



## Problema I

### Piua pentru decorticat orezul (10 puncte)

Orezul este hrana de bază pentru majoritatea populației Vietnamului. Pentru obținerea orezului alb din orezul nedecorticat este necesară decorticarea adică o „cojire” a bobului de orez. În partea nordică deluroasă a Vietnamului există numeroase cursuri de apă. Oamenii care trăiesc în această zonă utilizează pive de decorticat orezul acționate hidraulic. În figura 1 este prezentată imaginea unei astfel de pive.



Figura 1 Pivă hidraulică pentru decorticare orezului

Piua de decorticat orez prezentată în Figura 1 are următoarele părți:

- **Piua (mojarul)**, un vas de lemn în care se pun boabe de orez nedecorticat.
  - **Balansoarul (pârghia)**, un trunchi de copac având un capăt mai mare și un capăt mai mic. Balansoarul se poate roti în jurul unui ax orizontal.
  - **Pistilul**, un bătător perpendicular prins solidar la capătul mai mic al balansoarului. Lungimea bătătorului este astfel aleasă încât acesta atinge orezul din piua atunci când balansoarul este orizontal.
  - **Căușul**, o „lingură” scobită în capătul mare al balansoarului. Forma căușului este crucială pentru funcționarea pivei.
- Când piua lucrează este parcurs un ciclu al operațiilor după cum urmează:

a) La început în căuș nu este apă și bătătorul (pistilul) stă în piua (mojar). Apa curge în căuș cu un debit mic și pentru un interval de timp balansoarul (pârghia) rămâne în poziția orizontală. Situația este prezentată în figura 2.

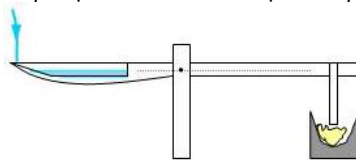


Figura 2

b) La un moment dat, cantitatea de apă din căuș este suficientă pentru a produce rotirea (bascularea) balansoarului și ridicarea capătului cu bătătorul. Datorită înclinării apa se duce către partea din spate a căușului, făcând ca înclinarea balansoarului să se producă mai repede. Atunci când înclinarea ajunge la  $\alpha = \alpha_1$ , apa începe să curgă din căuș. Situația este prezentată în figura 3.

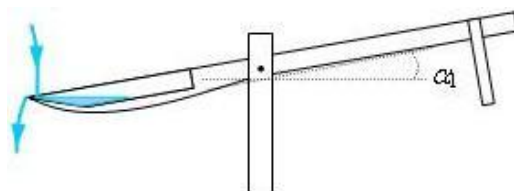


Figura 3

c) La creșterea unghiului  $\alpha$  apa continuă să curgă. La un anumit unghi de rotire  $\alpha = \beta$  momentul total determinat de greutatea balansoarului și greutatea apei din căuș devine zero. Situația este prezentată în figura 4.

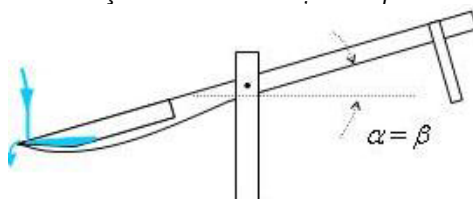


Figura 4

d) Unghiul  $\alpha$  continuă să crească și apă continuă să curgă din căuș până când în acesta nu mai rămâne apă. Situația este prezentată în figura 5.

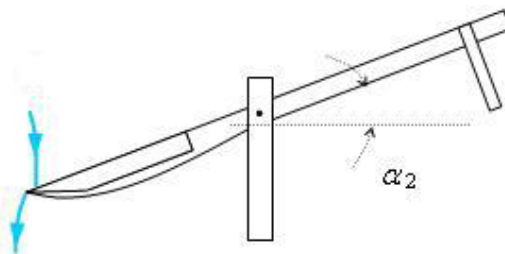


Figura 5

e) Unghiul  $\alpha$  continuă să crească datorită inerției. Forma căușului face ca apa ce cade în acesta să curgă imediat afară din căuș. Mișcarea inerțială a balansoarului continuă până când  $\alpha$  atinge o valoare maximă  $\alpha_0$ . Situația este prezentată în figura 6.

