



Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a X-a

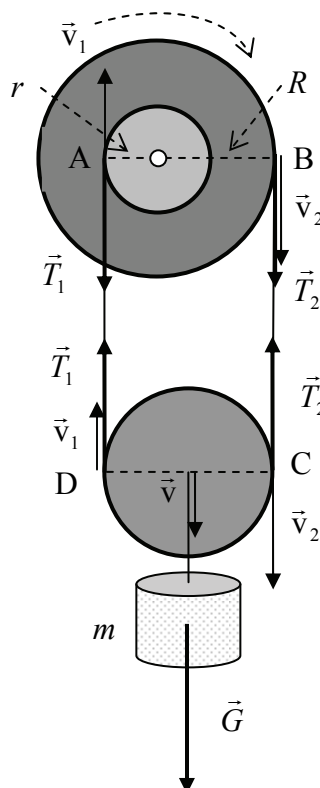
Subiectul 1 – Rezolvare

a) Sistemul nu este în echilibru. Dacă masa discului scripetelui mobil este neglijabilă, înseamnă că $T_1 = T_2$, astfel încât momentele celor două tensiuni, în raport cu axul comun al celor două discuri, sunt:

$$M_{T_2} = M_2 = T_2 R; M_{T_1} = M_1 = T_1 r = T_2 r; M_2 > M_1.$$

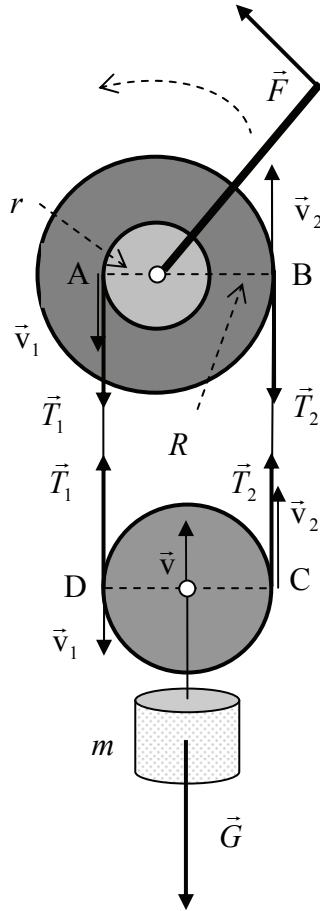
Ca urmare, sfoara se derulează de pe discul mare și se înfășoară pe discul mic, vitezele instantanee ale celor două procese, într-un moment oarecare, fiind v_2 și respectiv $v_1 < v_2$, orientate așa cum indică figura alăturată, astfel încât corpul suspendat de scripetele mobil coboară, viteza sa în momentul considerat fiind \vec{v} . Pentru un interval de timp foarte mic, Δt , în care cele două viteze se pot considera constante, sectorul de fir derulat de pe discul mare are lungimea $\Delta l_2 = v_2 \Delta t$, iar sectorul de fir înfășurat pe discul mic are lungimea $\Delta l_1 = v_1 \Delta t$. În aceste condiții sectorul de fir rămas în afara celor două discuri și-a mărit lungimea cu $\Delta l = \Delta l_2 - \Delta l_1 = (v_2 - v_1) \Delta t$, iar centrul scripetelui mobil a coborât pe distanța $\Delta h = \frac{\Delta l}{2}$, astfel încât viteza instantanee a corpului suspendat, corespunzătoare momentului considerat este:

$$v = \frac{v_2 - v_1}{2}.$$



b) Orientarea forței \vec{F} , cu punctul de aplicație în capătul liber al manetei, pentru a determina urcarea corpului suspendat de axul scripetelui mobil, este reprezentată în figura alăturată.

Pentru a se asigura urcarea uniformă a corpului suspendat, trebuie ca acțiunea forței \vec{F} să asigure rotația uniformă a celor două discuri solidare. Aceasta se întâmplă dacă momentul resultant al forțelor care acționează asupra celor două discuri, în raport cu axul comun, este nul.



