



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a VIII-a

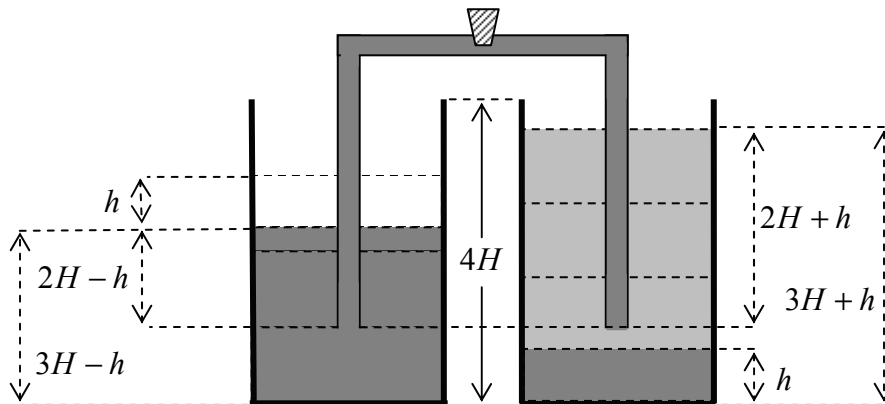
Subiectul 1 – Rezolvare

a) În momentul deschiderii robinetului, la nivelul capetelor deschise ale tubului, presiunile hidrostatice ale celor două coloane de lichid, cu înălțimile $2H$, din cele două pahare, sunt diferite:

$$\rho_a g 2H > \rho_u g 2H.$$

Ca urmare, din paharul cu apă, va sifona (va trece) o coloană de apă cu înălțimea h , până în momentul când presiunile hidrostatice la nivelul capetelor deschise ale tubului, vor fi gale.

În aceste condiții, utilizând figura alăturată, rezultă:



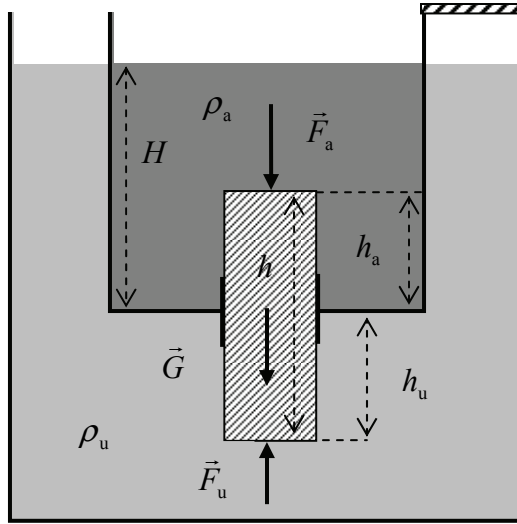
$$\rho_a g(2H - h) = \rho_u g(2H + h);$$

$$h = 2H \frac{\rho_a - \rho_u}{\rho_a + \rho_u} = \frac{2}{9} H;$$

$$H_{\text{stânga}} = 3H - h = \frac{25}{9} H;$$

$$H_{\text{dreapta}} = 3H + h = \frac{29}{9} H.$$

b) Forțele care acționează asupra cilindrului, pe direcție verticală, asigurând echilibrul acestuia, fiind cele reprezentate în figura alăturată, rezultă:

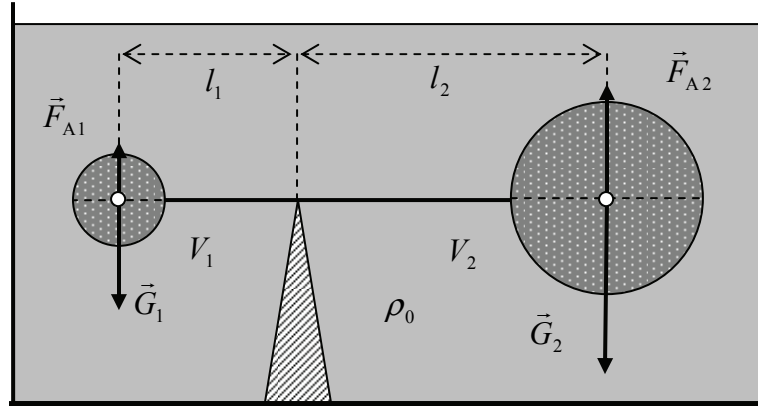


$$\vec{F}_a + \vec{G} + \vec{F}_u = 0; p_a S + mg = p_u S,$$

unde S este aria suprafeței bazei cilindrului;