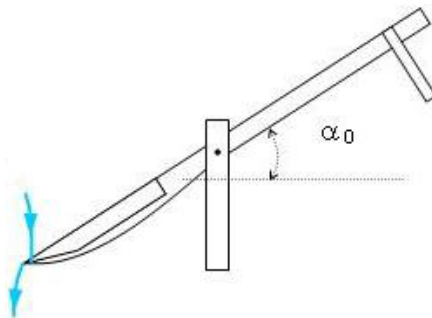


Figura 6

f) Deoarece în căuș nu este de loc apă, greutatea balansoarului îl aduce înapoi în poziția orizontală inițială. Bătătorul lovește în puiă (care are orezul înăuntru) și un nou ciclu începe.

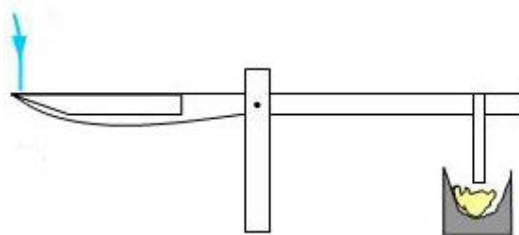


Figura 7

Din punctul de vedere al operaționalității, puiua se poate afla în una dintre următoarele două situații.

**Situația în care lucrează** în care puiua trece prin ciclul de operare ilustrat în Figurile 2 – 7.

Funcția de decorticare se face prin transferul de lucru mecanic de la pistil la orez (lovirea orezului cu pistilul pentru decorticare este scopul funcționării pivei) în cursul etapei (f) prezentată în Figura 7. Dacă, dintr-un motiv oarecare, pistilul nu atinge orezul spunem că puiua nu funcționează.

**Situația de repaus** în care balansoarul rămâne ridicat. În cursul etapei (c) a ciclului de operare din Figura 4, dacă unghiul de rotație  $\alpha$  crește, cantitatea de apă din căuș scade. Ca în figură, se marchează valoarea unghiului de rotire pentru situația în care momentul greutății apei din căuș egalează momentul determinat de greutatea balansoarului cu  $\beta$ . Dacă balansoarul este înclinat la unghiul  $\beta$  față de orizontală și viteza sa unghiulară este nulă, balansoarul va rămâne definitiv în această poziție.

Aceasta este poziția de repaus cu balansoarul ridicat. Stabilitatea acestei poziții depinde de viteza de curgere (debitul) a apei în căuș,  $\Phi$ . Dacă  $\Phi$  depășește o anumită valoare  $\Phi_2$  atunci situația de repaus este stabilă și puiua nu poate fi în situația „de lucru”. Cu alte cuvinte  $\Phi_2$  este debitul pentru care puiua nu mai lucrează.

### Problema

Consideră o puiua hidraulică de decorticat orezul având parametrii prezentați în Figura 8. Masa balansoarului (inclusiv bătătorul dar fără apă) este  $M = 30\text{ kg}$ . Centrul de masă al balansoarului este  $G$ . Balansoarul se rotește în jurul axului orizontal (proiectat în figură în punctul  $T$ ). Momentul de inerție al balansoarului în jurul axului marcat cu  $T$  este  $J_B = 12\text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . Când în căuș este apă, masa apei se notează cu  $m$  și centrul de masă al apei este notat cu  $N$ .

