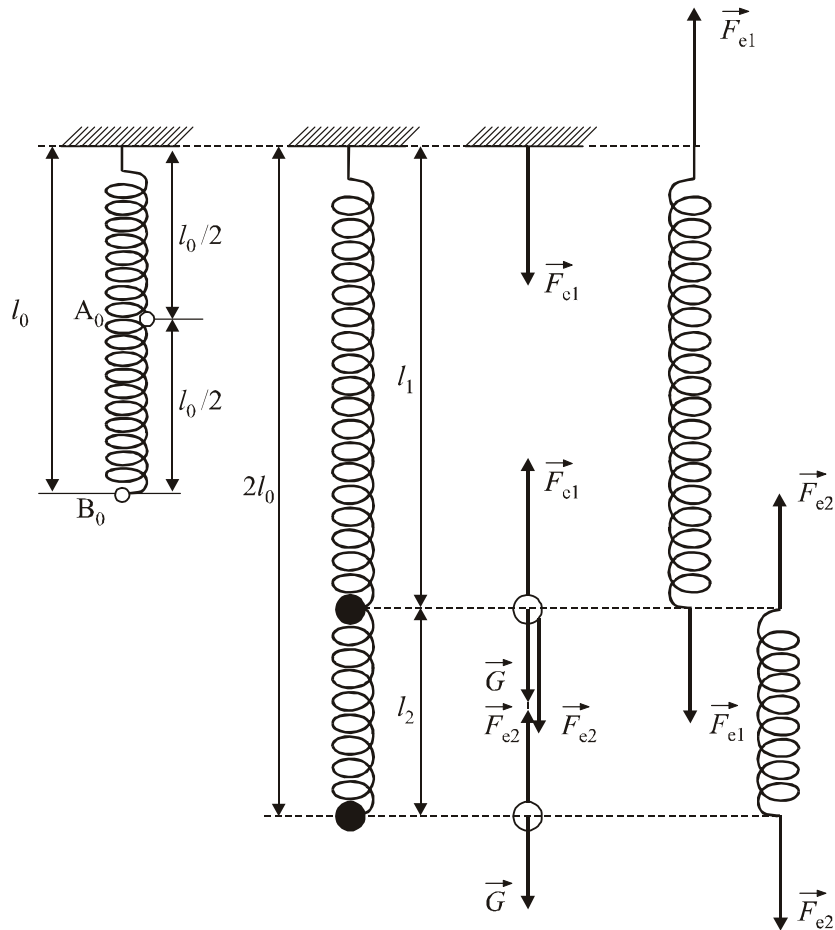


# REZOLVARI – EVRIKA 2007

## Clasa a VIII-a – Problema 1

a) Efectul suspendării unor corpuri identice în punctele  $A_0$  și  $B_0$  ale resortului nedeformat, precum și forțele care acționează asupra fiecărui element al sistemului, asigurând repausul acestuia sunt reprezentate în secvențele din figura 1, din care rezultă:



**Fig. 1**

$$F_{e1} = k_1 y_1,$$

unde  $k_1$  este constanta de elasticitate a resortului reprezentat de jumătatea superioară a resortului dat, iar  $y_1$  este alungirea jumătății superioare;

$$k_1 = k \frac{l_0}{\frac{l_0}{2}} = 2k; \quad y_1 = l_1 - \frac{l_0}{2};$$

$$F_{e1} = 2k(l_1 - \frac{l_0}{2}); \quad F_{e2} = k_2 y_2,$$

unde  $k_2$  este constanta de elasticitate a resortului reprezentat de jumătatea inferioară a resortului dat;

$$k_2 = 2k; \quad y_2 = l_2 - \frac{l_0}{2};$$

$$F_{e2} = 2k(l_2 - \frac{l_0}{2});$$

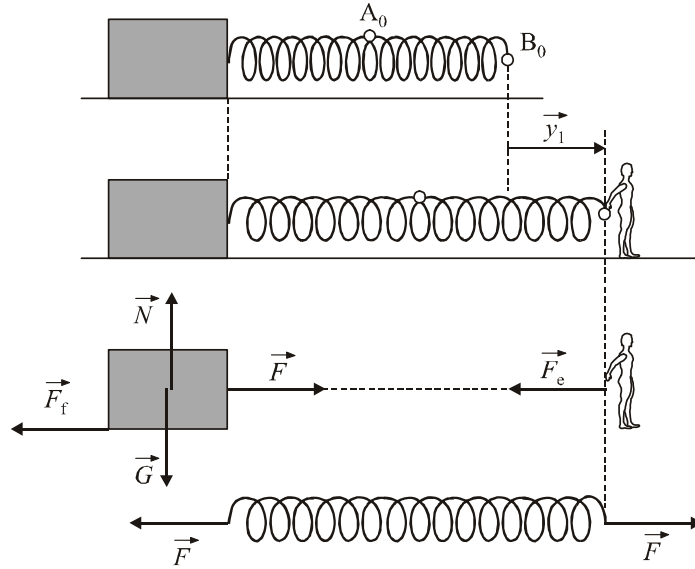
$$F_{e1} = G + F_{e2},$$

reprezentând condiția de repaus a corpului superior;



