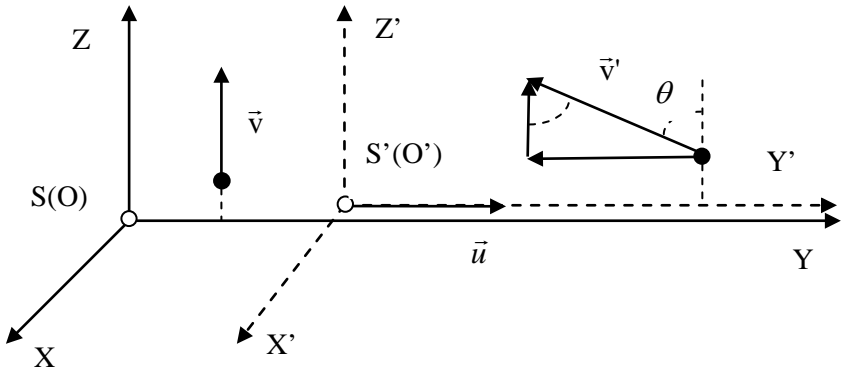


Clasa a XII-a – RELATIVITATE

Barem de notare

Subiect	Parțial	Punctaj
2. Barem Subiectul 2		10
<p>a) Utilizând grupurile transformărilor speciale Lorentz:</p> $x = x'; y = \frac{y' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; z = z'; t = \frac{t' + \frac{u}{c^2} y'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $x' = x; y' = \frac{y - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; z' = z; t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}},$ <p>rezultă:</p> $v'_{x'} = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} \frac{dt}{dt'} = v_x \frac{dt}{dt'} = 0;$ $v'_{y'} = \frac{dy'}{dt'} = \frac{d}{dt'} \left(\frac{y - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \frac{d}{dt'} (y - ut) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(\frac{dy}{dt'} - u \frac{dt}{dt'} \right);$ $\frac{dy}{dt'} = \frac{dy}{dt} \frac{dt}{dt'} = v_y \frac{dt}{dt'} = 0;$ $\frac{dt}{dt'} = \frac{d}{dt'} \left(\frac{t' + \frac{u}{c^2} y'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{u}{c^2} \frac{dy'}{dt'} \right); \frac{dy'}{dt'} = v'_{y'};$ $\frac{dt}{dt'} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(1 + \frac{u}{c^2} v'_{y'} \right);$ $v'_{y'} = - \frac{u}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \left(1 + \frac{u}{c^2} v'_{y'} \right);$ $v'_{y'} = -u;$	<p>0,15</p> <p>0,15</p> <p>0,20</p> <p>0,25</p> <p>0,20</p> <p>0,25</p> <p>0,20</p> <p>0,20</p> <p>0,25</p> <p>0,20</p>	<p>3,00</p>

$v'_{z'} = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \frac{dt}{dt'} = v_z \frac{dt}{dt'} = v \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right) = v \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}};$ $\vec{v}(0;0;v);$ $\vec{v}' \left(0; -u; v \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right);$ $v' = \sqrt{u^2 + v^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2} \right)};$ $\tan \theta' = \frac{v'_{Y'}}{v'_{z'}} = - \frac{u}{v \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$ 	<p>0,20</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>	
<p>b) Să considerăm, așa cum indică figura alăturată, că Pământul se deplasează, pentru un timp foarte scurt, rectiliniu și uniform, cu viteza \vec{v}_p, pe direcția BB', iar steaua care trebuie observată se află în poziția Σ. În momentul corespunzător sosirii luminii de la stea la capătul superior al lunetei (A), Pământul se afla în poziția B.</p> <p>Pentru ca lumina să ajungă la ochiul observatorului, situat inițial în poziția B, axul lunetei trebuie înclinat cu un unghi α_0, în așa fel încât, în intervalul de timp Δt, când lumina străbate distanța AB', cu viteza c, Pământul și ochiul observatorului parcurg distanța BB', cu viteza v_p. Luneta a trecut din poziția L în poziția L'. În varianta clasică, intervalul de timp Δt este absolut.</p> <p>În consecință, imaginea aparentă a stelei, Σ', se observă pe direcția axului A'B' al lunetei, aflată în poziția L'. Direcția aparentă diferă de direcția reală cu un unghi α_0.</p> <p>Din teorema sinusurilor, aplicată în triunghiul ABB', rezultă:</p> $\frac{\sin \alpha_0}{BB'} = \frac{\sin \varphi}{AB'};$ $\frac{\sin \alpha_0}{v_p \Delta t} = \frac{\sin \varphi}{c \Delta t}; \quad \frac{\sin \alpha_0}{v_p} = \frac{\sin \varphi}{c};$	<p>0,10</p> <p>0,25</p> <p>0,20</p> <p>0,10</p> <p>0,25</p>	<p>3,00</p>

$$\sin \alpha_0 = \frac{v_P}{c} \sin \varphi;$$

0,10

$$\sin \alpha_0 \approx \alpha_0; \quad \alpha_0 = \frac{v_P}{c} \sin \varphi; \quad \alpha_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ radiani.}$$