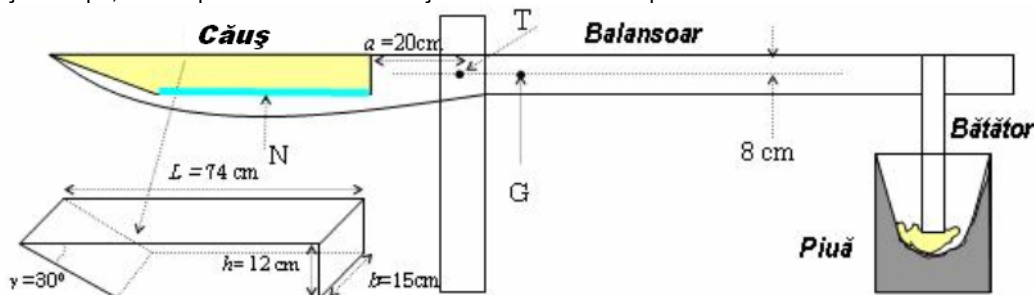


Figura 8

Unghiul de înclinare al balansoarului față de orizontală este marcat cu  $\alpha$ . Dimensiunile relevante ale balansoarului și căușului sunt indicate în Figura 8. Se neglijează frecările la ax și forța datorată căderii apei în căuș. În problemă se consideră suprafața apei ca fiind mereu orizontală. Accelerația gravitațională este  $g = 9,81\text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

### Determinarea parametrilor de structură ai pivei

La început găleata este goală și balansoarul este orizontal. Apa curge în căuș până când balansoarul începe să se rotească. Cantitatea de apă în căuș în acel moment este  $m = 1,0\text{ kg}$



- a. Determină distanța de la centrul de masă  $G$  al balansoarului până la axa de rotație  $T$ . Se știe că segmentul  $GT$  este orizontal în poziția inițială în care atunci când căușul este gol.
- b. Apa începe să curgă din căuș atunci când unghiul dintre balansoar și axa orizontală de coordonate atinge valoarea  $\alpha_1$ . Găleata se golește complet atunci când acest unghi devine  $\alpha_2$ .

Determină  $\alpha_1$  și  $\alpha_2$ .

- c. Fie  $\mu(\alpha)$  momentul total (relativ la axa  $T$ ) care se datorează greutateii balansoarului și a apei din căuș.  $\mu(\alpha)$  este nul atunci când  $\alpha = \beta$ . Determină  $\beta$  și masa  $m_1$  a apei din căuș în acest moment.

### Determinarea parametrilor care descriu situației în care piva lucrează

Fie situația în care apa curge în căuș cu un debit  $\Phi$  constant și mic. Cantitatea de apă care curge în căuș în cursul mișcării balansoarului este neglijabilă. În cursul rezolvării acestei părți de problemă neglijează modificarea momentului de inerție în timpul unui ciclu de lucru.

- a. Schițează un grafic  $\mu(\alpha)$  al momentului  $\mu$ , ca funcție de unghiul  $\alpha$  în cursul unui ciclu de funcționare. Scrie explicit valorile pentru  $\mu(\alpha)$  corespunzătoare unghiurilor  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  și  $\alpha = 0$ .
- b. Folosind graficul trasat la punctul A2a. discută și dă o interpretare geometrică a valorii energiei totale  $W_{total}$  produsă de  $\mu(\alpha)$  și a lucrului mecanic  $W_{lovire}$  care este transferat de la bătător la orez.
- c. Din graficul care reprezintă momentul  $\mu$  ca funcție de  $\alpha$  estimează  $\alpha_0$  și  $W_{lovire}$  (presupune că energia cinetică datorată apei care curge în căuș și afară din căuș este neglijabilă). Poți aproxima liniile curbe prin segmente de dreaptă dispuse în zigzag, dacă aceasta îți simplifică operațiile de calcul.

### Determinarea parametrilor situației în care piva se află în repaus

Consideră situația în care apa curge în căuș cu un debit constant  $\Phi$ . Consideră de asemenea că nu se poate neglija cantitatea de apă care curge în căuș în cursul mișcării balansoarului.