Rezultă:

$$\begin{aligned}\vec{M}_{\vec{F}} + \vec{M}_{\vec{T}_1} + \vec{M}_{\vec{T}_2} &= 0; F 2R + T_1 r - T_2 R = 0; \\ \vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{G} &= 0; \\ T_1 + T_2 - mg &= 0; T_1 = T_2 = \frac{mg}{2}; F = \frac{mg(R-r)}{4R}.\end{aligned}$$

c) Dacă ω este viteza unghiulară constantă cu care se rotesc cele două discuri, ca urmare a acțiunii forței \vec{F} la capătul liber al manetei, atunci viteza v_2 cu care sfoara se înfășoară pe discul mare și viteza $v_1 < v_2$ cu care sfoara se derulează de pe discul mic, sunt date de expresiile:

$$v_1 = \omega r; \quad v_2 = \omega R.$$

În aceste condiții, sectorul de fir care se înfășoară pe discul mare într-un timp t are lungimea $l_2 = v_2 t$, iar sectorul de fir care se derulează de pe discul mic are lungimea $l_1 = v_1 t$. Ca urmare, în timpul t , sectorul de fir rămas în afara celor două discuri își micșorează lungimea cu $\Delta l = l_2 - l_1$, iar corpul suspendat urcă pe verticală pe distanța Δh , astfel încât:

$$\Delta h = v t; \quad \Delta h = \frac{\Delta l}{2}; \quad v t = \frac{(v_2 - v_1)t}{2};$$

$$v = \frac{v_2 - v_1}{2} = \frac{\omega(R - r)}{2} = \frac{2\pi n(R - r)}{2}; \quad v = \pi n(R - r).$$



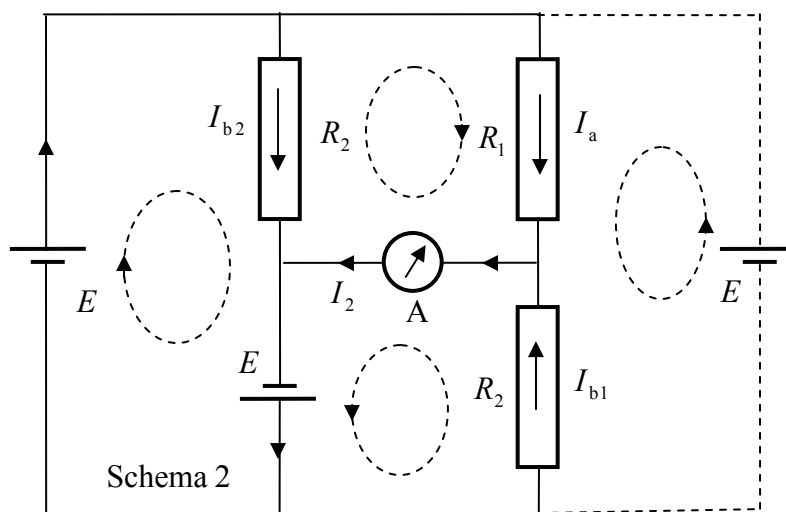
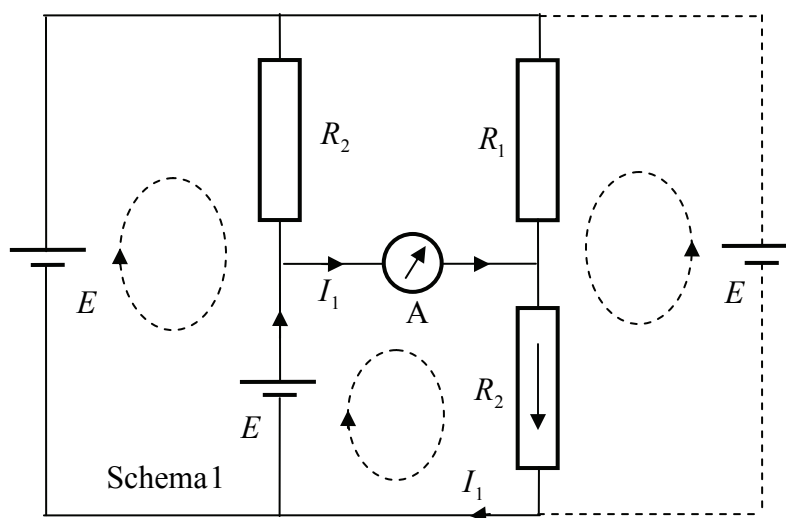
Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a X-a

