

CLASA a IX-a; PROBLEMA 1; REZOLVARE

b) $P = \frac{P_0}{1-k}$.

c) Indicația unuia dintre cele două voltmetre conectate în serie la bornele generatorului este:

$$U_1 = R_v I_1 = R_v \frac{E}{2R_v + r},$$

unde R_v este rezistența internă a unui voltmetru, iar r este rezistența interioară a generatorului.

Indicația voltmetrului conectat singur la bornele generatorului este:

$$U_2 = R_v I_2 = R_v \frac{E}{R_v + r}.$$

Din relațiile anterioare, rezultă:

$$\frac{1}{U_2} = \frac{R_v + r}{R_v E};$$

$$\frac{1}{U_1} = \frac{R_v + r}{R_v E} + \frac{R_v}{R_v E};$$

$$\frac{1}{U_1} = \frac{1}{U_2} + \frac{1}{E}; \quad E = \frac{U_1 U_2}{U_2 - U_1} = 10,28 \text{ V}.$$

a) Cele 8 scheme diferite care pot fi formate cu ajutorul celor 3 rezistoare sunt reprezentate în figura , unde: a - grupare serie (1 schemă); b - grupare în paralel (1 schemă); c - grupare mixtă (3 scheme); d - grupare mixtă (3 scheme).

Dintre aceste scheme trebuie identificate aceea care să permită eliberarea unei puteri totale maxime, fără a scoate însă nici unul dintre rezistoare.

Să presupunem că schema optimă ar fi cea reprezentând gruparea în serie. În acest caz, deoarece intensitatea curentului este aceeași pentru toate rezistoarele, cea mai mare putere va fi aceea eliberată de rezistorul cu rezistență maximă, $R_3 = 3 \Omega$.

Impunând condiția ca aceste să funcționeze în condiții de siguranță, rezultă:

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{U}{6 \Omega};$$

$$P_3 = R_3 I^2 = \frac{12^2}{12 \Omega} = 1 \text{ W};$$

$$U = 2\sqrt{3} \text{ V}; \quad I = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ A};$$

$$P_1 = R_1 I^2 = \frac{1}{3} \text{ W}; \quad P_2 = R_2 I^2 = \frac{2}{3} \text{ W};$$

$$P_{\text{serie}} = 2 \text{ W}.$$

Să presupunem acum că schema optimă
ar fi cea reprezentând gruparea în paralel.

În acest caz, decăderea tensiunii este aceeași
pentru toate rezistoarele, cea mai mare putere
va fi eliberată de rezistorul cu rezistență
minimă, $R_1 = 1 \Omega$.

Impunând condiția ca acesta să funcționeze în condiții de siguranță, rezultă:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} = 1 \text{ W};$$

$$U = 1 \text{ V};$$

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{1}{2} \text{ W}; \quad P_3 = \frac{U^2}{R_3} = \frac{1}{3} \text{ W};$$

$$P_{\text{paralel}} = \frac{11}{6} \text{ W}.$$

Să presupunem acum ca schemă optimă
 ar fi cea reprezentând gruparea mixtă c. În
 acest caz, deoarece intensitatea curentului are
 valoarea maximă prin rezistorul cu rezistență
 minimă, $R_1 = 1 \Omega$, însemnând că cu mai mare
 putere va fi eliberată de rezistorul cu re-
 zistență minimă, R_1 .

Impunând condiția ca aceste să funcționeze
 în condiții de siguranță, rezultă:

$$I = \frac{U}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} = \frac{5U}{11 \Omega};$$

$$P_1 = R_1 I^2 = \frac{25U^2}{121 \Omega} = 1 W;$$

$$U = \frac{11}{5} V; \quad I = 1 A;$$

$$U_{23} = I R_{23} = \frac{6}{5} V;$$

$$P_2 = \frac{U_{23}^2}{R_2} = \frac{18}{25} W; \quad P_3 = \frac{U_{23}^2}{R_3} = \frac{12}{25} W;$$

$$P_{\text{mixt}, c} = 2,2 W.$$

În final, se presupune ca schemă optimă
 va fi cea reprezentând gruparea mixtă d. În
 acest caz, cea mai mare putere va fi eliberată
 de rezistorul cu rezistență minimă, $R_1 = 1 \Omega$.

