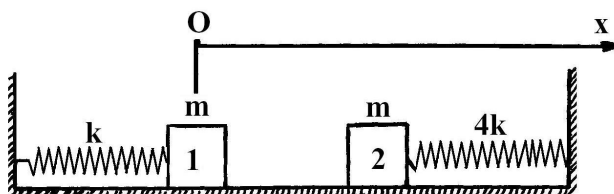


PROBA DE BARAJ LA FIZICĂ
Probleme cu resoarte (Oscilații liniare)

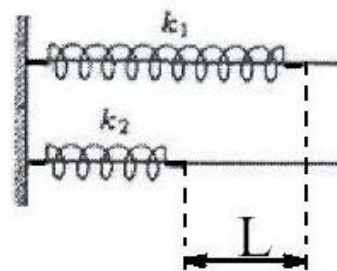
A. Două corpuri de mici dimensiuni, cu masa m fiecare, se află pe o suprafață orizontală netedă, ca în figură, și sunt legate de pereți fixi, verticali, prin intermediul unor resoarte cu constantele de elasticitate k , respectiv $4k$.

Corpurile se pun simultan în mișcare de oscilație în lungul axei x , în felul următor: corpul 1 pornește spre stânga grație unui bobârnac iar corpul 2 este eliberat după ce, în



prealabil, resortul său a fost comprimat. Energia cinetică maximă a fiecărui corp este E_0 . Până la ce distanță minimă se apropie unul de altul corpurile în timpul oscilațiilor lor ulterioare dacă se știe că, atunci când resoartele sunt nedeformate, ca în figură, distanța dintre corpurile 1 și 2 este $2\sqrt{(2/k)E_0}$? După cât timp de la începutul oscilațiilor se atinge prima oară respectiva distanță minimă? Câte astfel de momente de timp există?

B. Două tijele rigide, paralele, ies dintr-un perete vertical în direcție perpendiculară pe acesta. Pe tijele sunt introduse două resoarte elastice având constantele de elasticitate k_1 și respectiv k_2 , cu capetele din partea stângă (vezi figura) fixate în perete. La început resoartele sunt netensionate –ca în figură, diferența lungimilor lor libere fiind L . Ce lucru mecanic total, cu valoare minimă, trebuie să efectuăm asupra resoartelor pentru ca lungimea lor (distanța de la perete la capete) să fie aceeași? Frecările sunt neglijabile.



Probleme propuse de prof.univ.dr. Florea Uliu
Facultatea de Fizica
Universitatea din Craiova

Rezolvare și barem de evaluare

A. (5 puncte).

Cu ajutorul legii conservării energiei putem afla amplitudinile oscilațiilor:

$$E_0 = \frac{k}{2} A_1^2, E_0 = \frac{4k}{2} A_2^2, \text{ astfel că } A_1 = \sqrt{2E_0/k}, A_2 = \sqrt{E_0/2k}, \text{ ceea ce înseamnă}$$

$$A_1 = 2A_2 \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$$

$$\text{Pulsățiile oscilațiilor sunt } \omega_1 = \sqrt{k/m} \equiv \omega, \text{ respectiv } \omega_2 = \sqrt{4k/m} = 2\omega \dots\dots\dots \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$$

$$\text{Alegând originea axei } x \text{ în locul unde se afla inițial corpul 1 (când a primit bobârnacul spre stânga) putem scrie legile de mișcare ale celor două corpuri sub forma } x_1(t) = -A_1 \sin(\omega t), \text{ respectiv } x_2(t) = 2\sqrt{2E_0/k} + A_2 \cos(2\omega t) \dots\dots\dots \mathbf{2 \text{ puncte}}$$

Distanța dintre corpuri se modifică în timp astfel

$$\Delta x(t) = x_2(t) - x_1(t) = 2\sqrt{\frac{2E_0}{k}} + A_2 \cos(2\omega t) + A_1 \sin(\omega t) \dots\dots\dots \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$$

Minimul acestei distanțe corespunde situației în care sunt egali cu (-1) atât $\cos(2\omega t)$ cât și $\sin(\omega t)$. Avem

$$(\Delta x)_{\min} = 2\sqrt{\frac{2E_0}{k}} - A_2 - A_1 = \sqrt{\frac{E_0}{2k}}, \dots\dots\dots \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$$

iar momentele de timp (nu este unul singur !) la care se atinge această distanță minimă sunt

$$t = \frac{3\pi}{2\omega} + \frac{2n\pi}{\omega}, n = 0, 1, 2, 3, \dots \dots\dots \mathbf{0,5 \text{ puncte}}$$

B. (5 puncte).

Să comprimăm primul resort pe distanța x_1 și să îl alungim pe al doilea pe distanța x_2 , astfel încât

$$x_1 + x_2 = L. \text{ Lucrul mecanic (total) efectuat este } W = \frac{1}{2}(k_1 x_1^2 + k_2 x_2^2) = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 + \frac{1}{2} k_2 (L - x_1)^2 =$$

$$= \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x_1^2 - Lk_2 x_1 + k_2 \frac{L^2}{2} \dots\dots\dots \mathbf{2 \text{ puncte}}$$

Adunând și scăzând în partea dreaptă cantitatea $\frac{L^2 k_2^2}{2(k_1 + k_2)}$ formăm în expresia lucrului mecanic un pătrat

$$\text{perfect: } W = \left[x_1 \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{2}} - \frac{Lk_2}{\sqrt{2(k_1 + k_2)}} \right]^2 + \frac{L^2 k_1 k_2}{2(k_1 + k_2)} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$$

$$\text{Minimul acestei expresii corespunde anulării parantezei drepte și este } W_{\min} = \frac{L^2 k_1 k_2}{2(k_1 + k_2)} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$$

$$\text{El se atinge când } x_1 = \frac{Lk_2}{k_1 + k_2}, \text{ respectiv } x_2 = \frac{Lk_1}{k_1 + k_2} \dots\dots\dots \mathbf{1 \text{ punct}}$$

Observație: Minimul lui W se putea obține și prin anularea derivatei $W'(x_1)$.

$$\mathbf{TOTAL \dots\dots\dots 10 \text{ (zece) puncte}}$$

Probleme selectate și propuse de:

Prof. univ. dr. Uliu Florea,

Facultatea de Fizică, Universitatea din Craiova

Concursul „Vrânceanu-Procopiu”, Bacău, 14-16 noiembrie 2008

PROBA DE BARAJ LA FIZICĂ
Probleme cu resoarte (Oscilații liniare)

FOAIE DE RĂSPUNSURI

- A. Distanța minimă dintre corpurile 1 și 2 în timpul oscilațiilor
este dată de formula $(\Delta x)_{\min} =$
Această distanță minimă se atinge prima oară
la momentul de timp $t_0 =$
Celelalte momente de timp la care se atinge distanța minimă
sunt date de formula $t =$
- B. Lucrul mecanic minim solicitat în enunțul problemei
este dat de formula $W_{\min} =$
În această stare alungirile resoartelor sunt