



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a IX-a

Subiectul 1 – Rezolvare

a) Cu notațiile din figura alăturată, în absența lamei transparente, imaginea sursei se formează, față de lentila L, la distanța:

$$p_0 = \frac{d_0 f}{d_0 - f}.$$

Prezența lamei este echivalentă cu apropierea sursei față de lentilă, până în poziția S, pe distanța ΔX , astfel încât distanța de la sursa S până la lentila L este:

$$d = d_0 - \Delta X.$$

În aceste condiții, imaginea sursei se va forma în punctul S", noua distanță până la lentila L fiind:

$$p = \frac{f(d_0 - \Delta X)}{(d_0 - \Delta X) - f}.$$

Ca urmare a introducerii lamei transparente, imaginea sursei s-a depărtat de lentilă pe distanța:

$$\Delta x = p - p_0 = f \left(\frac{d_0 - \Delta X}{d_0 - \Delta X - f} - \frac{d_0}{d_0 - f} \right).$$

Cu notațiile din figura alăturată, din triunghiurile dreptunghice ABC, ABD și ESS₀, în acord și cu legea refracției, rezultă:

$$\sin(\alpha - \beta) = \frac{\delta}{AB}; \quad AB = \frac{\delta}{\sin(\alpha - \beta)};$$

$$\cos \beta = \frac{h}{AB}; \quad AB = \frac{h}{\cos \beta};$$

$$\delta = h \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta};$$

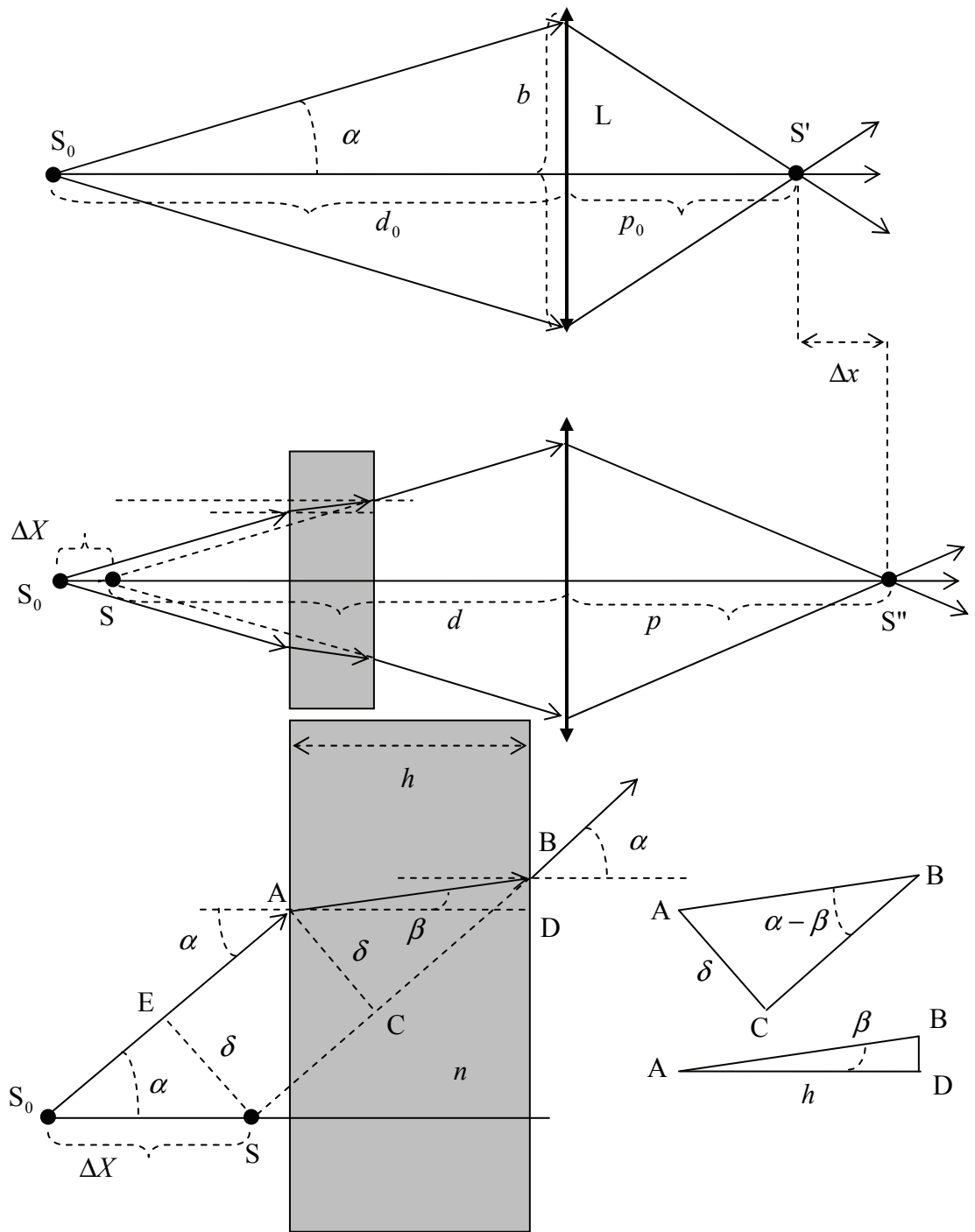
$$\Delta X = \frac{\delta}{\sin \alpha} = h \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin \alpha \cos \beta} = h(1 - \cot \alpha \tan \beta);$$