$$\begin{aligned} \rho_a g(H - h_a)S + \rho S h g &= \rho_u g(H + h_u)S; \\ \rho_a(H - h_a) + \rho h &= \rho_u(H + h_u); h_a + h_u = h; \\ h_a &= H - h \frac{\rho_u - \rho}{\rho_a - \rho_u}; h_u = h \frac{\rho_a - \rho}{\rho_a - \rho_u} - H. \end{aligned}$$

c) Forțele care acționează asupra elementelor sistemului, atunci când acestea sunt scufundate în lichidul cu densitatea ρ_0 , asigurând echilibrul sistemului, fiind cele reprezentate în figura alăturată, rezultă:



$$\begin{aligned} (G_1 - F_{A1})l_1 &= (G_2 - F_{A2})l_2; \\ (m_1 - m_{01})l_1 &= (m_2 - m_{02})l_2; \\ (\rho - \rho_0)V_1l_1 &= (\rho - \rho_0)V_2l_2, \end{aligned}$$

unde ρ este densitatea materialului din care sunt confecționate sferele;

$$V_2 = \frac{l_1}{l_2} V_1.$$

Echilibrul halterei păstrându-se și în absența lichidului, înseamnă că:

$$G_1 l_1 = G_2 l_2; m_1 l_1 = m_2 l_2; V_2 = \frac{l_1}{l_2} V_1.$$



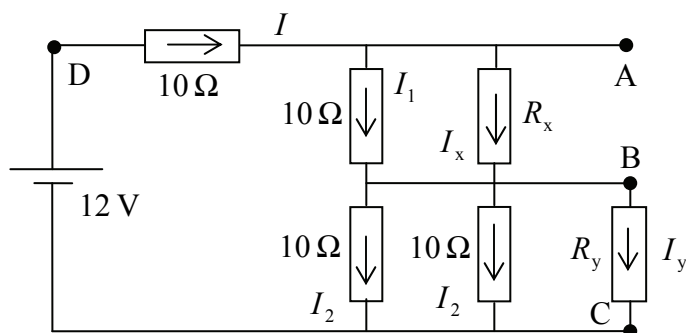
Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a VIII-a

Subiectul 2 – Rezolvare

a)

$$\begin{aligned}
 R &= \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\pi r^2}; \\
 P &= \frac{U^2}{R}; \quad R = \frac{U^2}{P}; \\
 \frac{U^2}{P} &= \rho \frac{l}{\pi r^2}; \\
 \Phi &= \frac{P}{\Sigma} = \frac{P}{2\pi l}; \\
 P &= \Phi 2\pi l; \\
 \frac{U^2}{P^2} &= \frac{\rho}{2\pi^2 r^3 \Phi}; \\
 r &= \sqrt[3]{\frac{\rho P^2}{2\pi^2 \Phi U^2}}; \\
 r &= \sqrt[3]{\frac{90 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m \cdot 10^4 \text{ W}^2}{2 \cdot 3,14^2 \cdot 153 \frac{\text{W}}{10^{-4} \text{ m}^2} \cdot 220^2 \text{ V}^2}} = \sqrt[3]{0,000006163} \cdot 10^{-3} \text{ m}; \\
 \sqrt[3]{0,000006163} &\approx 0,0183; \\
 r &= 0,018 \text{ mm}; \\
 d = 2r &= 2 \sqrt{\frac{\rho P^2}{2\pi^2 \Phi U^2}}; \quad d = 0,0366 \text{ mm}; \\
 l &= \frac{P}{2\pi r \Phi}; \quad l \approx 57 \text{ cm}; \\
 m &= \rho_w V = \rho_w \pi r^2 l; \quad m \approx 0,011 \text{ g}.
 \end{aligned}$$

b) Repartiția curenților prin laturile rețelei fiind aceea reprezentată în figura alăturată, utilizând legile lui Kirchhoff, precum și legea lui Ohm, rezultă:



$$12 \text{ V} = 10 \Omega \cdot I + 10 \Omega \cdot I_1 + 10 \Omega \cdot I_2;$$

$$I = I_1 + I_x; \quad 2I_2 + I_y = I;$$

$$I_1 = \frac{U_{AB}}{10 \Omega} = 0,4 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{U_{BC}}{10 \Omega} = 0,2 \text{ A};$$

$$12 \text{ V} = 10 \Omega \cdot I + 4 \text{ V} + 2 \text{ V};$$

$$I = 0,6 \text{ A};$$

$$I_x = I - I_1 = 0,2 \text{ A}; \quad I_y = I - 2I_2 = 0,2 \text{ A};$$

$$R_x = \frac{U_{AB}}{I_x} = 20 \Omega; \quad R_y = \frac{U_{BC}}{I_y} = 10 \Omega.$$