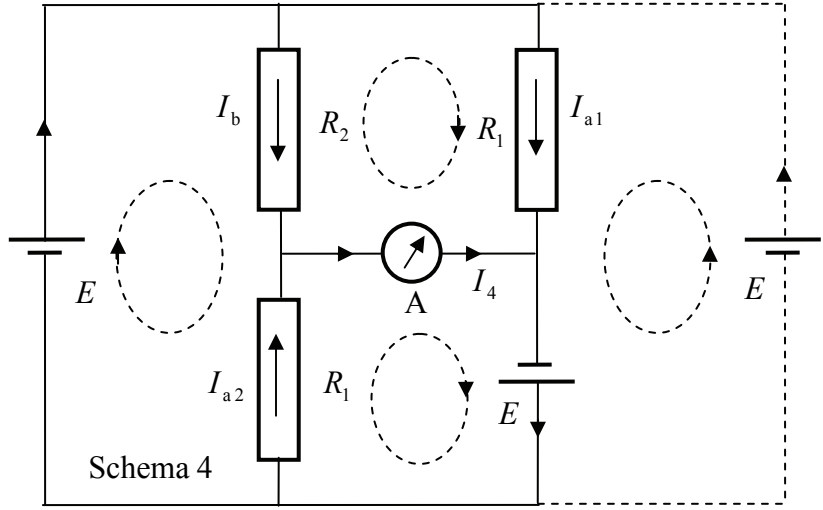
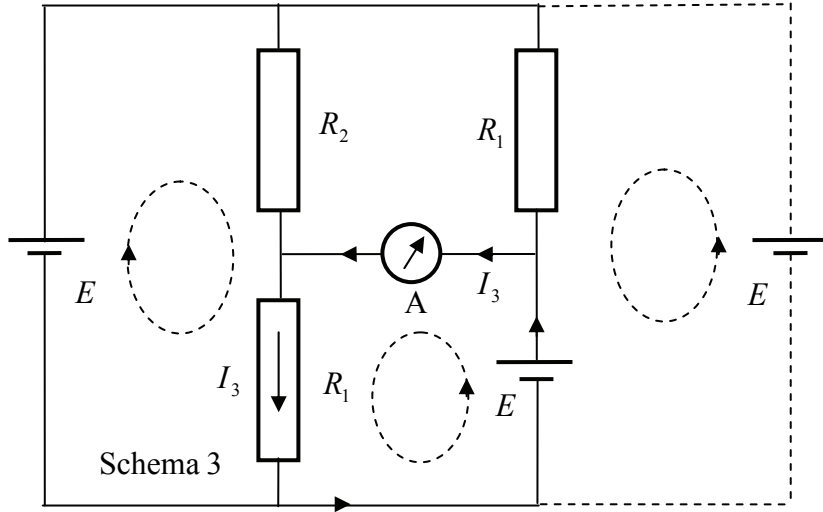
Subiectul 2 – Rezolvare

a) Înlocuirea fiecăruia dintre cei patru rezistori din punte, cu un generator electric, se poate face în două variante, în funcție de modul cum sunt conectate acolo bornele generatorului. În total se pot forma 8 scheme. Numai 4 dintre ele sunt diferite.

Datorită simetriei rețelei este suficient să analizăm variantele prezentate în schemele 1-4 din figura următoare. În schemele 1 și 3, intensitățile curenților prin rezistoarele de deasupra ampermetrului sunt nule, deoarece tensiunile de la bornele celor două grupuri de rezistoare sunt nule. Aceasta se demonstrează scriind legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiurile care conțin cele două generatoare identice, având în vedere că ampermetrul este ideal. Ca urmare, intensitățile curenților prin ampermetru, în cele două variante, deduse cu ajutorul teoremei lui Kirchhoff, sunt:

$$I_1 = \frac{E}{R_2}; \quad I_3 = \frac{E}{R_1}.$$





În fiecare din schemele 2 și 4, tensiunea de la bornele fiecărui grup de rezistoare de deasupra ampermetrului este $2E$, iar tensiunea de la bornele fiecărui rezistor inferior este E . Aceasta se demonstrează scriind legea a doua a lui Kirchhoff pentru ochiurile care conțin cele două generatoare identice, având în vedere că ampermetrul este ideal.