$$\sin \alpha = \frac{b/2}{d_0} \ll 1; \quad \sin \alpha \approx \alpha; \quad \tan \alpha \approx \sin \alpha = \alpha;$$

$$\cos \alpha \approx 1; \quad \cot \alpha \approx \frac{1}{\alpha};$$

$$\sin \alpha = n \sin \beta; \quad \sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n} = \frac{\alpha}{n} \approx \beta;$$

$$\tan \beta \approx \sin \beta = \beta = \frac{\alpha}{n};$$

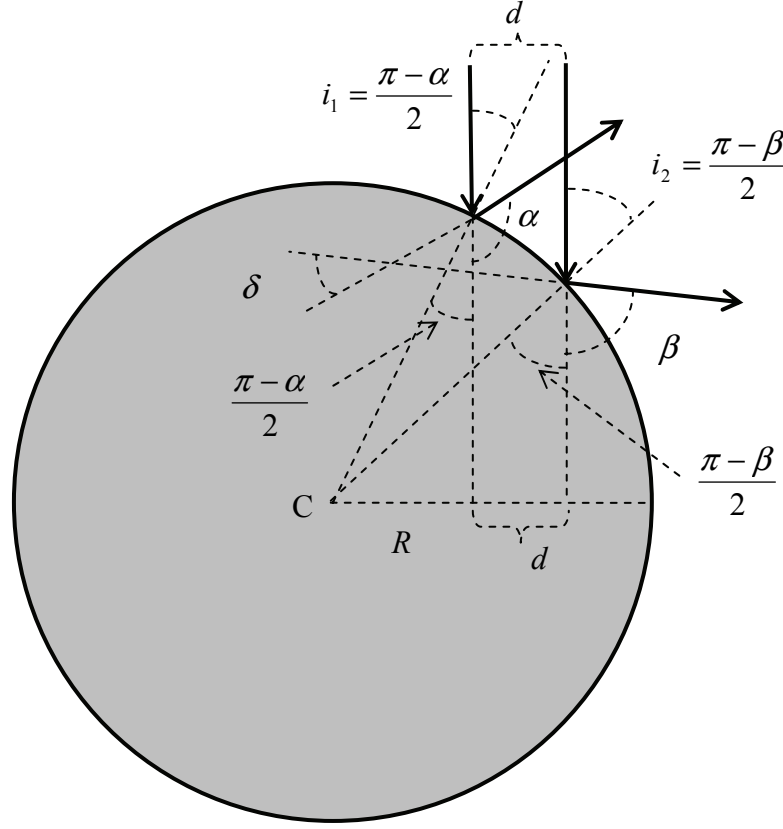


$$\Delta X = h(1 - \cot \alpha \tan \beta) \approx h \left(1 - \frac{\beta}{\alpha} \right) = h \left(1 - \frac{1}{n} \right) = h(1 - n^{-1});$$

$$\Delta x = f \left(\frac{d_0 - \Delta X}{d_0 - \Delta X - f} - \frac{d_0}{d_0 - f} \right);$$

$$\Delta x = \frac{(n-1)hf^2}{(d_0 - f)[(d_0 - f)n - h(n-1)]}.$$

b) Deviațiile unghiulare ale celor două raze, ca urmare a reflexiilor pe suprafața oglinzii sferice, fiind cele reprezentate și notate cu α și respectiv β în figura alăturată, rezultă:

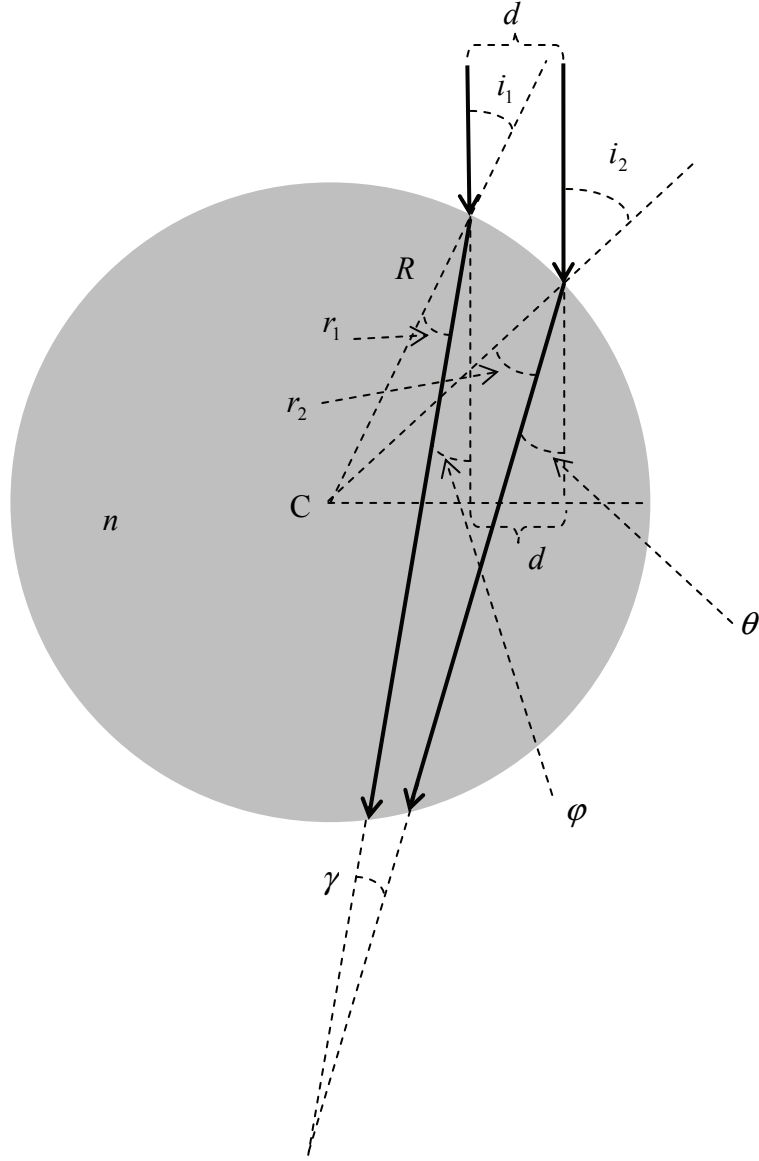


$$\delta = \alpha - \beta;$$

$$d = R \cos\left(90^\circ - \frac{\pi - \beta}{2}\right) - R \cos\left(90^\circ - \frac{\pi - \alpha}{2}\right);$$

$$R = \frac{d}{\sin \frac{\pi - \beta}{2} - \sin \frac{\pi - \alpha}{2}}.$$

c) Deviațiile unghiulare ale celor două raze, ca urmare a refracțiilor la intrarea în sfera transparentă, fiind cele reprezentate și notate cu φ și respectiv θ în figura alăturată, rezultă:



$$\gamma = \theta - \varphi;$$

$$\sin i_1 = n \sin r_1; \quad r_1 = i_1 - \varphi;$$

$$\sin i_1 = n \sin(i_1 - \varphi);$$

$$\sin i_1 = n \sin i_1 \cos \varphi - n \cos i_1 \sin \varphi;$$

$$(n \cos \varphi - 1) \sin i_1 = n \sin \varphi \sqrt{1 - \sin^2 i_1};$$

$$(n \cos \varphi - 1)^2 \sin^2 i_1 = n^2 \sin^2 \varphi (1 - \sin^2 i_1);$$

$$[(n \cos \varphi - 1)^2 + n^2 \sin^2 \varphi] \sin^2 i_1 = n^2 \sin^2 \varphi;$$

$$\sin i_1 = \frac{n \sin \varphi}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}};$$

$$r_1 = i_1 - \varphi;$$

$$\sin r_1 = \sin(i_1 - \varphi) = \sin i_1 \cos \varphi - \cos i_1 \sin \varphi;$$

$$\sin r_1 = \frac{n \sin \varphi}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}} \cos \varphi - \sqrt{1 - \frac{n^2 \sin^2 \varphi}{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}} \sin \varphi;$$

$$\sin r_1 = \frac{n \sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}} - \frac{(n \cos \varphi - 1) \sin \varphi}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}};$$

$$\sin r_1 = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}};$$

$$r_2 = i_2 - \theta;$$

.....

$$\sin r_2 = \frac{\sin \theta}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \theta + 1}};$$

$$d = R \cos(90^\circ - r_2) - R \cos(90^\circ - r_1);$$

$$R = \frac{d}{\sin r_2 - \sin r_1};$$

$$R = \frac{d}{\frac{\sin \theta}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \theta + 1}} - \frac{\sin \varphi}{\sqrt{n^2 - 2n \cos \varphi + 1}}}.$$



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a IX-a

Subiectul 2 – Rezolvare

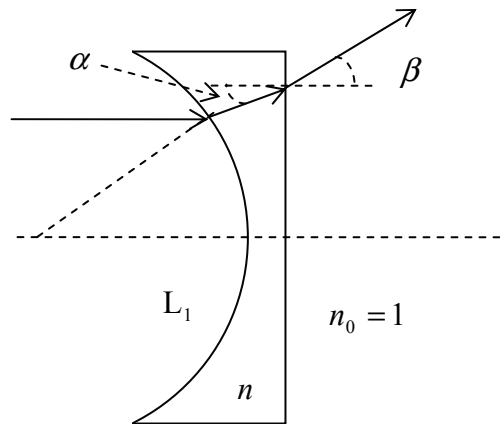
a) Pentru raza de lumină care trece din lentila L_1 în aer, așa cum indică figura alăturată, utilizând legea refracției, rezultă:

$$n \sin \alpha = n_0 \sin \beta,$$

unde n este indicele de refracție al sticlei;

$$n \alpha = n_0 \beta,$$

deoarece unghiurile implicate sunt foarte mici.



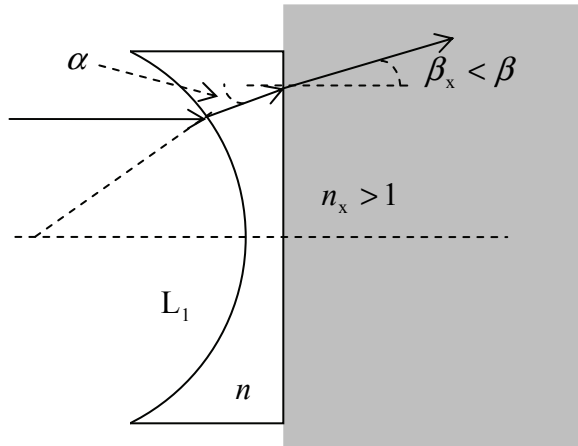
Pentru raza de lumină care trece din lentila L_1 în lichidul dintre cele două lentile, așa cum indică figura alăturată, utilizând legea refracției, rezultă:

$$n \sin \alpha = n_x \sin \beta_x,$$

unde n_x este indicele de refracție al lichidului dintre cele două lentile;

$$n \alpha = n_x \beta_x,$$

deoarece unghiurile implicate sunt foarte mici.