La același rezultat se ajunge utilizând schema echivalentă, reprezentată în figura alăturată.

$$E = 12 \text{ V} = U_{DC};$$

$$U_{AB} = 4 \text{ V}; \quad U_{BC} = 2 \text{ V};$$

$$U_{DA} = U_{DC} - U_{AB} - U_{BC} = 6 \text{ V};$$

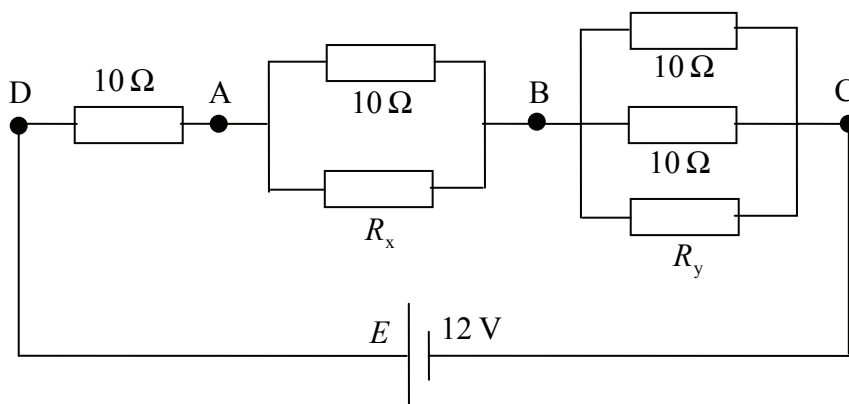
$$U_{DA} = 3U_{BC}; \rightarrow R_{DA} = 3R_{BC};$$

$$R_{BC} = \frac{1}{3}R_{DA} = \frac{10}{3} \Omega; \rightarrow R_y = 10 \Omega;$$

$$U_{DA} = \frac{3}{2}U_{AB}; \rightarrow R_{DA} = \frac{3}{2}R_{AB};$$

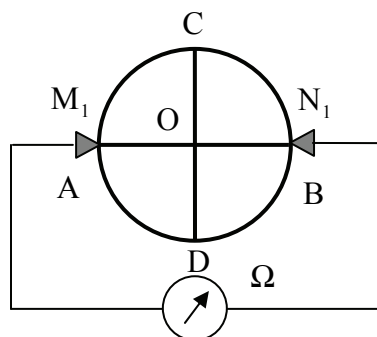
$$R_{AB} = \frac{10 \Omega \cdot R_x}{10 \Omega + R_x};$$

$$R_{AB} = \frac{2}{3}R_{DA} = \frac{20}{3} \Omega; \rightarrow R_x = 20 \Omega.$$