În aceste condiții, pentru varianta din schema 2, rezultă:

$$2E = R_2 I_{b2}; I_{b2} = \frac{2E}{R_2};$$

$$E = R_2 I_{b1}; I_{b1} = \frac{E}{R_2};$$

$$R_1 I_a = R_2 I_{b2}; I_a = \frac{R_2}{R_1} I_{b2} = \frac{2E}{R_1};$$

$$I_2 = I_a + I_{b1} = \frac{2E}{R_1} + \frac{E}{R_2};$$

$$I_2 = \frac{E(R_1 + 2R_2)}{R_1 R_2}.$$

Asemănător, pentru varianta din schema 4, rezultă:

$$2E = R_1 I_{a1}; I_{a1} = \frac{2E}{R_1};$$

$$E = R_1 I_{a2}; I_{a2} = \frac{E}{R_1};$$

$$R_1 I_{a1} = R_2 I_b; I_b = \frac{R_1}{R_2} I_{a1} = \frac{2E}{R_2};$$

$$I_4 = I_b + I_{a2} = \frac{2E}{R_2} + \frac{E}{R_1};$$

$$I_4 = \frac{E(2R_1 + R_2)}{R_1 R_2}.$$

Rezultă:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 R_2} R_1; I_2 = \frac{E}{R_1 R_2} (R_1 + 2R_2); I_3 = \frac{E}{R_1 R_2} R_2; I_4 = \frac{E}{R_1 R_2} (2R_1 + R_2);$$

$$R_1 > R_2;$$

$$I_3 < I_1 < I_2 < I_4.$$

b)

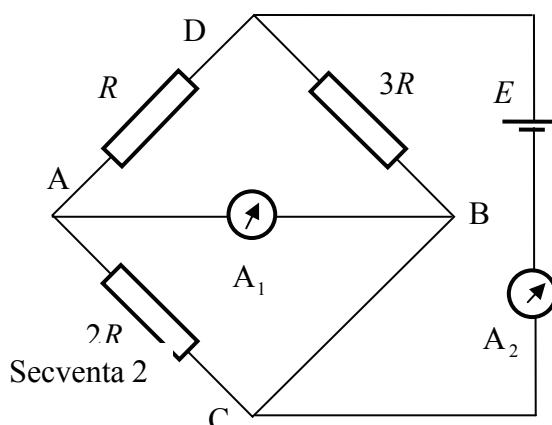
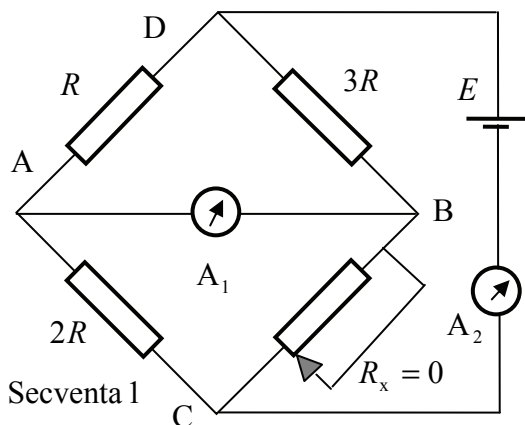
1) Prin deplasarea cursorului mobil se caută valoarea R_x , pentru care puntea este echilibrată:

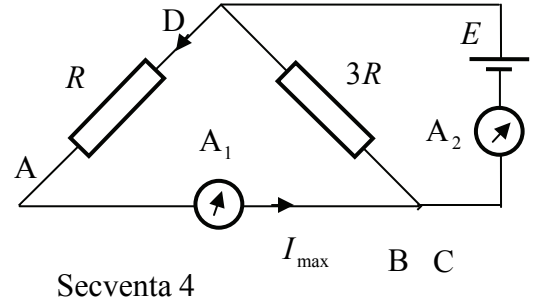
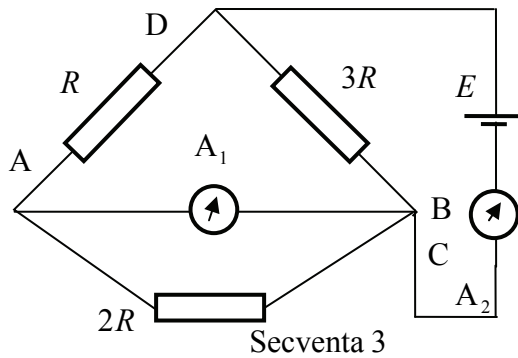
$$\frac{R_{AD}}{R_{DB}} = \frac{R_{AC}}{R_{CB}}; \frac{R}{3R} = \frac{2R}{R_x};$$

$$R_x = 6R,$$

când intensitatea curentului prin diagonala ampermetrului A_1 este nulă, astfel încât $I_{\min} = 0$.

2) Prin deplasarea cursorului mobil se caută valoarea R_x , pentru care indicația ampermetrului A_1 este maximă. Aceasta se va întâmpla atunci când cursorul mobil este în poziția indicată de figura alăturată, careia îi corespunde valoarea $R_x = 0$.





Schema echivalentă scurtcircuitării dintre nodurile B și C, reprezentată în schema 4, evidențiază excluderea din rețea a rezistoarelor cu rezistențele $2R$ și R_{BC} . Rezistorul cu rezistența $2R$ a fost scurtcircuitat de ampermetrul ideal A_1 . Rezultă:

$$I_{\max} = \frac{E}{R}.$$

3) Dacă reostatul a fost reglat astfel încât indicația ampermetrului A_2 să fie $I_0 = \frac{1}{2} I_{\max}$, însemnează că:

$$I_0 = \frac{E}{R_{CD}} = \frac{1}{2} I_{\max} = \frac{1}{2} \frac{E}{R}; R_{CD} = 2R;$$

$$R_{CD} = R_{DA(B)} + R_{CA(B)};$$

$$\frac{1}{R_{DA(B)}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R}; R_{DA(B)} = \frac{3}{4} R;$$

$$\frac{1}{R_{CA(B)}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_x}; R_{CA(B)} = \frac{2RR_x}{2R + R_x};$$

$$\frac{3}{4} R + \frac{2RR_x}{2R + R_x} = 2R;$$

$$R_x = \frac{10}{3} R.$$

c) Sensurile curenților prin laturile rețelei fiind cele indicate în figura alăturată, utilizând teoremele lui Kirchhoff pentru nodurile și ochiurile rețelei, rezultă:

$$I_0 = I_1 + I_4;$$

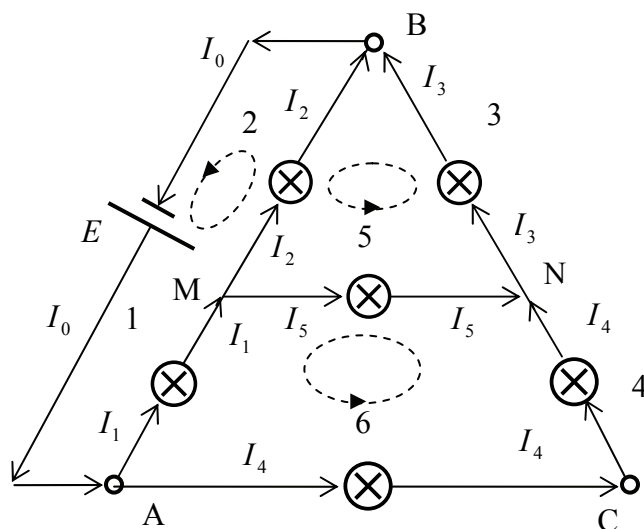
$$R_{AM} < R_{ACN}; I_1 > I_4,$$

ceea ce dovedește că filamentul becului 1 este mai strălucitor decât filamentele becurilor 4 și 6;