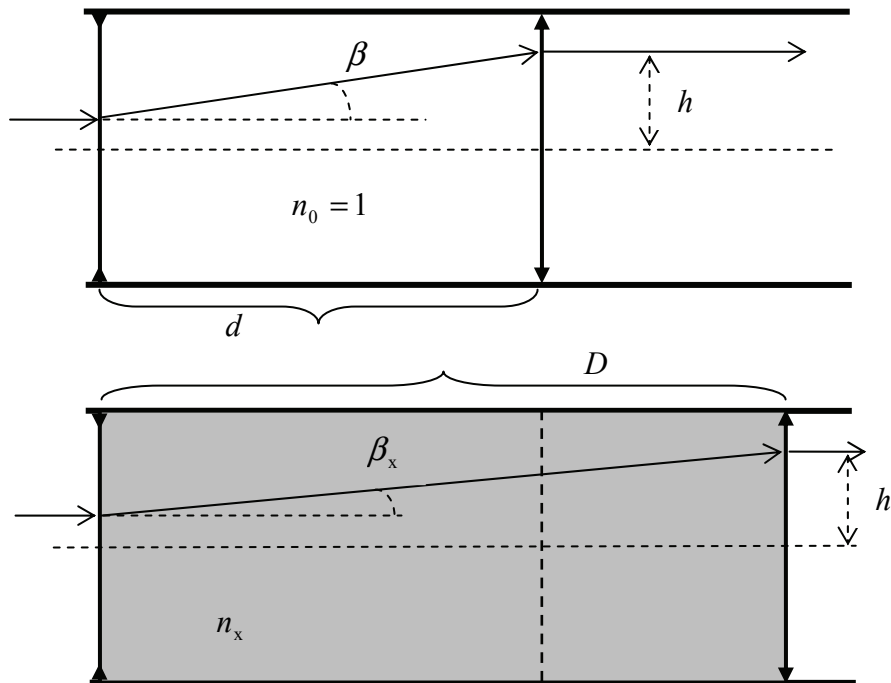
Utilizând și figura alăturată, rezultă:

$$n_0 \beta = n_x \beta_x; \quad \frac{\beta}{\beta_x} = \frac{n_x}{n_0};$$

$$\tan \beta = \frac{h}{d} \approx \beta; \quad \tan \beta_x = \frac{h}{D} \approx \beta_x;$$

