



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A

X

– CLASA A X-A –

I. STAȚIE SPAȚIALĂ (10 puncte)

Urmărești pe Discovery un reportaj despre o stație spațială cilindrică de rază R_0 , ce se rotește uniform în jurul axului său longitudinal de simetrie. Comentatorul postului de televiziune precizează că aerul din interiorul stației este menținut la temperatura constantă T și că rotația stației generează la suprafața laterală a acesteia o accelerație având aceeași valoare ca și accelerația gravitațională g . Te pasionează subiectul și ești curios să determini raportul dintre valoarea presiunii p_0 a aerului din centrul stației spațiale și cea a presiunii p_1 din imediata apropiere a suprafeței laterale.

Îți reamintești că pentru un gaz plasat într-un câmp exterior de forțe, în care energia potențială a unei molecule este funcție doar de coordonatele centrului său de masă, densitatea numărului de molecule este exprimată prin *formula lui Boltzmann*

$$n(r) = n_0 \cdot \exp\left[-\frac{E_{pot}(r)}{k \cdot T}\right] = n_0 \cdot e^{\left[\frac{-E_{pot}(r)}{k \cdot T}\right]}, \text{ unde } e \text{ este baza logaritmilor neperieni, } e \cong 2,71$$

În expresia de mai sus, constanta n_0 reprezintă densitatea numărului de molecule în punctul pentru care $E_{pot} = 0$, k este constanta lui Boltzmann, iar T reprezintă temperatura absolută.

II. ABSORBȚIA RADIAȚIEI ÎNTR-UN GAZ (10 puncte)

Un vas cilindric, având axa de simetrie verticală, conține un gaz molecular la echilibru termodinamic. Baza superioară a cilindrului se poate deplasa liber și este făcută dintr-o placă de sticlă; presupune că nu pot apărea pierderi de gaz și că frecarea dintre placa de sticlă și pereții cilindrului este suficientă pentru a nu permite oscilații, dar în același timp suficient de mică pentru a nu produce nici o pierdere de energie (energia pierdută prin frecare este neglijabilă față de celelalte energii implicate). Inițial, temperatura gazului este aceeași cu temperatura mediului înconjurător; presiunea exterioară (din cameră) are valoarea standard. Gazul poate fi considerat, cu o bună aproximație, un gaz perfect. Presupune că pereții cilindrului (inclusiv bazele) au conductivitatea termică și capacitatea calorică neglijabile și că, deci, transferul de căldură între gaz și mediu este suficient de lent pentru a fi neglijat în rezolvarea problemei.

Prin placa de sticlă se trimite în cilindru lumina emisă de un laser de putere constantă; radiația se transmite ușor prin aer și sticlă și este complet absorbită de gazul din vas. Prin absorbția acestei radiații, moleculele se excită iar apoi se dezexcită rapid, emițând radiații infraroșii, revenind în starea fundamentală; această radiație infraroșie este mai departe absorbită de alte molecule și este reflectată de pereții vasului și de placa de sticlă. Astfel, energia absorbită de la laser este transferată într-un timp foarte scurt către agitația termică (haos molecular) și astfel rămâne în gaz pentru un timp suficient de lung.

Se observă că placa de sticlă se mișcă în sus; după ce iradierea se face un anumit timp, se închide laserul și se măsoară deplasarea plăcii de sticlă.

Utilizează datele de mai jos și, dacă este necesar, pe acelea de pe foaia de constante fizice, și determină:

- temperatura și presiunea gazului după iradiere;
- lucrul mecanic efectuat de gaz ca urmare a absorbției de radiație;
- energia radiantă absorbită în timpul iradierii;
- puterea emisă de laser și absorbită de gaz ;
- randamentul procesului de conversie a energiei optice în energie potențială mecanică pentru placa de sticlă.
- În cazul când axa cilindrului este rotită lent cu 90° , ajungând orizontală și schimbul de căldură dintre gaz și vas poate fi considerat, în continuare, neglijabil, decide dacă presiunea și/sau temperatura gazului se modifică în urma acestei rotații, și – dacă este cazul – determină care sunt valorile lor finale.

