

Soluție la problema 1

Stiva de cărămizi (10 puncte)

a. Pentru ca stiva de cărămizi să nu se dărâme trebuie ca poziția centrului de masă al sistemului de cărămizi să nu depășească marginea suportului.

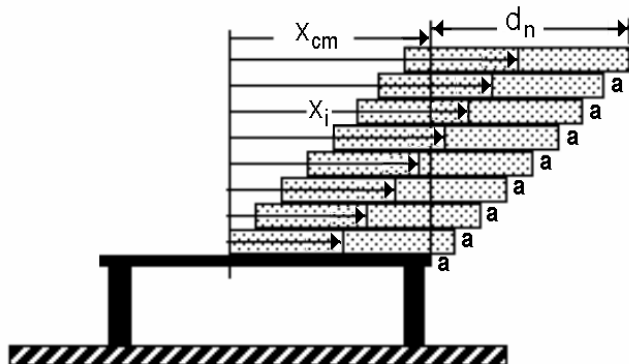


Figura 1

Notând cu x_{cm} coordonata centrului de masă în raport cu marginea din stânga a primei cărămizi așezate pe suport (figura 1) se poate exprima valoarea maximă a mărimii a

$$L - a = x_{cm} \quad (1)$$

Având în vedere definiția coordonatei centrului de masă a unui sistem de n corpuri:

$$M x_{cm} = \sum_{i=1}^n m_i x_i \quad (2)$$

în problema de față se obține:

$$(nm) x_{cm} = m x_1 + m x_2 + \dots + m x_n \quad (3)$$

adică

$$n x_{cm} = x_1 + x_2 + \dots + x_n \quad (4)$$

Ținând cont de notațiile din figura 1 se scrie:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{L}{2} \\ x_2 = \frac{L}{2} + a \\ x_3 = \frac{L}{2} + 2a \\ \vdots \\ x_n = \frac{L}{2} + (n-1)a \end{cases} \quad (5)$$

Din relațiile (4) și (5) se obține:

$$x_{cm} = \frac{L}{2} + a \frac{(n-1)}{2} \quad (6)$$

iar din relațiile (1) și (6) se poate determina expresia mărimii a

$$a = \frac{L}{n+1} \quad (7)$$

Stiva de cărămizi nu se va prăbuși atâta timp cât $a < \frac{L}{n+1}$

b. Din figura 1 se observă că

$$d_n = n \cdot a \quad (8)$$

iar din relațiile (7) și (8) se poate scrie că

$$d_n = \frac{n \cdot L}{n+1} \quad (9)$$

Dependențele $a = a(n)$ și $d_n = d_n(n)$ sunt reprezentate în figura 2

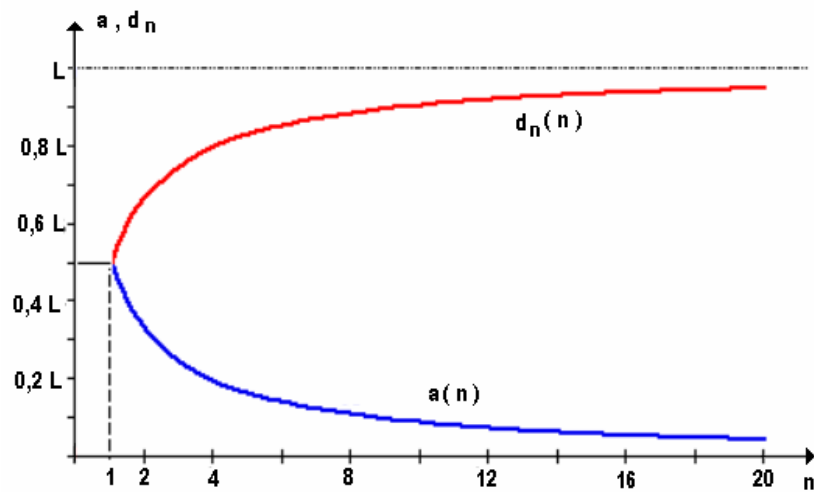


Figura 2

Delia DAVIDESCU, SNEE București

Adrian S.DAFINEI, Universitatea București