

Soluție la Problema 2

Cameră cu oglinzi (10 puncte)

a. Oglinda plană de pe unul din pereți formează o imagine a sursei de lumină punctiformă în spatele oglinzilor, la distanța $\frac{L}{2} = 2m$. Intensitatea acestei surse virtuale de lumină este I . Iluminarea determinată de această sursă este similară celea determinată de o sursă de lumină cu intensitatea I așezată în spatele unei ferestre cu dimensiunea oglinzii – ca în figura 2.1

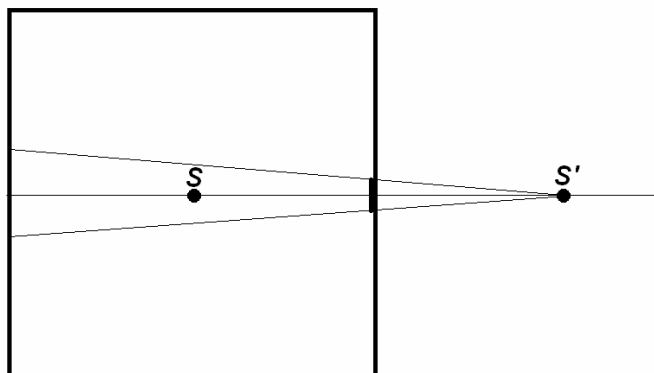


Figura 2.1

Numai o porțiune circulară cu raza $3r$ din jurul centrului peretelui opus este iluminată de sursa virtuală. Dacă și pe peretele opus peretelui cu oglindă despre care s-a discutat până acum există o oglindă, aceasta formează o imagine S_2 a imaginii S_1 la distanța $3L/2$ care, la rândul său se oglindește dând o imagine S_3 la distanța $5L/2$ care este o nouă sursă virtuală.

Această sursă, mult mai depărtată, iluminează pe peretele opus un disc de rază încă și mai mică decât $3r$. Situația este identică pentru imaginile mai îndepărtate formate prin oglindiri multiple.

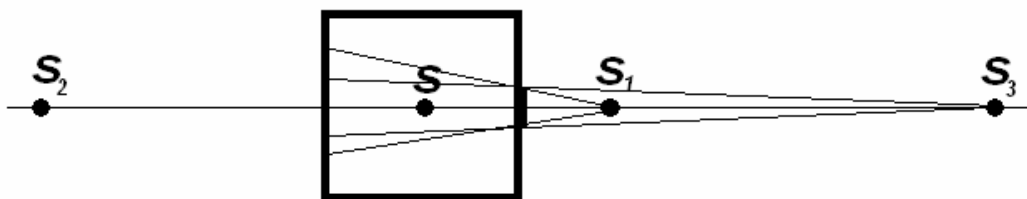


Figura 2.2.

În aceste condiții oglinzile de pe pereții care sunt față în față nu produc iluminare pe peretele fără oglindă.

Oglinda aflată pe peretele opus peretelui fără oglindă, produce o singură imagine a sursei – ca în figura 2.1.

Iluminarea pe peretele fără oglindă este determinată de iluminarea directă E_{direct} , datorată sursei și

iluminarea indirectă $E_{virtual}$ de la sursa virtuală (din oglindă). Sursa directă se află la distanța $\frac{L}{2} = 2m$

iar sursa virtuală se află la distanța $3\frac{L}{2} = 3m$ de punctul a cărui iluminare este cerută.

Iluminarea totală este

$$\begin{cases} E_{plan} = E_{direct} + E_{virtual} \\ E_{plan} = \frac{I}{(L/2)^2} + \frac{I}{(3L/2)^2} = \frac{40 \cdot I}{9 \cdot L^2} \end{cases}$$

Valoarea numerică a acestei iluminări este

$$E_{plan} = \frac{40}{9} \cdot \frac{100}{16} lx = \frac{250}{9} lx \cong 27,77 lx$$

b. Pentru oglinzile mari, primele imagini virtuale produse de oglinzile așezate față în față pot „ilumina” centrul peretelui fără oglindă. În acest caz la iluminarea calculată anterior se adaugă iluminarea $E_{suplimentar}$ datorată fiecăreia dintre cele două surse virtuale de tipul S_1 .