Impunând condiția ca aceste să funcționeze
 în condiții de siguranță, rezultă:

$$P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2}{1 \Omega} = 1 \text{ W}; \quad U = 1 \text{ V};$$

$$I_{23} = \frac{U}{R_2 + R_3} = 0,2 \text{ A};$$

$$P_2 = R_2 I_{23}^2 = 0,08 \text{ W};$$

$$P_3 = R_3 I_{23}^2 = 0,12 \text{ W};$$

$$P_{\text{mixt, d}} = 1,2 \text{ W}.$$

Concluzie: puterea totală eliberată
 maximă corespunde încălzitorului din
 schemă mixtă c.

CLASA a IX-a; PROBLEMA 2; REZOLVARE

a) Dacă explozia se produce în punctul E, la ora $T_0 = 0$, urmărind desenele din figura 1, rezultă că primele trei semnale sonore, propagate prin apă, fie direct, fie după reflexii succesive pe suprafața apei, vor fi recepționate la detectorul din punctul D, la orele:

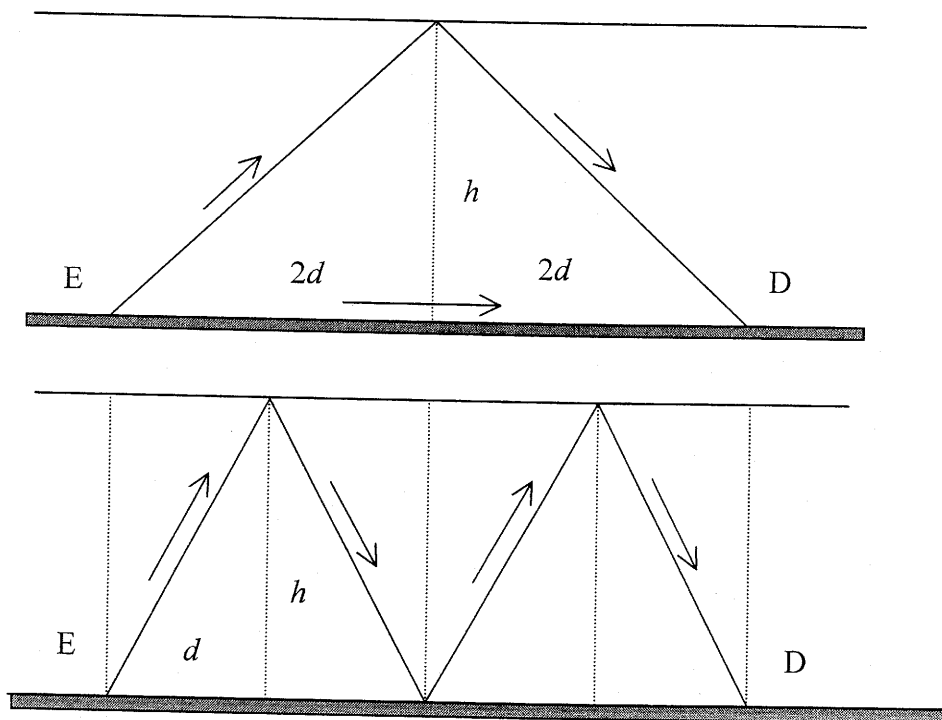


Fig. 1

$$T_1 = \frac{4d}{v};$$

$$T_2 = \frac{2\sqrt{4d^2 + h^2}}{v};$$

$$T_3 = \frac{4\sqrt{d^2 + h^2}}{v},$$

unde $4d$ este distanța de la locul exploziei până la detectorul de sunete, iar h este adâncimea apei oceanului la locul exploziei.

În aceste condiții, rezultă:

$$t_1 = T_2 - T_1 = \frac{2}{v} \left[\sqrt{4d^2 + h^2} - 2d \right];$$

$$\sqrt{4d^2 + h^2} = 2d + \frac{vt_1}{2};$$

$$h^2 = \left(2d + \frac{vt_1}{2}\right)^2 - 4d^2; \quad h^2 = 2dvt_1 + \frac{v^2 t_1^2}{4};$$

$$t_2 = T_3 - T_2 = \frac{2}{v} \left[2\sqrt{d^2 + h^2} - \sqrt{4d^2 + h^2} \right];$$