$$\frac{\beta}{\beta_x} = \frac{D}{d};$$

$$\frac{n_x}{n_0} = \frac{D}{d} = k; \quad n_x = kn_0 = k.$$

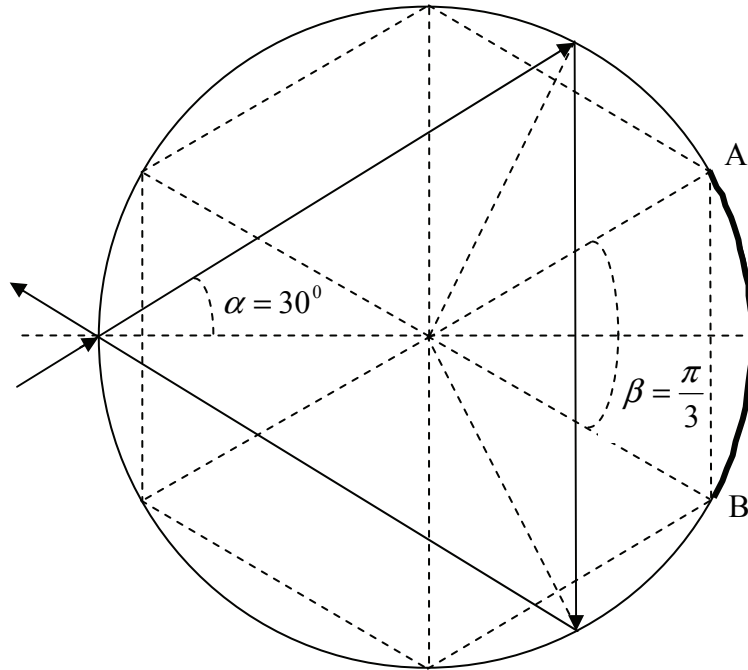


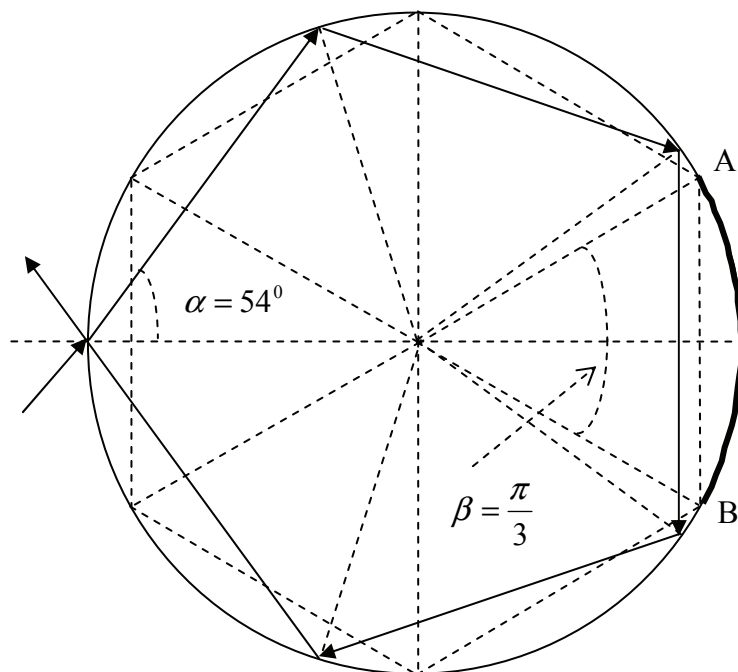
b) Dacă S_0 este aria suprafeței interioare a cilindrului, iar S este aria benzii absorbante, dacă R este raza cilindrului, iar H este înălțimea cilindrului, atunci, din condițiile problemei, se știe că:

$$\frac{S}{S_0} = \frac{\beta RH}{2\pi RH} = \frac{\beta}{2\pi} = \frac{1}{6}; \quad \beta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ,$$

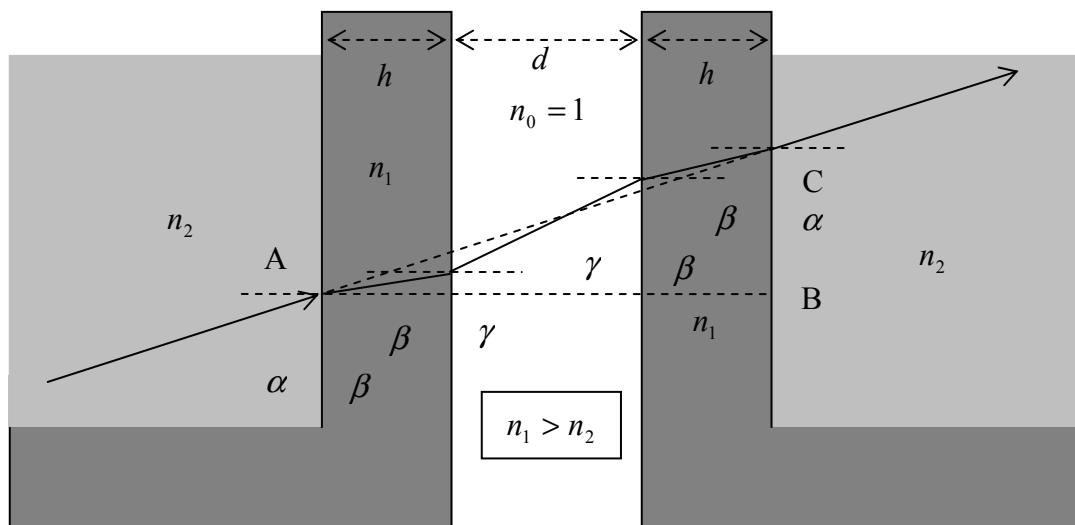
reprezentând unghiul la centru al arcului de cerc corespunzător benzii absorbante. Ca urmare, lungimea corzii arcului absorbant corespunde lungimii razei cercului (lungimea laturii hexagonului înscris în cerc).

