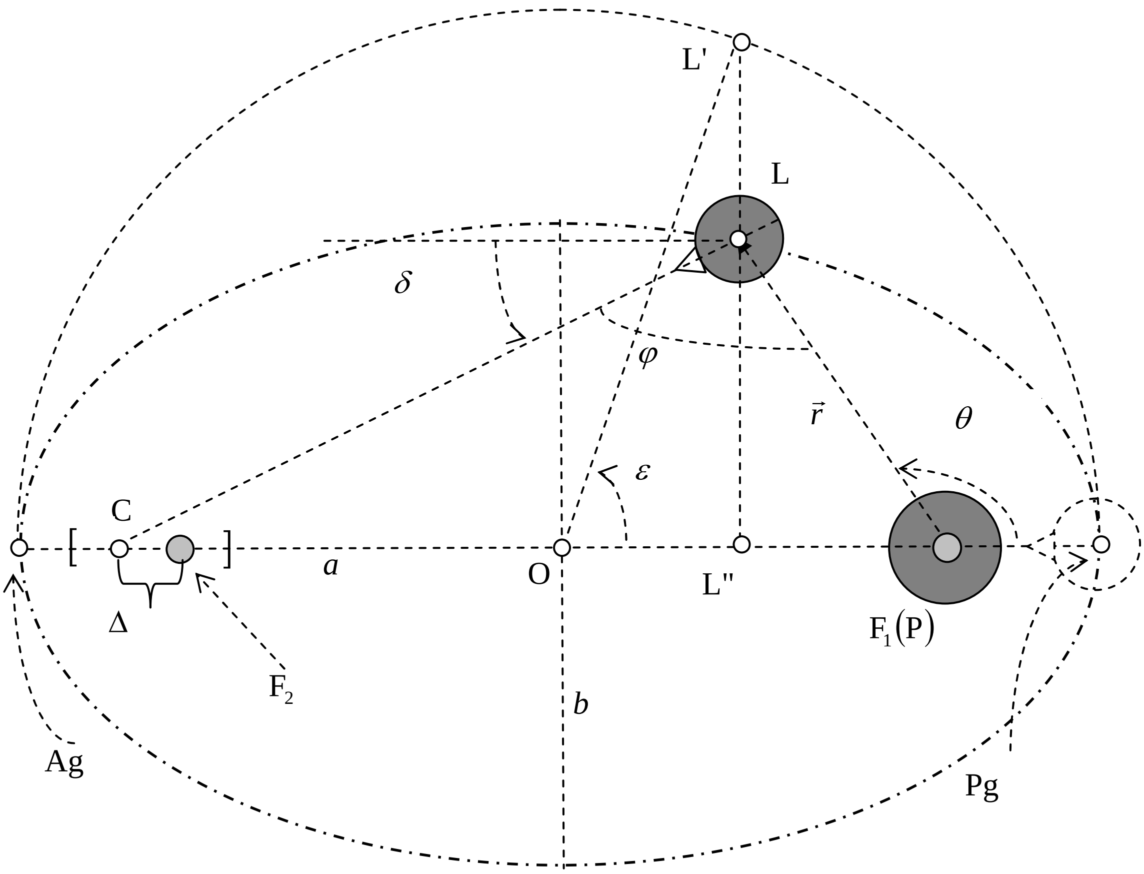

Figura 1

a) Să se determine intervalele valorilor distanţei Δ, în stânga şi în dreapta focarului F_2, dacă Δ reprezintă distanța de la punctul C până la focarul F_2, într-un moment oarecare, pe durata deplasării centrului Lunii de la Perigeu, până la Apogeu. Să se analizeze simetria acestor intervale, în raport cu focarul F_2 şi să se interpreteze rezultatul.

b) Să se localizeze pe elipsă, poziția L_0 a centrului Lunii, pentru care direcția axei de referință din planul secțiunii orbitale a Lunii, intersectează axa mare a elipsei în focarul F_2 al acesteia.

Se ştie că: 1) relația dintre unghiurile θ şi ε, evidențiate în desen, este $\cos\theta = \dfrac{\cos\varepsilon - e}{1 - e\cos\varepsilon}$, unde $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$ este excentricitatea numerică a elipsei; 2) aria suprafeței descrisă de raza vectoare a centrului Lunii, până când centrul Lunii a ajuns în poziția L, este $S = \dfrac{ab}{2}(\varepsilon - e\sin\varepsilon)$, unde a şi b sunt cele două semiaxe ale elipsei; 3) semiaxa mare a elipsei este $a = 384.400$ km; 4) pentru că excentricitatea numerică a elipsei este foarte mică, $e \approx 0{,}0549$, se va lucra, acceptând următoarea aproximație:

$$f(e) = \sin\varepsilon\sqrt{1-e^2}\,\cot(\varepsilon - e\sin\varepsilon) - e - \cos\varepsilon \approx \frac{\cos\varepsilon}{2}e^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - 2\cos^2\varepsilon\right)e^3.$$

© Problemă propusă de:
Prof. dr. Mihail Sandu – Călimăneşti

FOAIE DE RĂSPUNSURI

Problema a II-a (10puncte)

Ceea ce Newton n-a ştiut!

a. Valorile distanței Δ, în stânga şi în dreapta focarului F_2		0,8p
1b. Localizarea pe elipsă a poziției L_0 a centrului Lunii, pentru care direcția axei de referință din planul secțiunii orbitale a Lunii, intersectează axa mare a elipsei în focarul F_2 al acesteia		0,5p