Date

Presiunea exterioară (din cameră): $p_0 = 101,3 \text{ kPa}$

Temperatura camerei: $T_0 = 20,0^\circ \text{C}$

Diametrul interior al cilindrului: $2r = 100 \text{ mm}$

Masa plăcii de sticlă: $m = 800 \text{ g}$

Numărul de moli de gaz din vas: $\nu = 0.100 \text{ mol}$

Căldura molară la volum constant a gazului: $C_V = 20,8 \text{ J / (mol} \cdot \text{K)}$

Durata iradierii: $\Delta t = 10,0 \text{ s}$

Distanța pe care se deplasează placa de sticlă după iradiere: $\Delta s = 30,0 \text{ mm}$

Subiecte propuse de:

Prof. Delia DAVIDESCU – Inspector de Fizică Serviciul Național de Evaluare și Examinare - București

Prof. Seryl TALPALARU – CN „Emil Racoviță” Iași

Prof. Stelian URSU – CN „Frații Buzești” Craiova



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A

X

– CLASA A X-A --

FOAIE DE CONSTANTE FIZICE

Viteza luminii în vid: $c = 299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Permeabilitatea magnetică a vidului: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

Permitivitatea electrică a vidului: $\varepsilon_0 = 8.8541878 \text{ pF}\cdot\text{m}^{-1}$

Constanta atracției universale: $G = 6,67259\cdot 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg}\cdot\text{s}^2)$

Constanta universală a gazului ideal: $R = 8,314510 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$

Constanta lui Boltzmann: $k = 1,380658\cdot 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$

Constanta lui Stefan: $\sigma = 56,703 \text{ nW}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)$

Sarcina protonului: $e = 1,60217733\cdot 10^{-19} \text{ C}$

Masa electronului: $m_e = 9,1093897\cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Constanta lui Planck: $h = 6,6260755\cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

Zeroul scalei Celsius: $T_K = 273,15 \text{ K}$

Masa Soarelui: $M_S = 1,991\cdot 10^{30} \text{ kg}$

Masa Pământului: $M_E = 5,979\cdot 10^{24} \text{ kg}$

Raza medie a Pământului: $r_E = 6,373 \text{ Mm}$

Semiaxa mare a orbitei Pământului: $R_E = 1,4957\cdot 10^{11} \text{ m}$

Ziua siderală: $d_S = 86,16406 \text{ ks}$

Anul: $y = 31,558150 \text{ Ms}$

Valoarea standard a intensității câmpului gravitațional la suprafața Pământului: $g = 9,80665 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

Valoarea standard a presiunii atmosferice: $p_0 = 101325 \text{ Pa}$

Indicele relativ de refracție a aerului pentru lumina vizibilă, la presiune standard și temperatura 15°C : $n_{\text{aer}} = 1,000277$

Constanta solară: $S = 1355 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

Masa planetei Jupiter: $M = 1,901\cdot 10^{27} \text{ kg}$

Raza planetei Jupiter (la ecuator): $R_B = 69,8 \text{ Mm}$

Raza medie a orbitei planetei Jupiter: $R = 7,783\cdot 10^{11} \text{ m}$

Durata unei zile pe Jupiter: $d_J = 35,6 \text{ ks}$

Durata unui an pe Jupiter: $y_J = 374,32 \text{ Ms}$

$\pi = 3,14159265$



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A

X

-- CLASA A X-A --

FOAIE DE RĂSPUNS

I. STAȚIE SPAȚIALĂ (10 puncte)

Raportul dintre valoarea presiunii p_0 a aerului din centrul stației spațiale și cea a presiunii p_1 din imediata apropiere a suprafeței laterale a stației spațiale

Expresia analitică

II. ABSORBȚIA RADIAȚIEI ÎNTR-UN GAZ (10 puncte)

II. a. Temperatura gazului după iradiere

Expresia analitică

Rezultat numeric

Presiunea gazului după iradiere

Expresia analitică

Rezultat numeric

II. b Lucrul mecanic efectuat

Expresia analitică

Rezultat numeric

II. c. Energia totală transmisă de laser gazului

Expresia analitică

Rezultat numeric

II. d. Puterea totală absorbită de gaz

Expresia analitică

Rezultat numeric

II. e. Randamentul conversiei energiei optice în energie potențială mecanică a plăcii de sticlă

Expresia analitică

Rezultat numeric

II. f. Ca urmare a rotirii cilindrului apare o schimbare a presiunii ? DA ☐ NU ☐

Dacă da, care este noua valoare a presiunii?

Expresia analitică

Rezultat numeric

Ca urmare a rotirii cilindrului apare o schimbare a temperaturii ? DA ☐ NU ☐

Dacă da, care este noua valoare a temperaturii ?

Expresia analitică

Rezultat numeric



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A

X

MATEMATICĂ

Subiectul 1

Fie $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ astfel încât $f(f(x)) = 2^x$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Să se arate că $f(2^x) > f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$

Subiectul 2

Fie A, B, C, D, E, F puncte în plan. Atunci

$$2(AB^2 + BC^2 + CD^2 + DE^2 + EF^2 + FA^2) \geq AD^2 + BE^2 + CF^2.$$