



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A



– CLASA A XII-A –

I. Rachetă (10 puncte)

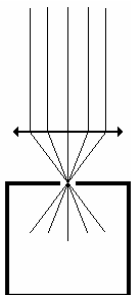
Tocmai ai urmărit , în direct, la TV lansarea unei rachete. Comentatorul postului de televiziune precizează că racheta , lansată vertical în sus, din repaus, de pe suprafața Pământului urcă cu accelerația constantă a .

Pentru că te pasionează subiectul, te gândești că racheta întâmpină din partea aerului atmosferic o forță de rezistență $F = \alpha \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A$ (ρ - densitatea aerului, v - viteza, A - aria secțiunii frontale) și că poți presupune că aerul atmosferic are temperatura T constantă, că accelerația gravitațională rămâne constantă și că densitatea aerului la nivelul mării este ρ_0 .

Te întrebi la ce înălțime față de sol, forța de rezistență exercitată asupra rachetei este maximă și calculezi această înălțime, când valoarea medie a temperaturii aerului este de $T=250$ K. Cunoști masa molară a aerului $\mu_{\text{aer}} \approx 28,9 \text{ kg} / \text{kmol}$, constanta universală a gazelor $R \approx 8,31 \text{ J} / \text{mol} \cdot \text{K}$ și consideri valoarea accelerației gravitaționale $g \approx 9,8 \text{ m} / \text{s}^2$.

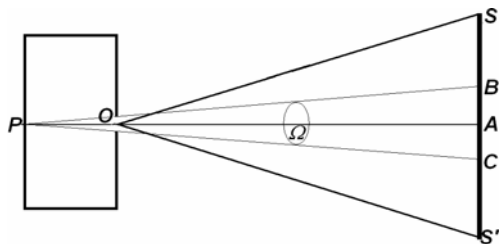
II. Soare și camere obscure (10puncte)

Temperatura suprafeței soarelui este $T_s = 6000 \text{ K}$, iar unghiul sub care se vede Soarele de pe Pământ este $\varphi = 30'$. Vei considera că puterea emisă sau absorbită de un corp aflat la temperatura absolută T este proporțională cu puterea a patra a temperaturii sale și cu aria sa; astfel, pentru Soare puterea emisă izotrop are expresia $P_{\text{soare}} = \sigma \cdot T_s^4 \cdot 4 \cdot \pi \cdot R_s^2$



A. Razele solare sunt adunate cu ajutorul unei lentile convergente, cu deschiderea relativă $D / f = 0,5$ (D fiind diametrul lentilei iar f distanța sa focală), pe un orificiu mic al unei cavități, care are pereții interiori înnegriți iar pe cei exteriori perfect reflectanți – ca în figură. Imaginea Soarelui formată de lentilă în planul orificiului are diametrul mai mare decât diametrul orificiului. Neglijând pierderile de energie la trecerea razelor solare prin atmosfera terestră și energia ce trece prin pereții cavității, să se determine temperatura T din interiorul cavității în funcție de diametrul orificiului acesteia.

B. Cutia din problema anterioară poate forma (dacă orificiul este foarte mic) o imagine a Soarelui pe peretele opus peretelui cu orificiu. Pe acest perete, care este un ecran, se formează imaginea Soarelui de forma unui disc cu raza R . În oricare punct al imaginii ajunge radiația colectată de un „cornet”- un con cu vârful în punctul respectiv și care se sprijină pe pereții orificiului. Un punct din planul peretelui cu orificiul culege radiația dintr-un cornet care are vârful în punctul respectiv și care cuprinde circumferința discului solar.



Iluminarea imaginii Soarelui care se obține pe perețele opus camerei (ecran) se reduce la jumătate pentru puncte aflate la $0,9R$ de centrul imaginii. Determină de câte ori este mai mare iluminarea peretelui din față al camerei, de exemplu în punctul O, decât iluminarea în centrul P al imaginii Soarelui. În figură SS' este diametrul Soarelui iar BC este diametrul porțiunii din Soare determinate de unghiul solid Ω pe care punctul P

„o vede” prin orificiu.

Subiecte propuse de:

Prof. Delia DAVIDESCU – Inspector de Fizică Serviciul Național de Evaluare și Examinare – București

Prof. Sorin TROCARU – Inspector General de Fizică M.Ed.C

Prof. Ion TOMA, CN Mihai Viteazu București

Conf. Dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică - Universitatea București



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A

XII

– CLASA A XII-A --

FOAIE DE RĂSPUNS

I. RACHETA (10 puncte)

Înălțimea față de sol, la care forța de rezistență exercitată asupra rachetei este maximă

II.

A. Expresia analitică a temperaturii T în cavitate este

Valoarea numerică a temperaturii în cavitate este

B. Expresia analitică a raportului iluminărilor este

Valoarea numerică a raportului iluminărilor este



MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL "FERDINAND I" BACĂU

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ ȘI FIZICĂ
"VRÂNCEANU – PROCOPIU" EDIȚIA A VIII -A

XII

MATEMATICĂ

Subiectul 1

Să se arate că există o infinitate de funcții $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ neliniare, bijective care satisfac relația $f(2x) = 2f(x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Subiectul 2

Fie $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ o funcție continuă și F o primitivă a sa astfel încât $F(0) = 0$. Dacă $f(x) = F(\sin x)$, $\forall x \in [0, \infty)$, atunci $f(x) = 0$, $\forall x \in [0, \infty)$.