$$I_1 = I_2 + I_5;$$

$$I_1 > I_2; I_1 > I_5,$$

ceea ce dovedește că filamentul becului 1 este mai strălucitor decât filamentele becurilor 2 și 5;



$$\begin{aligned}
 I_3 &= I_4 + I_5; \\
 I_0 &= I_2 + I_3; \\
 0 &= 2I_4R - I_5R - I_1R; \\
 2I_4 &= I_1 + I_5; \quad I_5 = 2I_4 - I_1; \\
 0 &= I_5R + I_3R - I_2R; \\
 I_2 &= I_3 + I_5; \quad I_5 = I_2 - I_3; \\
 2I_4 - I_1 &= I_2 - I_3; \quad I_3 = I_2 + I_1 - 2I_4; \\
 I_5 = I_1 - I_2 &= I_3 - I_4; \quad I_3 = I_1 - I_2 + I_4; \\
 I_2 + I_1 - 2I_4 &= I_1 - I_2 + I_4; \\
 2I_2 &= 3I_4; \quad I_2 = \frac{3}{2}I_4; \quad I_2 > I_4,
 \end{aligned}$$

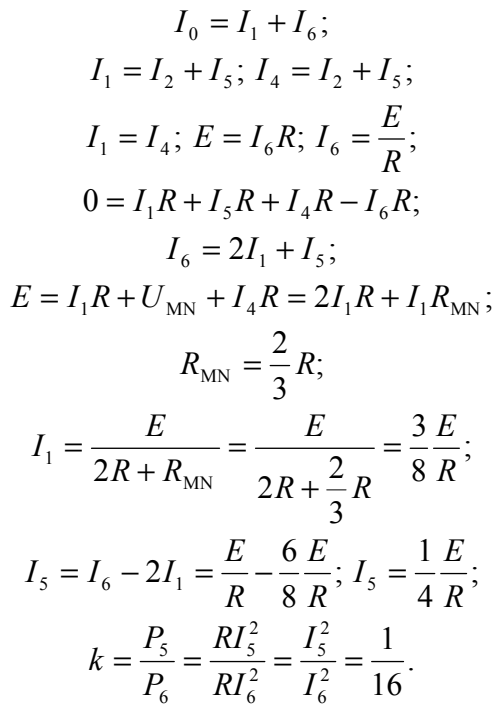
ceea ce dovedește că filamentul becului 2 este mai strălucitor decât filamentul becului 4;

$$\begin{aligned}
 I_0 &= I_1 + I_4 = I_2 + I_3; \\
 I_3 &= I_1 + I_4 - I_2 = I_1 - I_2 + \frac{2}{3}I_2 = I_1 - \frac{1}{3}I_2; \\
 I_1 &= I_3 + \frac{1}{3}I_2; \\
 I_1 &> I_3,
 \end{aligned}$$

ceea ce dovedește că filamentul becului 1 este mai strălucitor decât filamentul becului 3.

Concluzie: atunci când generatorul electric este conectat la bornele A și B ale rețelei, filamentul becului 1 este cel mai strălucitor.

Utilizând teoremele lui Kirchhoff, pentru elementele rețelei din figura alăturată, rezultă:





Ministerul Educației, Cercetării, Tineretului și Sportului
Inspectoratul Școlar Județean – TIMIȘ
CONCURSUL NAȚIONAL DE FIZICĂ “EVRIKA!”
Ediția a 21-a, 8 – 10 aprilie 2011, Timișoara
CLASA a X-a

Subiectul 3 – Rezolvare

a) Presiunile inițiale ale gazelor din cele două compartimente sunt:

$$p_1 = p_{\text{superior}} = \frac{Mg}{S}; \quad p_2 = p_{\text{inferior}} = p_1 + \frac{Mg}{S} = \frac{2Mg}{S} = 2p_{\text{superior}} = 2p_1,$$

unde S este aria suprafeței secțiunii transversale a vasului cilindric.