b) Dacă punctul de aplicație al acțiunii exterioare este punctul  $B_0$ , utilizând secvențele din figura 3, unde sunt reprezentate forțele care acționează asupra elementelor sistemului atunci când mișcarea este uniformă, rezultă:

$$\begin{aligned}\vec{F}_e &= -\vec{F}; \\ F_e &= ky_1 = F; F = F_f = \mu N; \\ N &= G = mg; \\ ky_1 &= \mu mg; y_1 = \frac{\mu mg}{k}.\end{aligned}$$



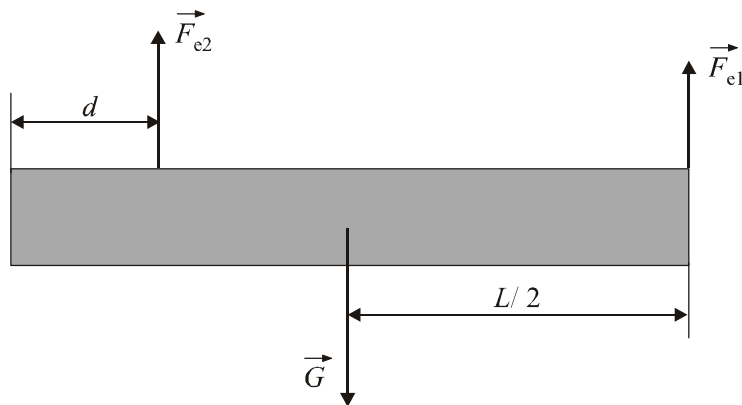
**Fig. 3**

Dacă punctul de aplicație al acțiunii exterioare este punctul  $A_0$ , în mod asemănător, ținând seama că pentru sectorul de resort dintre corp și punctul  $A_0$ , constanta de elasticitate este  $2k$ , rezultă alungirea:

$$y_2 = \frac{\mu mg}{2k}.$$

### Clasa a VIII-a – Problema 2

a) Forțele care acționează asupra barei asigurând echilibrul acesteia, fiind cele reprezentate în figura 1, rezultă:



**Fig. 1**

$$F_{e2}(L - d) = mg \frac{L}{2};$$

$$F_{e2} = \frac{mgL}{2(L - d)} = k_2 \Delta l;$$

$$F_{e1} + F_{e2} = mg;$$

$$F_{e1} = \frac{mg(L-2d)}{2(L-d)} = k_1 \Delta l;$$

$$\frac{F_{e2}}{F_{e1}} = \frac{L}{L-2d} = \frac{k_2}{k_1};$$

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{L}{L-2d}.$$

b) Dacă bara se scufundă într-un lichid omogen ea va rămâne în poziție orizontală, alungirile resorturilor fiind identice,  $\Delta l' < \Delta l$ .

În noile condiții, forțele care acționează asupra barei fiind cele reprezentate în figura 2, rezultă:

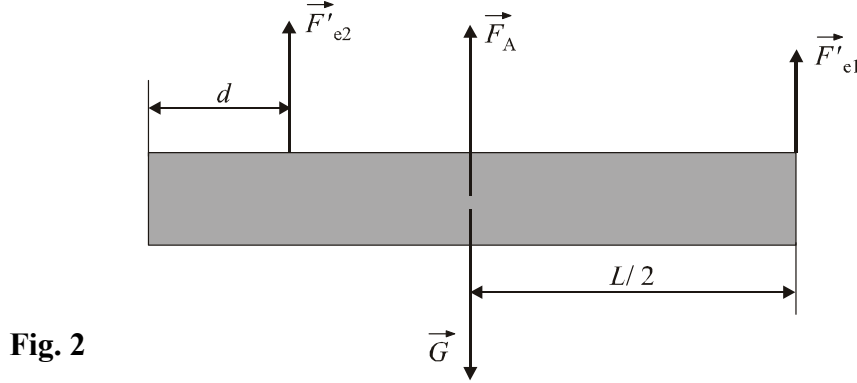


Fig. 2

$$F'_{e2}(L-d) + F_A \frac{L}{2} = mg \frac{L}{2};$$

$$F'_{e2} = \frac{(m-m_0)gL}{2(L-d)} = k_2 \Delta l';$$

$$F'_{e2} + F_A + F'_{e1} = mg;$$

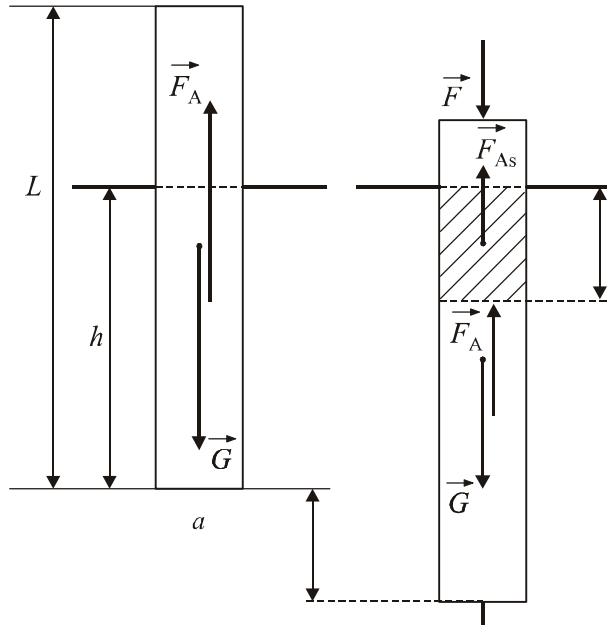
$$F'_{e1} = \frac{(m-m_0)g(L-2d)}{2(L-d)} = k_1 \Delta l';$$

$$\frac{F'_{e2}}{F'_{e1}} = \frac{\Delta l}{\Delta l'} = \frac{m}{m-m_0};$$

$$m = \rho V; m_0 = \rho_0 V;$$

$$\frac{\Delta l}{\Delta l'} = \frac{\rho}{\rho - \rho_0}.$$

c) Din condiția de plutire, utilizând desenul a din figura 3 determinăm la ce adâncime se află capătul interior al barei.



Rezultă:

$$h = \frac{\rho}{\rho_0} L.$$

Când bara coboară pe verticală apare o forță arhimedică suplimentară,  $F_{As}$ . Pentru a asigura coborârea uniformă a barei trebuie să acționăm asupra sa, pe verticală în jos, cu o forță  $F$  care să compenseze permanent forța  $F_{As}$ , astfel încât rezultanta tuturor forțelor care acționează asupra barei să fie nulă.

Utilizând desenul *b* din figura 3, rezultă:

$$F_{As} = m_{0s}g = \rho_0 S v t g;$$

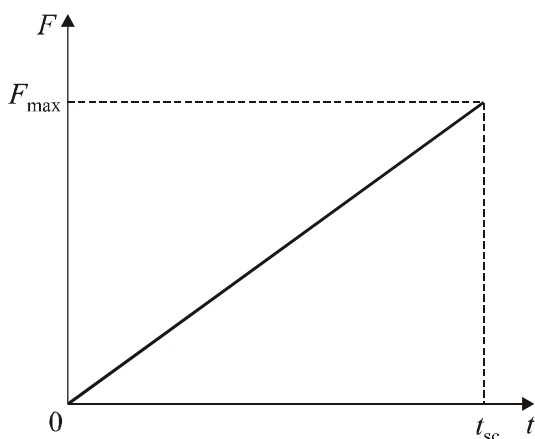
$$F = F_{As};$$

$$F(t) = \rho_0 g v S t.$$

Graficul dependenței  $F(t)$  este reprezentat în figura 4, unde:

$$t_{sc} = \frac{L}{v} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right);$$

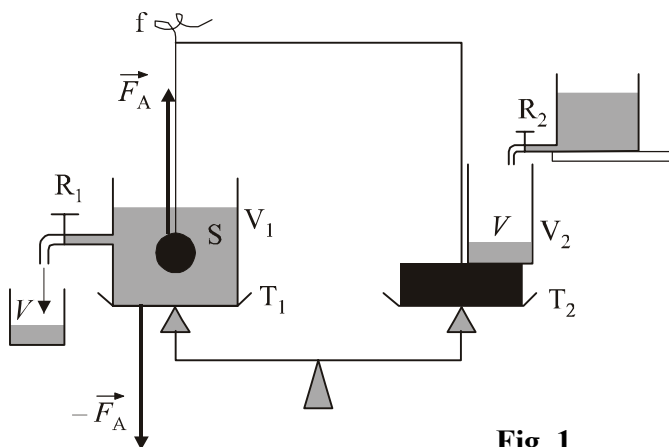
$$F_{max} = g S L (\rho_0 - \rho).$$



**Fig. 4**

### Clasa a VIII-a – Problema 3

a)



**Fig. 1**

Din interacțiunea sferei scufundate și a apei din vasul  $V_1$  rezultă, așa cum indică figura 1, în conformitate cu principiul acțiunilor reciproce, forțele  $\vec{F}_A$  și  $-\vec{F}_A$ , pentru care, în acord cu legea lui Arhimede, avem:

$$F_A = m_0 g = \rho_0 V g,$$

unde  $\rho_0$  este densitatea apei.