Presupunând că apa din căuș „dă pe-afară”:

- a. Trasează un grafic al momentului  $\mu$  ca funcție de unghiul  $\alpha$  în vecinătatea lui  $\alpha = \beta$ . Determină cărui tip de echilibru aparține poziția în care balansoarul este înclinat cu unghiul  $\alpha = \beta$  față de orizontală.
- b. Determină forma analitică a momentului  $\mu(\alpha)$  ca funcție de  $\Delta\alpha$ , când  $\alpha = \beta + \Delta\alpha$ , și  $\Delta\alpha$  este mic.
- c. Determină ecuația mișcării balansoarului, care se mișcă având viteză inițială nulă din poziția de echilibru de înclinare  $\beta$  dacă  $\alpha = \beta + \Delta\alpha$  ( $\Delta\alpha$  este mic). Arată că mișcarea este cu o bună acuratețe o mișcare oscilatorie armonică. Calculează perioada  $\tau$  a acestei mișcări.
- d. Pentru un debit dat  $\Phi$  apa din căuș dă pe-afară numai dacă mișcarea balansoarului este suficient de lentă. Există o limită superioară a amplitudinii oscilației armonice care depinde de  $\Phi$ . Determină valoarea minimă  $\Phi_1$  a debitului  $\Phi$  (în  $kg/s$ ) astfel încât balansoarul să poată face o mișcare oscilatorie armonică având amplitudinea de  $1^\circ$ .
- e. Presupune că  $\Phi$  este suficient de mare astfel încât în timpul mișcării libere a balansoarului, când unghiul de înclinare descrește de la  $\alpha_2$  la  $\alpha_1$ , apa din căuș dă tot timpul pe-afară. Totuși, dacă  $\Phi$  este prea mare piva nu lucrează. Presupunând că mișcarea balansoarului este aceea a unui oscilator armonic estimează debitul minim  $\Phi_2$  pentru care piva nu funcționează. În calcule numerice folosește precizia maximă permisă de datele furnizate. Dă răspunsurile numerice cu două zecimale.

Subiect propus de:

Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar – Ministerul Educației  
Cercetării și Tineretului

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București

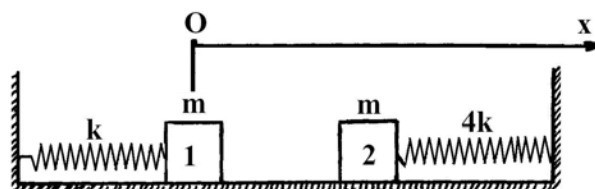


## Problema II

### Probleme cu resorturi. Oscilații liniare (10 puncte)

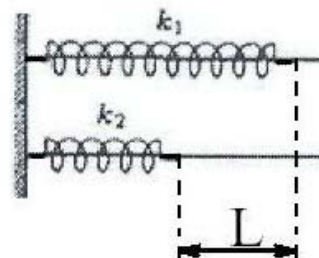
A. Două corpuri de mici dimensiuni, cu masa  $m$  fiecare, se află pe o suprafață orizontală netedă, ca în figură, și sunt legate de pereți fiși, verticali, prin intermediul unor resorturi cu constantele de elasticitate  $k$ , respectiv  $4k$ .

Corpurile se pun simultan în mișcare de oscilație în lungul axei  $x$ , în felul următor: corpul 1 pornește spre stânga grație unui bobârnac iar corpul 2 este eliberat după ce, în prealabil, resortul său a fost comprimat. Energia cinetică maximă a fiecărui corp este  $E_0$ . Până la ce distanță minimă se apropie unul de altul corpurile în timpul oscilațiilor lor ulterioare dacă se știe că, atunci când resorturile sunt nedeformate,



ca în figură, distanța dintre corpurile 1 și 2 este  $2\sqrt{(2/k)E_0}$ ? După cât timp de la începutul oscilațiilor se atinge prima oară respectiva distanță minimă? Câte astfel de momente de timp există?