Din ecuațiile de stare scrise pentru gazele din cele două compartimente, în stările inițiale, rezultă:

$$p_1 V_0 = \nu_1 R T_0; \quad p_2 V_0 = \nu_2 R T_0;$$

$$p_2 = 2p_1 \rightarrow \nu_2 = 2\nu_1; \quad \nu_1 = \nu; \quad \nu_2 = 2\nu.$$

Când gazul din compartimentul inferior este încălzit la presiunea constantă p_2 , volumul compartimentului inferior dublându-se, temperatura gazului crește de la T_0 , dublându-se, devenind $2T_0$, astfel încât căldura care trebuie să-i fie transmisă heliului din acest compartiment, în condițiile precizate va fi:

$$Q_p = 2\nu C_{p2} (2T_0 - T_0) = 2\nu C_{p2} T_0,$$

unde: 2ν - numărul molilor de heliu din compartimentul inferior al vasului; T_0 - temperaturile inițiale ale gazelor din cele două compartimente; C_{p2} - căldura molară a heliului la presiune constantă;

$$C_{p2} = C_{v2} + R = \frac{3}{2}R + R = \frac{5}{2}R;$$

$$Q_p = 5\nu R T_0;$$

$$2\nu R 2T_0 = p_2 2V_0; \quad 2\nu R T_0 = p_2 V_0;$$

$$2\nu R T_0 = \frac{2Mg}{S} V_0; \quad \nu R T_0 = \frac{Mg}{S} Sh; \quad \nu R T_0 = Mgh;$$

$$Q_p = 5Mgh.$$

b) Imediat după încălzirea gazului din compartimentul inferior, al cărui volum s-a dublat, când pistonul inferior a ajuns la înălțimea $2h$, iar pistonul superior a ajuns la înălțimea $3h$, energia potențială gravitațională a sistemului este:

$$E_{\text{pg}} = Mg3h + Mg2h = 5Mgh,$$

iar energiile interne ale gazelor din cele două compartimente, corespunzătoare temperaturilor T_0 și respectiv $2T_0$, sunt:

$$U_{01}; U_{02} = U_0 + \Delta U = U_0 + 2\nu C_{v2} (2T_0 - T_0) = U_0 + 2\nu \frac{3}{2} R T_0,$$

unde U_0 este energia internă a gazului din compartimentul inferior la temperatura T_0 , astfel încât energia totală a sistemului este:

$$E_0 = 5Mgh + U_{01} + U_0 + 3\nu R T_0.$$

După un timp suficient de lung, când temperaturile gazelor din cele două compartimente sunt din nou egale, $T > T_0$, iar presiunile gazelor în cele două compartimente au rămas aceleași, p_1 și respectiv p_2 , deoarece pistoanele sunt libere, volumele compartimentelor în care se află cele două gaze sunt egale, $V = SH$, unde $H > h$.

Energia potențială gravitațională a sistemului, după realizarea echilibrului termic, este:

$$E_{pg} = Mg2H + MgH = 3MgH,$$

iar energiile interne ale gazelor din cele două compartimente sunt:

$$U_1 = U_{01} + \Delta U_1;$$

$$\Delta U_1 = \nu C_{v1}(T - T_0) = \nu \frac{5}{2} R(T - T_0) > 0;$$

$$U_1 = U_{01} + \nu \frac{5}{2} R(T - T_0);$$

$$U_2 = U_{02} + \Delta U_2;$$

$$U_{02} = U_0 + 2\nu \frac{3}{2} RT_0;$$

$$\Delta U_2 = 2\nu C_{v2}(T - 2T_0) = 2\nu \frac{3}{2} R(T - 2T_0) < 0;$$

$$U_2 = U_0 + 2\nu \frac{3}{2} RT_0 + 3\nu R(T - 2T_0);$$

$$2\nu C_{p2}(2T_0 - T) = \nu C_{p1}(T - T_0);$$

$$C_{p2} = C_{v2} + R = \frac{5}{2} R; C_{p1} = C_{v1} + R = \frac{7}{2} R;$$

$$T = \frac{27}{17} T_0; T - T_0 = \frac{10}{17} T_0; T - 2T_0 = -\frac{7}{17} T_0;$$