Pentru încărcăturile celor două talere identice (când sfera nu era scufundată) scufundarea sferei este echivalentă cu o suplimentare  $F_A$  a încărcăturii talerului  $T_1$  și o diminuare a încărcăturii talerului  $T_2$ .

Ca urmare, balanța se dezechilibrează prin coborârea talerului  $T_1$  și urcarea talerului  $T_2$ .

Pentru reechilibrarea balanței (*varianta 1*) se deschide robinetul  $R_1$  astfel încât din vasul  $V_1$  să se scurgă un volum de apă,  $V$ , egal cu volumul sferei, ceea ce va însemna refacerea încărcăturii inițiale a talerului  $T_1$ . De asemenea, se deschide robinetul  $R_2$  astfel încât în vasul  $V_2$  să se afle un volum de apă,  $V$ , egal cu volumul sferei, ceea ce va însemna refacerea încărcăturii inițiale a talerului  $T_2$ .

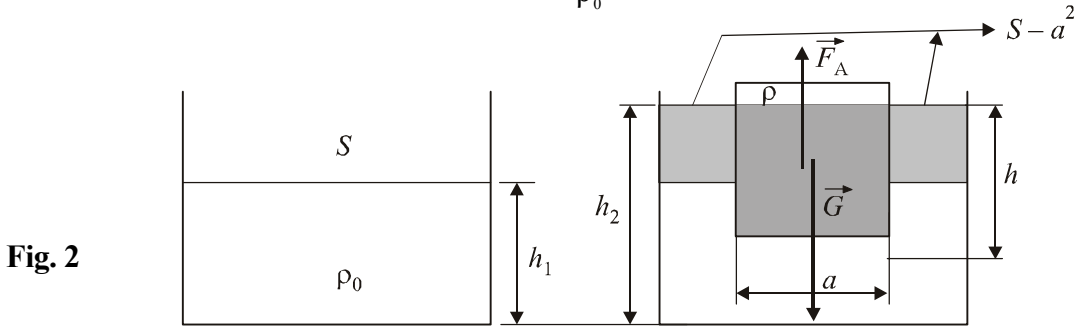
*Varianta 2:* se deschide numai robinetul  $R_1$ , lăsându-se scurgerea din  $V_1$  a unui volum de apă  $V$  în paharul de pe masă, al cărui conținut se toarnă apoi în  $V_2$ .

*Varianta 3:* se deschide numai robinetul  $R_2$ , lăsându-se să curgă în vasul  $V_2$  un volum de apă  $2V$ .

b) Din condiția de plutire a cubului (fig. 2), rezultă:

$$F_A = G; \quad m_0 = m; \quad \rho_0 a^2 h = \rho a^3;$$

$$h = \frac{\rho}{\rho_0} a; \quad \rho < \rho_0; \quad h < a.$$



Ca urmare a prezenței cubului plutitor, volumul apei din jurul cubului, cu înălțimea  $h_2 - h_1$  este egal cu volumul sectorului din cub aflat în apă, astfel încât:

$$(S - a^2)(h_2 - h_1) = a^2 h;$$

$$h_2 - h_1 = \frac{a^2 h}{S - a^2} = \frac{a^3}{S - a^2} = \frac{\rho}{\rho_0}.$$

În aceste condiții variația presiunii hidrostatice de la baza vasului, ca urmare a prezenței cubului plutitor este:

$$\Delta p = \rho_0 g \Delta h = \rho g \frac{a^3}{S - a^2}.$$

Din condiția precizată rezultă:

$$\rho g \frac{a^3}{S - a^2} = \frac{1}{2} \rho_0 g h_1;$$

$$h_1 = 2 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{a^3}{S - a^2};$$

$$M = \rho_0 S h_1 = \frac{2 \rho a^3 S}{S - a^2}.$$

c) Din condiția de plutire a cubului scufundat în ambele lichide, rezultă:

$$\rho = \frac{1}{2} (\rho_1 + \rho_2).$$