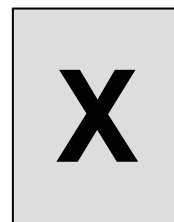


Concursul Național de Matematică și Fizică
"Vrânceanu – Procopiu"

Ediția a XIII-a, 2011



Problema a II-a (10 puncte)

B. Pompa de bicicletă

George umflă camera unei roți de bicicletă cu o pompă cu piston (figura 1). Inițial, în camera roții de bicicletă se află aer la presiunea atmosferică p_0 și la temperatura T_0 . Camera roții de bicicletă are un ventil (o supapă), care se deschide atunci când presiunea exterioară devine egală cu presiunea aerului din cameră. Consideră că volumul V_r al camerei de bicicletă nu variază. La începutul fiecărei curse a pistonului, atunci când acesta se află în poziția cea mai de sus, pompa de bicicletă este plină cu aer, având presiunea atmosferică p_0 și temperatura T_0 . Volumul pe care îl are la dispoziție aerul din pompa de bicicletă, la începutul fiecărei curse, este $V_p = V_r / N$, unde N este un număr dat. Când



Figura 1

pistonul ajunge în poziția cea mai de jos, toată cantitatea de aer din pompă se regăsește în camera roții de bicicletă, pompa fiind complet golită de aer. Lungimea cursei pistonului pompei de bicicletă este ℓ . Presupune că pereții pompei și cei ai camerei roții de bicicletă sunt perfect diatermali, astfel încât temperatura lor, precum și cea a aerului din pompă și din camera de bicicletă rămâne întotdeauna egală cu temperatura atmosferei T_0 . Constanta universală a gazelor ideale este R .

- Determină expresia numărului ν_k de moli de aer din camera roții de bicicletă, după ce George a pompat de k ori aer în camera de bicicletă. Exprimă rezultatul în funcție de p_0 , V_r , T_0 , R , N și k .
- Dedu expresia presiunii p_k a aerului din camera de bicicletă, după ce George a efectuat k pompări. Exprimă rezultatul în funcție de p_0 , N și k .
- În cursul celei de-a $(k+1)$ pompări a aerului în camera de bicicletă, supapa se deschide când pistonul se află la o anumită distanță x_{k+1} față de poziția sa cea mai de sus. Determină expresia distanței x_{k+1} . Exprimă rezultatul în funcție de ℓ , N și k .

B. Pompa de bicicletă - Soluție

a. Inițial, în camera roții de bicicletă se află aer la presiunea atmosferică p_0 și la temperatura T_0 . Numărul de moli de aer, aflat inițial în camera roții de bicicletă are expresia

$$\nu_{\text{initial}} = \frac{p_0 \cdot V_r}{R \cdot T_0} \quad (1)$$

La o singură cursă a pistonului pompei de bicicletă se introduc ν_1 moli de aer în camera roții de bicicletă

$$\begin{cases} \nu_1 = \frac{p_0 \cdot V_p}{R \cdot T_0} \\ \nu_1 = \frac{p_0 \cdot V_r}{R \cdot T_0 \cdot N} \end{cases} \quad (2)$$

După ce George a pompat de k ori aer în camera de bicicletă, numărul de moli de aer din camera roții de bicicletă devine

$$v_k = v_{initial} + k \cdot v_1 \quad (3)$$

Combinând relațiile (1), (2) și (3) se obține

$$\begin{cases} v_k = \frac{p_0 \cdot V_r}{R \cdot T_0} + k \cdot \frac{p_0 \cdot V_r}{R \cdot T_0 \cdot N} \\ v_k = \frac{p_0 \cdot V_r}{R \cdot T_0} \cdot \frac{N+k}{N} \end{cases} \quad (4)$$

Expresia din relația (4) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru a.

b. Presiunea p_k a aerului din camera de bicicletă, după ce George a efectuat k pompări, are expresia

$$p_k \cdot V_r = v_k \cdot R \cdot T_0 \quad (5)$$

Din relațiile (4) și (5) se obține

$$p_k = p_0 \cdot \frac{N+k}{N} \quad (6)$$

Expresia din relația (6) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru b.

c. În cursul celei de-a $(k+1)$ pompări a aerului în camera de bicicletă, supapa se deschide atunci când presiunea aerului din pompă devine egală cu presiunea p_k a aerului din camera de bicicletă. În acel moment pistonul se află la distanța x_{k+1} față de poziția sa cea mai de sus.

Pentru aerul din pompa de bicicletă consideră starea caracterizată prin parametrii $\left(p_0, \frac{V_r}{N}\right)$ - stare corespunzătoare situației când pistonul se află în poziția cea mai de sus - și respectiv starea când pistonul se află la distanța x_{k+1} față de poziția cea mai de sus. În această stare, presiunea aerului este p_k , iar volumul ocupat de acesta are expresia

$$V' = S \cdot (\ell - x_{k+1}) \quad (7)$$

unde S este aria suprafeței pistonului.

Ținând cont că

$$\frac{V_r}{N} = S \cdot \ell \quad (8)$$

și aplicând legea transformării izoterme pentru aerul din pompa de bicicletă se obține

$$p_0 \cdot \frac{V_r}{N} = p_k \cdot S \cdot (\ell - x_{k+1}) \quad (9)$$

Combinând relațiile (6), (8) și (9) rezultă

$$x_{k+1} = \ell \cdot \frac{k}{N+k} \quad (10)$$

Expresia din relația (10) reprezintă răspunsul la sarcina de lucru c.

© Soluție propusă de:

Dr. Delia DAVIDESCU – Centrul Național de Evaluare și Examinare – Ministerul Educației, Cercetării,
Tineretului și Sportului

Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI – Facultatea de Fizică – Universitatea București