$$U_1 = U_{01} + \nu \frac{5}{2} R \frac{10}{17} T_0 = U_{01} + \frac{50}{34} \nu RT_0;$$

$$U_2 = U_0 + 3\nu RT_0 - \frac{21}{17} \nu RT_0;$$

$$U_2 = U_0 + \frac{30}{17} \nu RT_0,$$

astfel încât energia totală a sistemului este:

$$E = 3MgH + U_{01} + \frac{50}{34} \nu RT_0 + U_0 + \frac{30}{17} \nu RT_0.$$

În acord cu legea conservării energiei, rezultă;

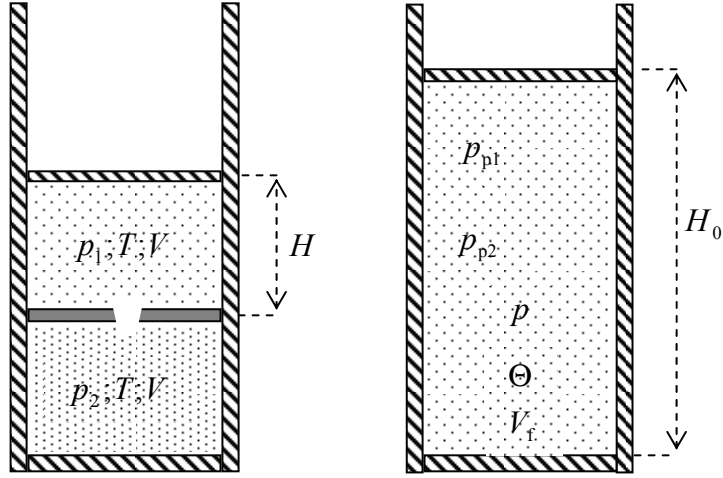
$$E = E_0;$$

$$3MgH + U_{01} + \frac{50}{34} \nu RT_0 + U_0 + \frac{30}{17} \nu RT_0 = 5Mgh + U_{01} + U_0 + 3\nu RT_0;$$

$$3MgH + \frac{50}{34} \nu RT_0 + \frac{30}{17} \nu RT_0 = 5Mgh + 3\nu RT_0;$$

$$\begin{aligned}
(5h - 3H)Mg &= \left(\frac{50}{34} + \frac{30}{17} - 3 \right) \nu RT_0; \\
(5h - 3H)Mg &= \frac{4}{17} \nu RT_0; \quad \nu RT_0 = Mgh; \\
(5h - 3H)Mg &= \frac{4}{17} Mgh; \quad (5h - 3H) = \frac{4}{17} h; \\
H &= \frac{27}{17} h.
\end{aligned}$$

c) Utilizând desenele din figura alăturată, scriind ecuația transformării generale pentru fiecare dintre componentele amestecului de gaze, rezultă:



$$\begin{aligned}
\frac{p_1 V}{T} &= \frac{p_{p1} V_f}{\Theta}, \quad \frac{p_2 V}{T} = \frac{p_{p2} V_f}{\Theta}; \\
p_{p1} &= p_1 \frac{\Theta V}{T V_f}; \quad p_{p2} = p_2 \frac{\Theta V}{T V_f}; \\
p &= p_{p1} + p_{p2} = \frac{Mg}{S}; \\
(p_1 + p_2) \frac{\Theta V}{T V_f} &= \frac{Mg}{S}; \\
\frac{3Mg}{S} \frac{\Theta}{T} \frac{SH}{SH_0} &= \frac{Mg}{S}; \quad 3 \frac{\Theta}{T} \frac{H}{H_0} = 1; \\
\frac{\Theta}{T} &= \frac{1}{3} \frac{H_0}{H}; \\
\Theta < T &\Rightarrow \frac{\Theta}{T} < 1 \Rightarrow \frac{1}{3} \frac{H_0}{H} < 1; \\
H_0 &< 3H.
\end{aligned}$$