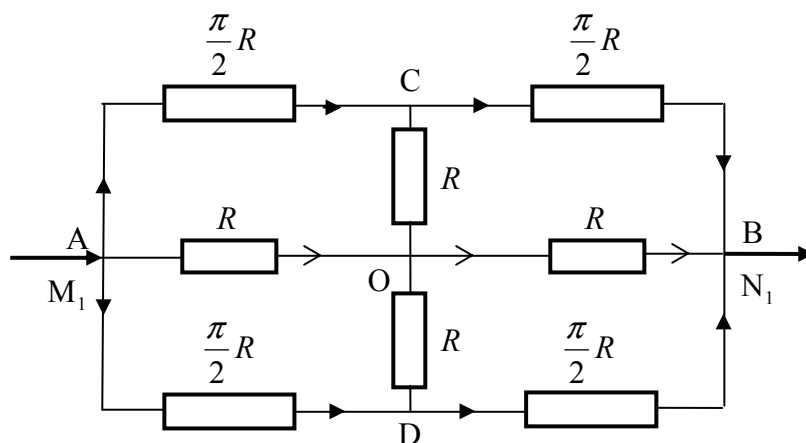


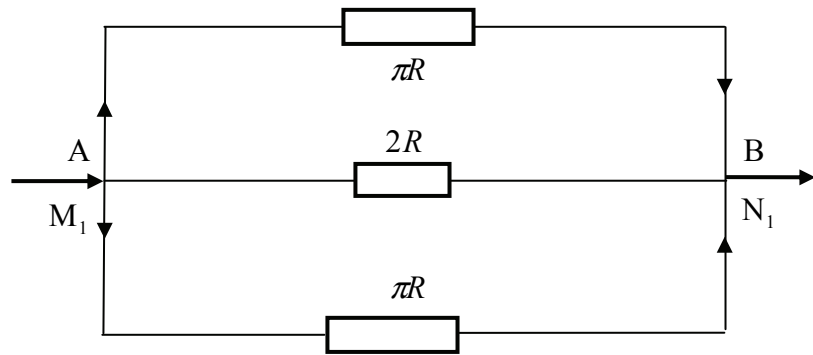
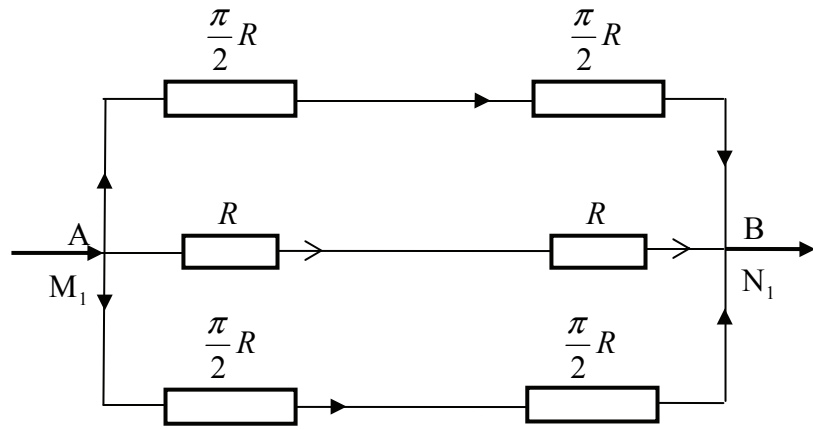
c) Din mulțimea variantelor posibile, privind perechile de puncte diametral opuse, de pe circumferința rețelei, unde se pot cupla bornele ohmmetrului, pentru a obține fie o rezistență echivalentă maximă, fie o rezistență echivalentă minimă, vom reține, din considerente de simetrie, numai cele două variante care vor fi analizate în continuare.

1) Se conectează ohmmetrul în punctele A și respectiv B, reprezentând extremitățile unuia dintre cele două diametre perpendiculare, așa cum indică figura alăturată.



Dacă r este lungimea razei cercului, iar R este rezistența electrică a segmentului de conductor care constituie raza cercului, atunci rezistența electrică a conductorului cu lungimea $\frac{\pi}{2}r$, cuprins între extremitățile vecine ale celor două diametre perpendiculare, este $\frac{\pi}{2}R$. În aceste condiții, schema echivalentă a rețelei, între contactele $M_1(A)$ și respectiv $N_1(B)$, este cea reprezentată în figura alăturată, din care rezultă:

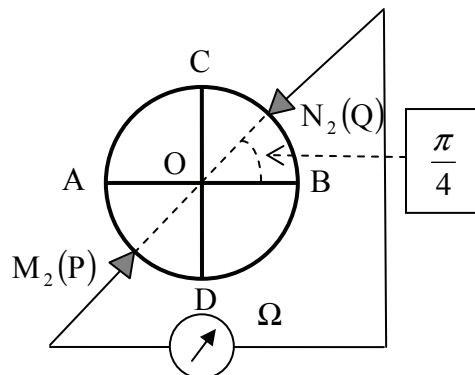




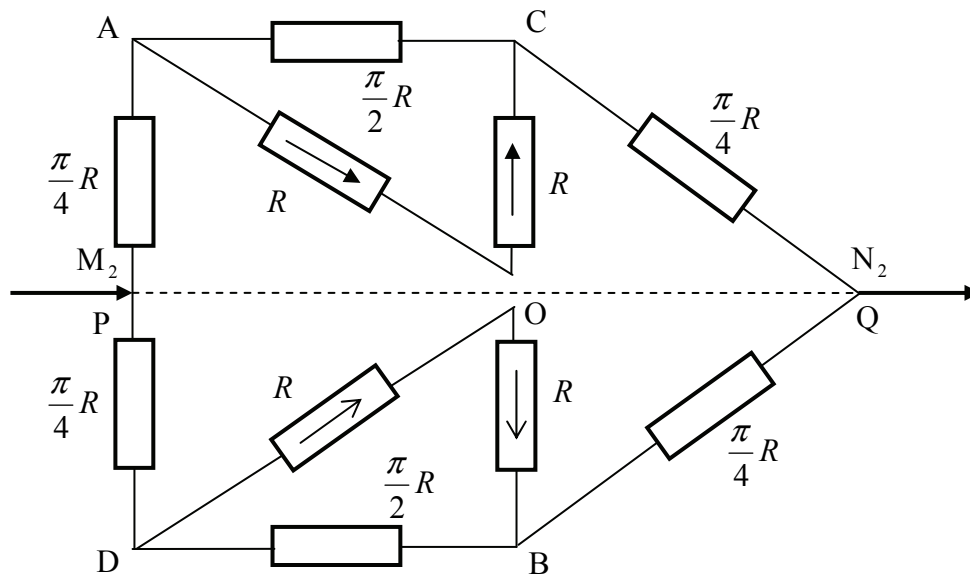
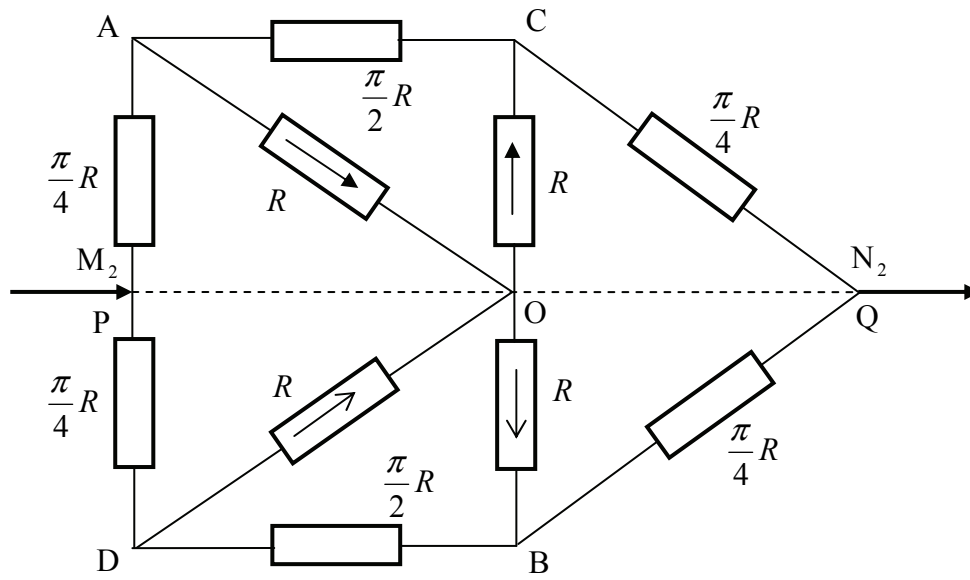
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{\pi R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{\pi R} = \frac{2}{\pi R} + \frac{1}{2R} = \frac{4 + \pi}{2\pi R};$$