$$2\sqrt{d^2 + h^2} = \frac{vt_2}{2} + \sqrt{4d^2 + h^2};$$

$$2\sqrt{d^2 + h^2} = \frac{vt_2}{2} + 2d + \frac{vt_1}{2};$$

$$2\sqrt{d^2 + h^2} = 2d + \frac{v}{2}(t_1 + t_2);$$

$$h^2 = \frac{v}{2}(t_1 + t_2)d + \frac{v^2}{16}(t_1 + t_2)^2;$$

$$2dt_1 + \frac{vt_1^2}{4} = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)d + \frac{v}{16}(t_1 + t_2)^2;$$

$$L = 4d = \frac{v}{2} \frac{(t_1 + t_2)^2 - 4t_1^2}{3t_1 - t_2} = 5.625 \text{ m};$$

$$h = \frac{v}{4} \sqrt{\frac{t_1 t_2 (t_1 + t_2)}{3t_1 - t_2}} = 1.377,8 \text{ m}.$$

b)

$$T_1 = \frac{4d}{v} = 3,75 \text{ s};$$

$$T_2 = T_1 + t_1 = 5,25 \text{ s};$$

$$T_3 = T_2 + t_2 = 8,25 \text{ s};$$

$$L_1 = L = 4d = 5.625 \text{ m};$$

$$L_2 = 2\sqrt{4d^2 + h^2} = 6.263,7 \text{ m};$$

$$L_3 = 4\sqrt{d^2 + h^2} = 7.874,9 \text{ m}.$$

c) Să considerăm, urmărind figura 1, că submarinul se află în punctul A, la ora t_1 , în momentul începerii emiterii unui semnal ultrasonor. La sfârșitul emiterii aceluiasi semnal, la ora t_2 , submarinul se află în poziția B. Durata emisiei semnalului și distanța parcursă de submarin pe durata emisiei semnalului, sunt:

$$\tau_0 = t_2 - t_1;$$

$$AB = d = v(t_2 - t_1) = v\tau_0.$$

Semnalul ajunge la fundul oceanului, unde se reflectă și apoi se propagă în sens invers, în întâmpinarea submarinului. La ora t'_1 , când pe submarin începe recepția semnalului recepționat, submarinul se află în punctul C. La ora t'_2 , când pe submarin se încheie recepția semnalului reflectat, submarinul se află în punctul D, astfel încât, durata recepției semnalului reflectat și distanța parcursă de submarin pe durata recepției semnalului ultrasonor reflectat, sunt:

$$\tau = t'_2 - t'_1;$$

$$CD = d' = v(t'_2 - t'_1) = v\tau.$$

În aceste condiții, știind că viteza semnalului ultrasonor în apa oceanului este u , rezultă:

$$h_1 + h'_1 = u(t'_1 - t_1); \quad h_2 + h'_2 = u(t'_2 - t_2);$$

$$h_1 = d + h_2; \quad h'_1 = d' + h'_2;$$

$$h_1 + h'_1 = d + d' + h_2 + h'_2;$$

$$u(t'_1 - t_1) = v(\tau + \tau_0) + u(t'_2 - t_2);$$

$$u[(t_2 - t_1) - (t'_2 - t'_1)] = v(\tau + \tau_0);$$

$$u(\tau - \tau_0) = v(\tau + \tau_0);$$

$$\tau = \tau_0 \frac{u - v}{u + v} < \tau_0.$$

Ca urmare, durata pauzei dintre oricare două semnale înregistrate după reflexia pe fundul oceanului, este:

$$\delta = \delta_0 \frac{u - v}{u + v} < \delta_0.$$

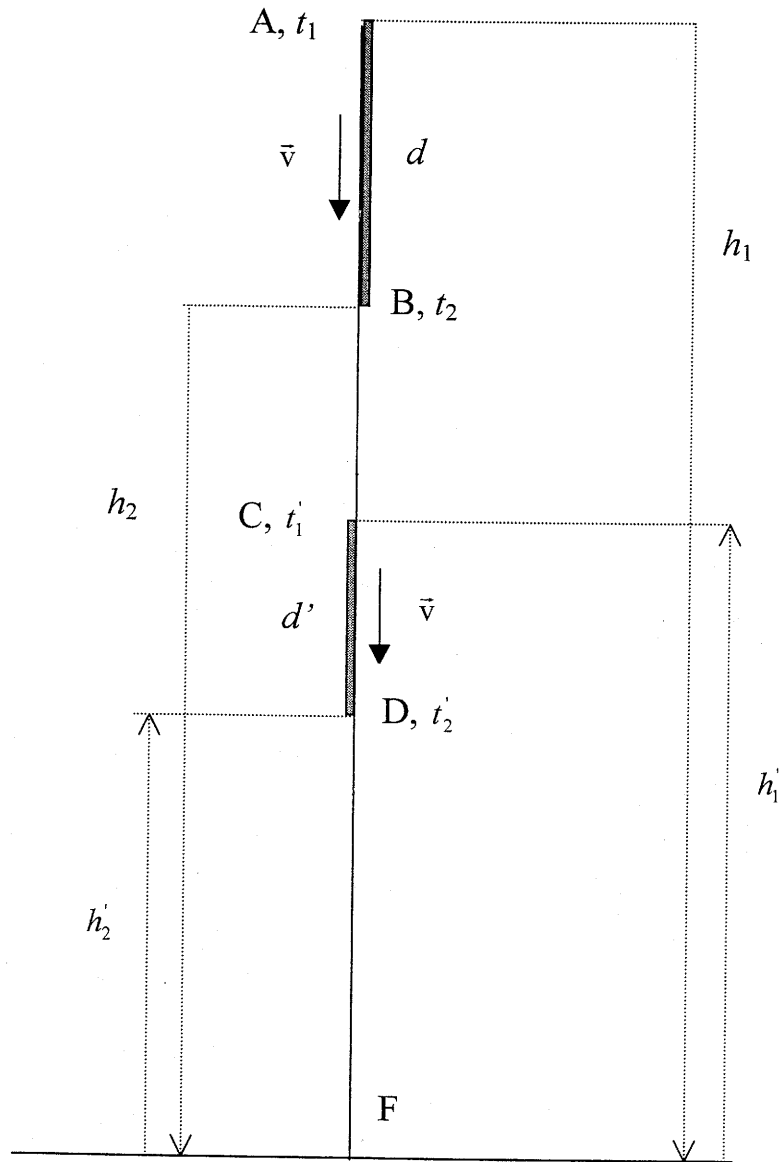


Fig. 1

În mod asemănător, dacă submarinul urcă uniform pe verticală, se demonstrează că durata recepției fiecărui semnal reflectat este:

$$\tau = \tau_0 \frac{u + v}{u - v} > \tau_0,$$

iar durata pauzei dintre oricare două semnale detectate după reflexie pe fundul oceanului, este:

$$\delta = \delta_0 \frac{u + v}{u - v} > \delta_0.$$

CLASA a IX-a; PROBLEMA 3; REZOLVARE

a) După pătrunderea razei de lumină în interiorul lamei de sticlă, în primul punct de incidență de pe fața AC (fig. 1), acolo unde unghiul de incidență este $\theta = 10^\circ$ (mai mic decât unghiul limită pentru cuplul sticlă - aer, $\sin l = 1/n = 1/1,41 = 0,7$; $l = 45^\circ$), se va produce o reflexie parțială și o refracție parțială. Datorită refracției parțiale apare pe ecranul E pata de lumină 1. Procesul se repetă în fiecare dintre punctele de incidență ale razelor de lumină de pe cele două fețe ale lamei, cât timp unghiul de incidență în punctul respectiv este mai mic decât unghiul limită. Așa se întâmplă și în punctul de pe fața AC unde unghiul de incidență este $3\theta = 30^\circ < l$, unde, datorită refracției parțiale apare pe ecran pata de lumină 2.

În următorul punct de incidență de pe aceeași față AC, acolo unde unghiul de incidență este $5\theta = 50^\circ > l$, raza de lumină se va reflecta total, fără a mai exista și o componentă refractată parțial spre ecran.

Concluzie: pe ecranul E se vor obține două pete de lumină.

b) Imaginea virtuală a vârfului V al conului se formează, așa cum indică figura 2, în punctul V', la distanța D față de centrul lentilei:

$$D = \frac{fd}{f-d},$$

iar semiunghiul de la vârful imaginii conului este dat de expresia:

$$\operatorname{tg} \beta = \left(1 - \frac{d}{f}\right) \operatorname{tg} \alpha.$$