Pentru ca raza de lumină să poată ieși din cilindru prin punctul de intrare, trebuie îndeplinite următoarele condiții: 1) drumul său în interiorul cilindrului să fie o linie poligonală regulată închisă cu vârfurile pe circumferință; 2) unul din vârfurile liniei poligonale trebuie să fie în punctul de intrare; 3) latura opusă punctului de intrare să fie paralelă cu coarda arcului absorbant; 4) linia poligonală să aibă un număr impar de laturi; 5) lungimea laturii liniei poligonale să fie mai mică decât raza cercului; 6) după reflexie raza de lumină nu trebuie să ajungă pe banda absorbantă. Singurele poligoane regulate înscrise în cerc, care îndeplinesc condițiile anterioare sunt triunghiul și pentagonul, așa cum indică secvențele din figurile alăturate, din care rezultă valorile: $\alpha = 30^\circ$; $\alpha = 54^\circ$.





c) Utilizând figura alăturată și scriind legea refracției pentru fiecare interfață, rezultă:



$$n_2 \sin \alpha = n_1 \sin \beta = n_0 \sin \gamma;$$

$$n_2 \alpha \approx n_1 \beta \approx n_0 \gamma;$$

$$\beta = \frac{n_2}{n_1} \alpha; \quad \gamma = \frac{n_2}{n_0} \alpha.$$

Pentru triunghiul dreptunghic ABC, se pot scrie următoarele relații:

$$AB = h + d + h = 2h + d;$$

$$BC = h \tan \beta + d \tan \gamma + h \tan \beta;$$

$$BC \approx h\beta + d\gamma + h\beta = 2h\beta + d\gamma;$$

$$BC = AB \tan \alpha \approx AB \alpha;$$

$$2h\beta + d\gamma = (2h + d)\alpha;$$

$$2h \frac{n_2}{n_1} \alpha + d \frac{n_2}{n_0} \alpha = (2h + d)\alpha;$$

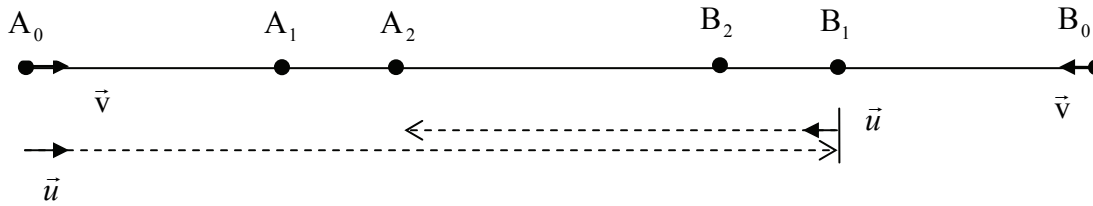
$$d = 2h \frac{n_0(n_1 - n_2)}{n_1(n_2 - n_0)}.$$



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a IX-a

Subiectul 3 – Rezolvare

a) La momentul $t_0 = 0$, automobilele trec prin punctele A_0 și respectiv B_0 , iar automobilul I emite un semnal ultrasonor ($A_0B_0 = d$).



Notății: A_1 – poziția automobilului I, după timpul t_1 de la emiterea semnalului ultrasonor, în momentul când automobilul II, aflat în poziția B_1 reflectă semnalul ultrasonor emis de automobilul I atunci când a fost în poziția inițială A_0 . Rezultă:

$$A_0A_1 = vt_1; \quad B_0B_1 = vt_1; \quad A_0B_1 = ut_1.$$

Notății: B_2 - poziția automobilului II, după timpul t_2 de la reflexia semnalului ultrasonor, în momentul când automobilul I, aflat în poziția A_2 recepționează semnalul ultrasonor. Rezultă:

$$\begin{aligned} A_1A_2 &= vt_2; \quad B_1B_2 = vt_2; \quad B_1A_2 = ut_2; \\ t_1 + t_2 &= t; \\ A_0A_1 + A_1A_2 &= A_0A_2 = v(t_1 + t_2) = vt; \\ B_0B_1 + B_1B_2 &= B_0B_2 = v(t_1 + t_2) = vt; \\ A_0B_1 + B_1A_2 &= u(t_1 + t_2) = ut; \\ (A_0A_2 + A_2B_2 + B_1B_2) + (B_1B_2 + A_2B_2) &= ut; \\ A_0A_2 + 2A_2B_2 + 2B_1B_2 &= ut; \\ A_0A_2 + A_2B_2 + B_0B_2 &= A_0B_0 = d; \\ A_2B_2 &= d - 2vt; \\ vt + 2(d - 2vt) + 2B_1B_2 &= ut; \\ B_1B_2 &= B_1A_2 - A_2B_2 = ut_2 - (d - 2vt); \\ B_1A_2 = ut_2 &= B_1B_2 + A_2B_2 = vt_2 + (d - 2vt); \\ ut_2 &= vt_2 + (d - 2vt); \\ t_2 &= \frac{d - 2vt}{u - v}; \\ B_1B_2 &= u \frac{d - 2vt}{u - v} - (d - 2vt); \end{aligned}$$

$$vt_0 + 2(d - 2vt) + 2u \frac{d - 2vt}{u - v} - 2(d - 2vt_0) = ut;$$

$$d = 2vt + \frac{(u - v)^2 t}{2u};$$

$$A_2 B_2 = d - 2vt = \frac{(u - v)^2 t}{2u}.$$

b) Dacă distanța inițială dintre automobile, d , este cea calculată anterior, ea se va reduce la jumătate după timpul:

$$t' = \frac{d}{4v},$$

astfel încât distanța pe care o parcurge semnalul ultrasonor în acest interval de timp este:

$$d' = \frac{ud}{4v}.$$

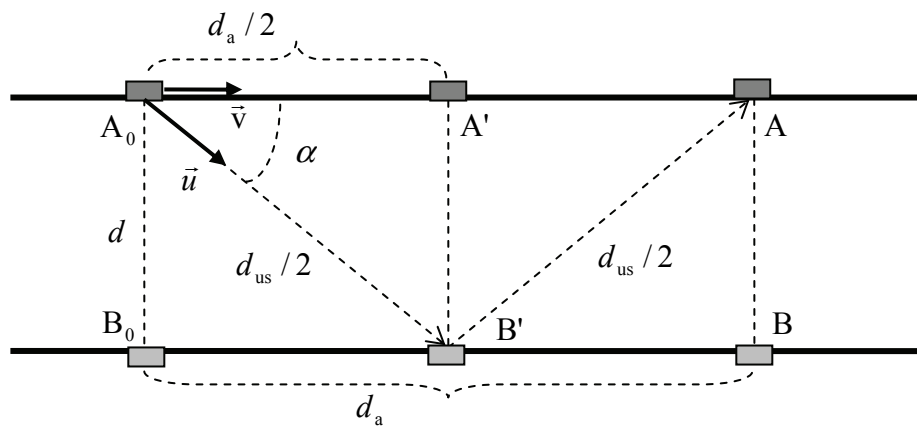
Cele două automobile se vor întâlni după timpul:

$$t'' = \frac{d}{2v},$$

astfel încât distanța parcursă de semnalul ultrasonor în tot acest timp este:

$$d'' = \frac{ud}{2v}.$$

c) În acord cu notațiile din figura alăturată, rezultă:



$$\frac{d_a}{2} = \frac{d_{us}}{2} \cos \alpha; d_a = d_{us} \cos \alpha;$$

$$\cos \alpha = \frac{d_a}{d_{us}} = \frac{v \tau}{u \tau} = \frac{v}{u};$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{u^2 - v^2}}{u};$$

$$\tan \alpha = \frac{d}{d_a / 2} = \frac{2d}{d_a} = \frac{2d}{v \tau};$$

$$\tau = \frac{1}{v} \frac{2d}{\tan \alpha} = \frac{2d}{\sqrt{u^2 - v^2}}.$$