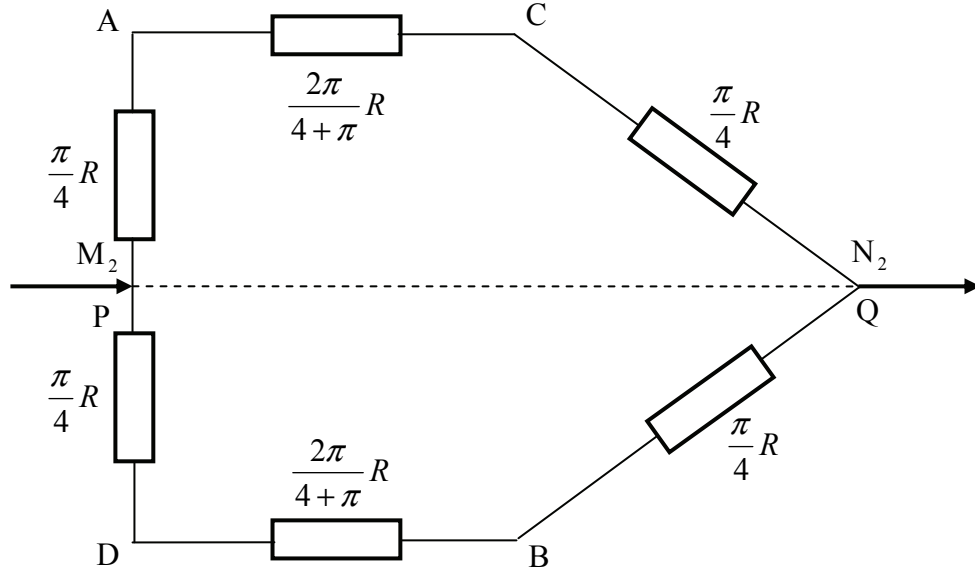
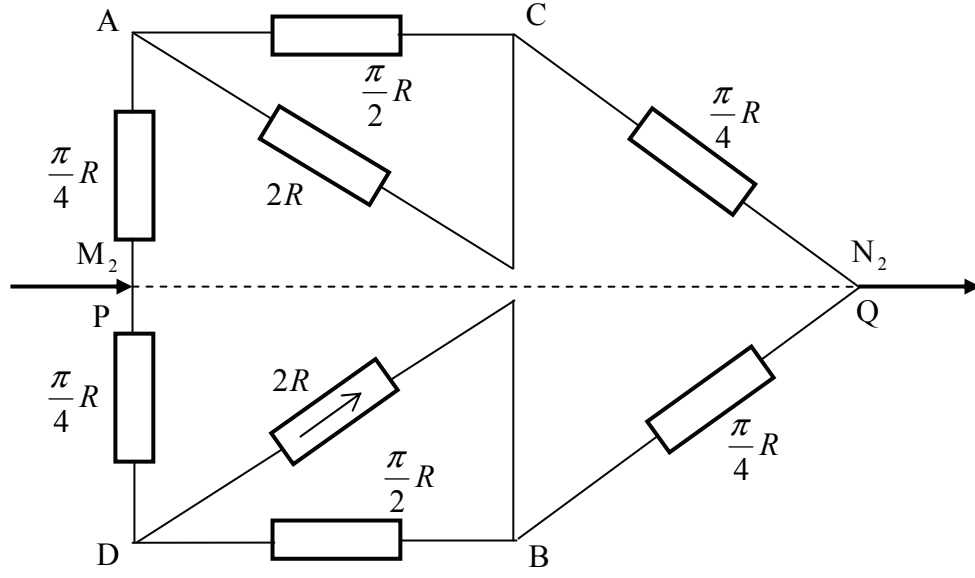
$$R_{AB} = \frac{2\pi R}{4 + \pi}.$$

2) Se conectează ohmmetrul în punctele P și respectiv Q, diametral opuse de pe bisectoarea unghiului dintre cele două diametre perpendiculare, așa cum indică figura alăturată.



În aceste condiții, schema echivalentă a rețelei, între contactele $M_2(P)$ și respectiv $N_1(Q)$, este cea reprezentată în figura alăturată, din care rezultă:





$$R_{PQ} = \frac{\pi(8+\pi)}{4(4+\pi)} R;$$

$$R_{AB} = \frac{2\pi R}{4+\pi}; R_{AB} < R_{PQ};$$

$$R_{AB} = \frac{2\pi R}{4+\pi} = R_{\min};$$

$$R_{PQ} = \frac{\pi(8+\pi)}{4(4+\pi)} R = R_{\max};$$

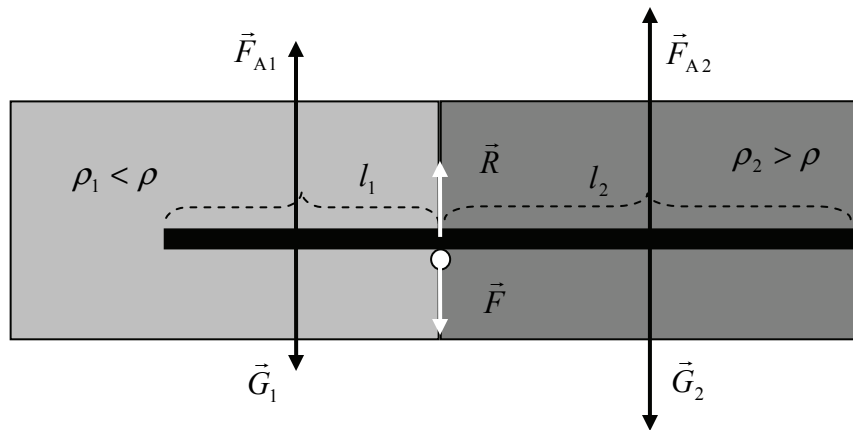
$$\frac{R_{\min}}{R_{\max}} = \frac{8}{8+\pi}.$$