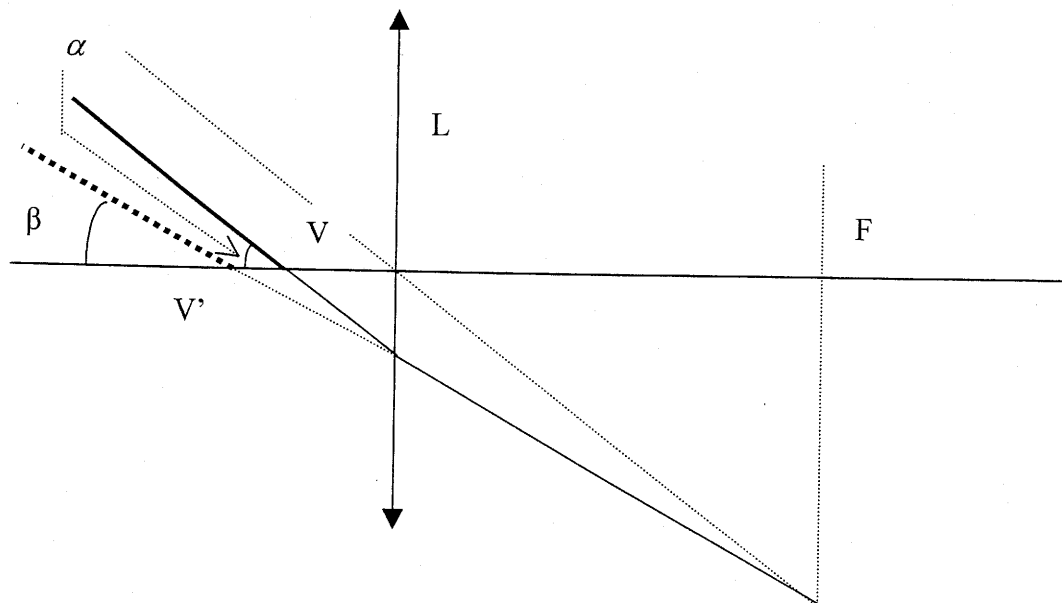


Fig. 2

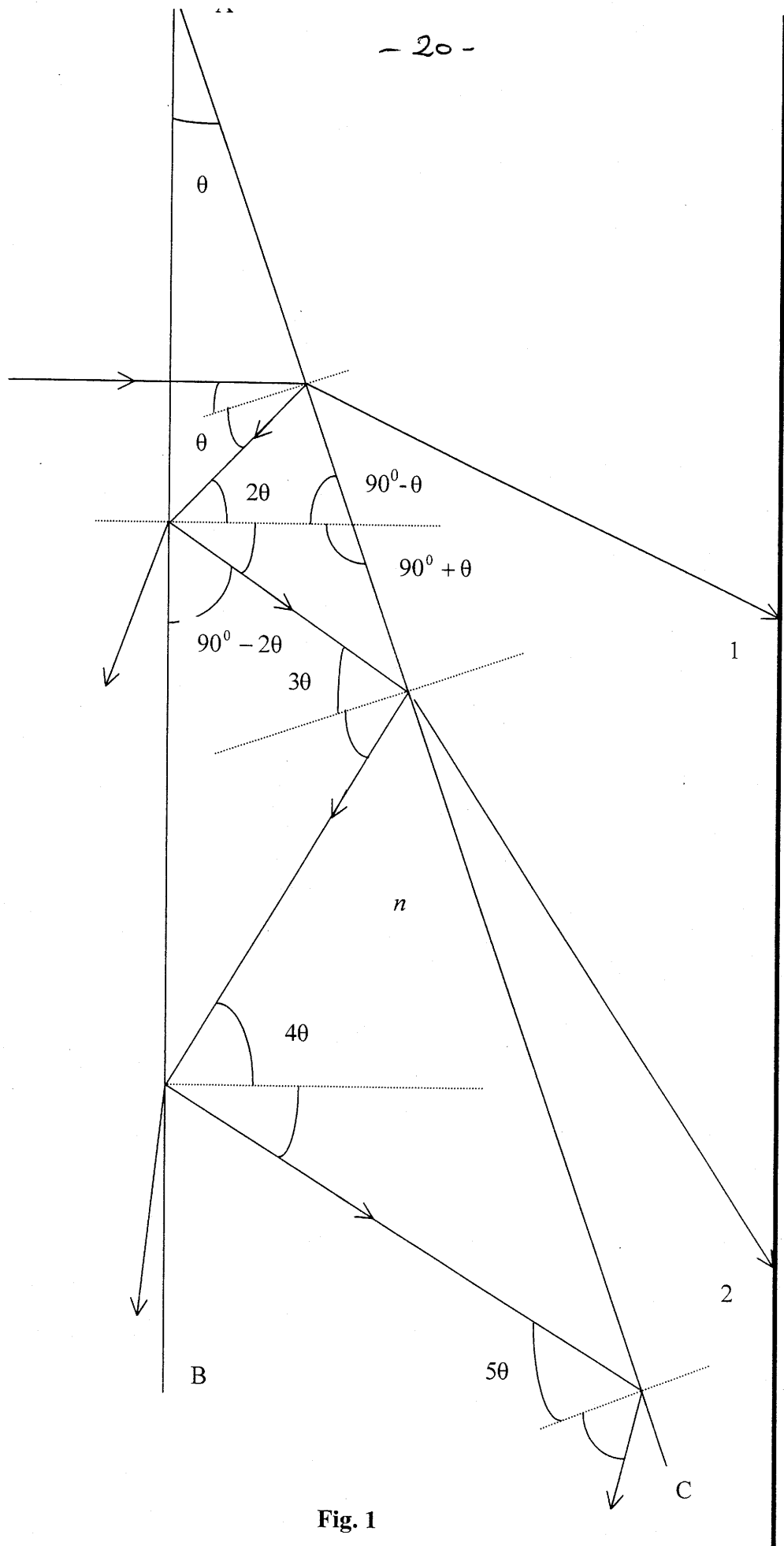


Fig. 1

c) În acord cu notațiile din figura 3, rezultă:

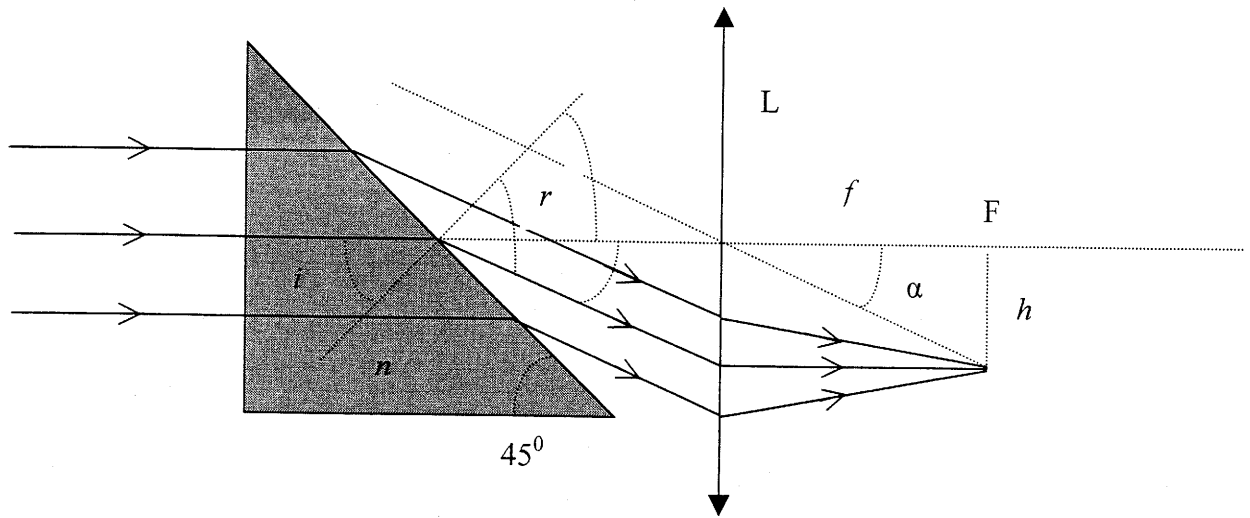


Fig. 3

$$\tan \alpha = \frac{h}{f} = \tan(r - i);$$

$$h = f \tan(r - i) = f \tan(r - 45^\circ);$$

$$h = f \frac{\sin(r - 45^\circ)}{\cos(r - 45^\circ)} = f \frac{\sin r \cos 45^\circ - \cos r \sin 45^\circ}{\cos r \sin 45^\circ + \sin r \cos 45^\circ} = f \frac{\sin r - \cos r}{\sin r + \cos r};$$

$$n \sin 45^\circ = \sin r; \sin r = n \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$h = f \frac{n \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{1 - \frac{n^2}{2}}}{n \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{1 - \frac{n^2}{2}}};$$

$$h = f \frac{n - \sqrt{2 - n^2}}{n + \sqrt{2 - n^2}}.$$