B. Două tije rigide, paralele, ies dintr-un perete vertical în direcție perpendiculară pe acesta. Pe tije sunt introduse două resorturi elastice având constantele de elasticitate  $k_1$  și respectiv  $k_2$ , cu capetele din partea stângă (vezi figura) fixate în perete. La început resorturile sunt netensionate –ca în figură, diferența lungimilor lor libere fiind  $L$ . Ce lucru mecanic total, cu valoare minimă, trebuie să efectuăm asupra resorturilor pentru ca lungimea lor (distanța de la perete la capete) să fie aceeași? Frecările sunt neglijabile.



Subiect propus de prof. univ. dr. Florea Uliu de la Facultatea de Fizica Universitatea din Craiova



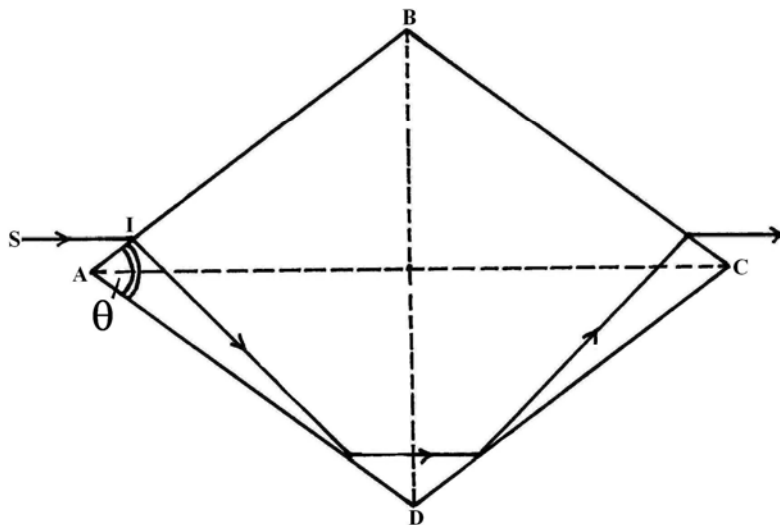
## Problema III

### Prismă neobișnuită (10 puncte)

Secțiunea principală a unei prisme de sticlă are formă de romb, cu unghiul  $BAD =$  unghiul  $BCD = \theta$ . Un fascicul subțire, de lumină galbenă, ce se propagă spre prismă în planul secțiunii principale, pătrunde pe fața  $AB$ , direcția sa inițială fiind paralelă cu diagonala  $AC$  a rombului. El se reflectă total pe fețele  $AD$  și  $DC$  și apoi iese din prismă prin fața  $BC$ . Pentru respectiva radiație galbenă, indicele de refracție al prisme este  $n=1,60$  iar pentru aerul exterior  $n'=1$ .

1). Pentru ce valoare a unghiului  $\theta$  (exprimată analitic în funcție de  $n$ ) poate fi egală cu zero deviația totală a fasciculului de lumină care iese din prismă? Calculați apoi valoarea lui  $\theta$  în grade și minute când  $n=1,60$ .

2). Prisma și direcția fasciculului incident rămân fixe, însă se schimbă radiația luminoasă incidentă, ea fiind formată acum din dubletul galben al mercurului. Cele două lungimi de undă au valorile  $579,1$  nm, respectiv  $577$  nm iar indicii de refracție ai sticlei prisme pentru aceste lungimi de undă sunt  $n=1,60$ , respectiv  $n+\Delta n$ , cu  $\Delta n=1,3 \cdot 10^{-4}$ . Razele de lumină ce ies din prismă pătrund longitudinal într-o lunetă reglată pentru infinit.



a). Exprimați „distanța unghiulară”  $\varepsilon$  dintre cele două imagini observate prin lunetă (mai întâi prin  $\theta$  și  $\Delta n$ , apoi prin  $n$  și  $\Delta n$ );

b). Calculați distanța liniară  $y$  dintre cele două imagini observate în planul focal al obiectivului lunetei știind că distanța sa focală este  $f_{ob}=40$  cm.

Subiect propus de prof. univ .dr. Florea Uliu de la Facultatea de Fizica Universitatea din Craiova