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a VIII-a

Subiectul 3 – Rezolvare

a) Pentru ca echilibrul barei să fie asigurat, în poziție orizontală, așa cum indică desenul din enunțul problemei, trebuie ca densitatea materialului barei, ρ , să fie $\rho_1 < \rho < \rho_2$, astfel încât, corespunzător desenului alăturat, rezultă:



$$\begin{aligned}(F_{A1} - G_1)\frac{l_1}{2} &= (F_{A2} - G_2)\frac{l_2}{2}; \\ (\rho_1 S l_1 g - \rho S l_1 g)\frac{l_1}{2} &= (\rho_2 S l_2 g - \rho S l_2 g)\frac{l_2}{2}; \\ (\rho_1 - \rho)l_1^2 &= (\rho_2 - \rho)l_2^2; \\ \rho &= \frac{\rho_2 l_2^2 - \rho_1 l_1^2}{l_2^2 - l_1^2},\end{aligned}$$

pentru care se demonstrează că, într-adevăr:

$$\begin{aligned}\rho_1 &< \rho < \rho_2; \\ \rho_1 &< \frac{\rho_2 l_2^2 - \rho_1 l_1^2}{l_2^2 - l_1^2} < \rho_2; \\ \vec{F}_{A1} + \vec{F}_{A2} + \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \vec{R} &= 0,\end{aligned}$$

unde \vec{R} este reacția articulației asupra barei ca urmare a acțiunii \vec{F} pe care bara o exercită asupra articulației;

$$\begin{aligned}\vec{R} &= -\vec{F}; \\ R &= G_1 + G_2 - F_{A1} - F_{A2}; \\ R &= \frac{l_1 l_2 (\rho_2 - \rho_1)}{l_2 - l_1} S g = F.\end{aligned}$$

b) Separând imaginar elementele paharului (peretele lateral al cilindrului și baza cilindrului), rezultă:

$$m_{\text{pahar}} = m_{\text{perete}} + m_{\text{bază}} = m;$$

$$m_{\text{perete}} = 2\pi RH\rho d,$$

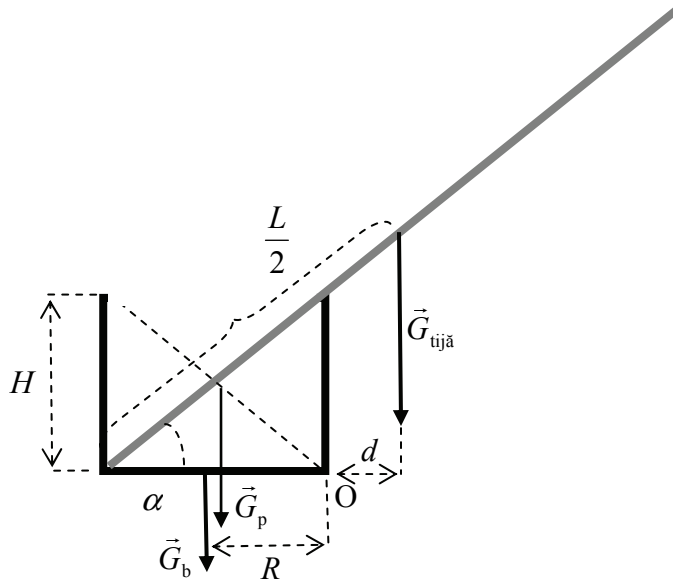
unde ρ – densitatea materialului din care este făcut paharul, iar d – grosimea peretelui paharului;

$$m_{\text{bază}} = \pi R^2 d\rho;$$

$$\begin{cases} \frac{m_{\text{perete}}}{m_{\text{bază}}} = \frac{2H}{R}; \\ m_{\text{perete}} + m_{\text{bază}} = m; \end{cases}$$

$$m_{\text{perete}} = \frac{2mH}{2H+R} = m_p; \quad m_{\text{bază}} = \frac{mR}{2H+R} = m_b.$$