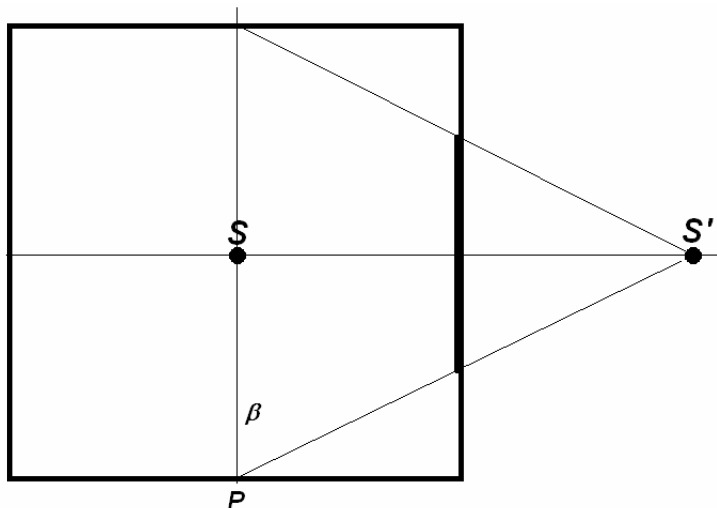


Figura 2.3.

Din imaginea din figura 2.3 se observă că

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{L}{L/2} = 2$$

Corespunzător

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}$$

cu valoarea numerică

$$\cos \beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Iluminarea suplimentară în punctul P este

$$\begin{cases} E_{suplimentar} = \frac{I}{(S'P)^2} \cos \beta \\ E_{suplimentar} = \frac{I}{(L/2)^2} \cos^3 \beta \end{cases}$$

Valoarea numerică a iluminării suplimentare este

$$E_{suplimentar} = \frac{100}{4} \cdot \frac{1}{5\sqrt{5}} lx = \sqrt{5} lx \cong 2,24 lx$$

Iluminarea totală cu oglinzi mari va fi

$$E_{plan}' = 2 \cdot E_{suplimentar} + E$$

$$E_{plan}' = \left(\frac{250}{9} + 2\sqrt{5} \right) lx \cong 32,25 lx$$

c. Dacă este convexă, oglinda formează o imagine virtuală așezată conform formulei oglinzilor

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{R}$$

Corespunzător,

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} + \frac{1}{x_2} = \frac{2}{2} \\ \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2} \\ x_2 = \frac{2}{3}m \end{cases}$$

Imaginea se formează în spatele oglinzii, la $(2/3)m$. Imaginea, care este o sursă virtuală de lumină, va crea pe peretele opus un disc luminos cu diametrul d_{convex}

$$\begin{cases} \frac{d_{convex}}{2r} = \frac{L + x_2}{x_2} \\ d_{convex} = 2r \frac{L + x_2}{x_2} \end{cases}$$

Valoarea numerică a diametrului acestui disc luminos este

$$d_{convex} = 2 \times 0,05 \times \frac{4 + \frac{2}{3}}{\frac{2}{3}} = 0,7m$$

Și în această situație oglinda de pe un perete nu poate ilumina centrul peretelui perpendicular.

Iluminarea peretelui fără oglindă se datorează numai sursei și oglinzii de pe peretele opus.

Fluxul luminos total Φ determinat de sursă respectă relația

$$\Phi = 4\pi I$$

Fluxul φ determinat de sursă pe oglindă este

$$\varphi = \frac{\pi \cdot r^2}{4\pi(L/2)^2} \Phi = 4\pi \cdot I \cdot \frac{r^2}{L^2}$$

Același flux ar fi determinat de o sursă virtuală cu intensitatea I'

aflată la distanța x_2 adică

$$\varphi = \frac{\pi \cdot r^2}{4\pi(x_2)^2} \Phi' = \pi \cdot I' \cdot \frac{r^2}{(x_2)^2}$$

Comparând ultimele două relații

$$I' = 4 \cdot I \cdot \frac{(x_2)^2}{L^2}$$

Corespunzător

$$I' = I \cdot \frac{4 \cdot x_2^2}{L^2} = 400 \frac{4/9}{16} = \frac{100}{9} cd \cong 11,11 cd$$

Iluminarea determinată pe peretele fără oglindă de sursă și de oglinda convexă este

$$E_{\text{convex}} = \frac{I}{(L/2)^2} + \frac{I'}{(L + x_2)^2}$$

adică

$$E_{\text{convex}} = \left(\frac{100}{(2)^2} + \frac{100/9}{(14/3)^2} \right) lux = (25 + 0,51) lux = 25,51 lux$$

d) Raportul cerut are valoarea $E_{\text{convex}}/E_{\text{plan}}$

$$E_{\text{convex}}/E_{\text{plan}} = \frac{25,51}{27,77} \cong 0,92$$