Pentru ca sistemul să fie în echilibru, utilizând figura alăturată, din condiția ca față de punctul O momentul resultant al forțelor exterioare care acționează asupra acestuia să fie nul, rezultă:



$$G_p R + G_b R = G_t d;$$

$$G_p = m_p g = \frac{2mH}{2H+R} g; \quad G_b = m_b g = \frac{mR}{2H+R} g;$$

$$G_t = m_t g = \mu L g; \quad d = \frac{L}{2} \cos \alpha - 2R;$$

$$\cos \alpha = \frac{2R}{\sqrt{4R^2 + H^2}};$$

$$\frac{2mHR}{2H+R} g + \frac{mRR}{2H+R} g = \mu L g \left(\frac{L}{2} \frac{2R}{\sqrt{4R^2 + H^2}} - 2R \right);$$

$$\frac{2mH}{2H+R} + \frac{mR}{2H+R} = \mu L \left(\frac{L}{\sqrt{4R^2 + H^2}} - 2 \right);$$

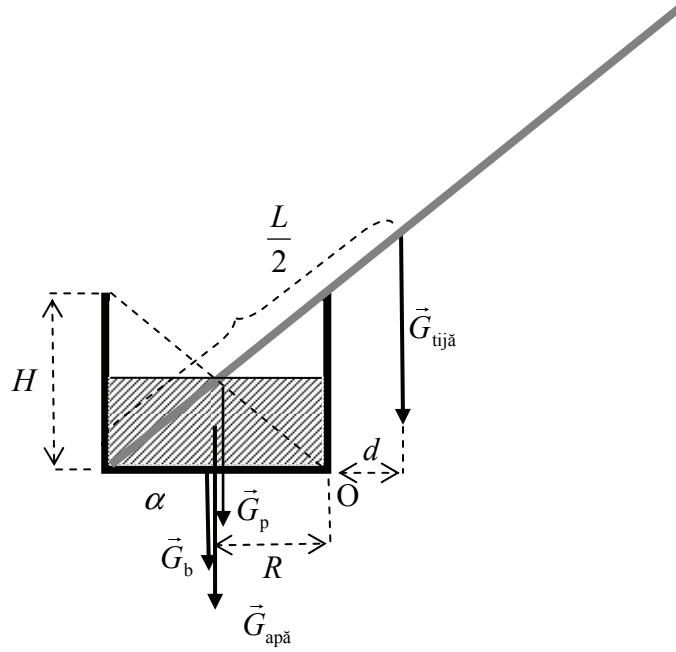
$$m = \mu L \left(\frac{L}{\sqrt{4R^2 + H^2}} - 2 \right);$$

$$\frac{\mu}{\sqrt{4R^2 + H^2}} L^2 - 2\mu L - m = 0;$$

$$L = \frac{\mu \pm \sqrt{\mu^2 + \frac{\mu m}{\sqrt{4R^2 + H^2}}}}{\frac{\mu}{\sqrt{4R^2 + H^2}}};$$

$$L = \left(\mu + \sqrt{\mu^2 + \frac{\mu m}{\sqrt{4R^2 + H^2}}} \right) \frac{\sqrt{4R^2 + H^2}}{\mu}.$$

c) Dacă în pahar se adaugă apă, până la înălțimea $H/2$, atunci, utilizând figura alăturată, unde este reprezentat și vectorul $\vec{G}_{\text{apă}}$, rezultă:



$$G_{\text{apă}} = m_{\text{apă}} g = \rho_0 \pi R^2 \frac{H}{2} g = G_a; (G_b + G_a + G_p)R = G_t d;$$

$$\frac{\mu}{\sqrt{4R^2 + H^2}} L^2 - 2\mu L - \left(m + \frac{\pi R^2 H \rho_0}{2} \right) = 0;$$

$$a = \frac{\mu}{\sqrt{4R^2 + H^2}}; b = -2\mu; c = -\left(m + \frac{\pi R^2 H \rho_0}{2} \right);$$

$$aL^2 + bL + c = 0; L_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; L = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2m + \pi R^2 H \rho_0}{2\mu \sqrt{4R^2 + H^2}}} \right) \sqrt{4R^2 + H^2}.$$