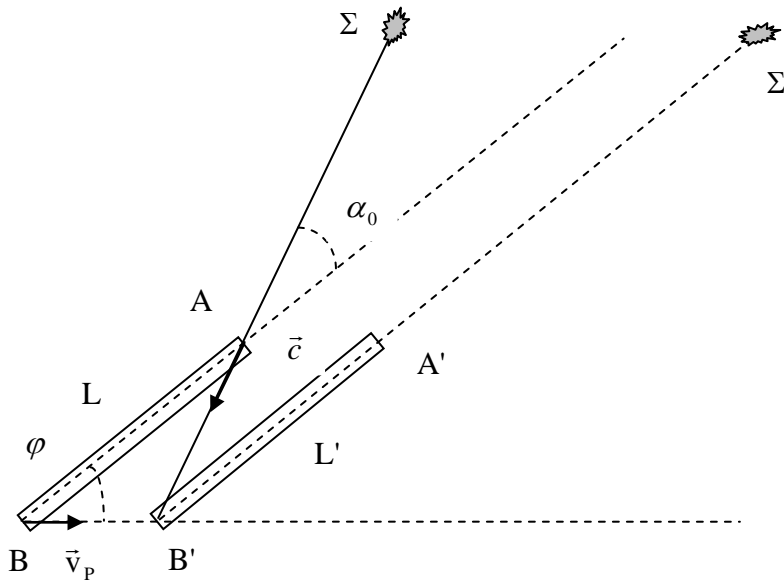
0,10

În particular, dacă steaua se află la zenit ($\varphi = 90^\circ$), atunci unghiul de aberație al stelei trebuie să fie:

$$\alpha_0 = \frac{v_P}{c} = 10^{-4} \text{ radiani} \approx 20'',5,$$

0,10

rezultat în acord cu experiența.



0,25

În varianta relativistă, utilizând figura alăturată, durata propagării luminii pe distanța AB' , determinată de un observator aflat în sistemul de referință inerțial fix atașat stelei Σ (XYZ), este Δt , iar durata deplasării Pământului pe distanța BB' , determinată de un observator aflat în sistemul de referință inerțial mobil atașat Pământului, ($X'Y'Z'$), este $\Delta t' \neq \Delta t$.

0,25

Știind că:

$$\Delta t' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1 - \frac{v_P^2}{c^2}}},$$

0,25

aplicând din nou teorema sinusurilor în triunghiul ABB' , rezultă:

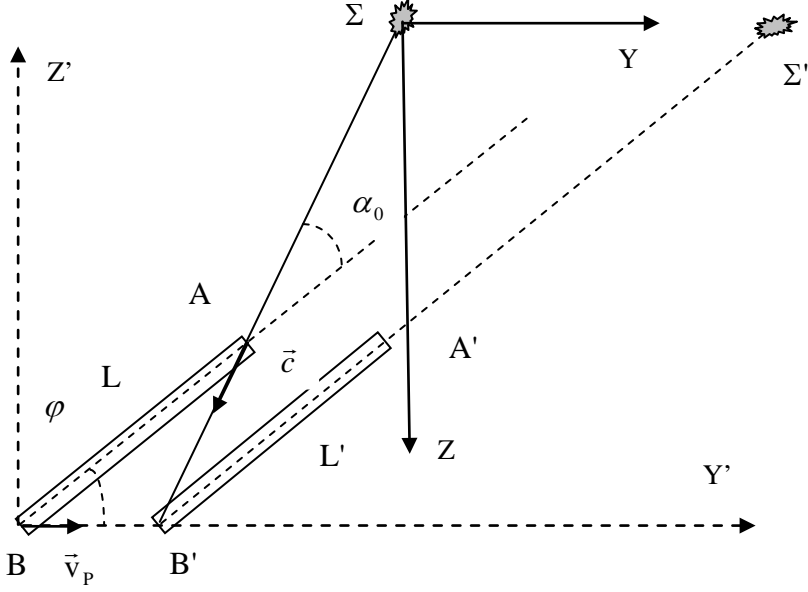
$$\frac{\sin \alpha_0}{BB'} = \frac{\sin \varphi}{AB'};$$

0,10

$$\frac{\sin \alpha_0}{v_P \Delta t'} = \frac{\sin \varphi}{c \Delta t};$$

0,25

0,10

$\sin \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_P^2}{c^2}}} \frac{v_P}{c} \sin \varphi; \sin \alpha_0 \approx \alpha_0;$ $\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_P^2}{c^2}}} \frac{v_P}{c} \sin \varphi; \alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - 10^{-8}}} 5 \cdot 10^{-5} \text{ radiani};$ $\alpha_{0,\text{relativist}} > \alpha_{0,\text{clasic}}.$ 	<p>0,25</p> <p>0,10</p> <p>0,25</p>	
<p>c) Contradicțiile sunt eliminate dacă se iau în calcul duratele de viață ale acestor particule, T, măsurate de un observator de pe Pământ (considerat sistem de referință fix), față de care sistemul propriu al particulei (sistemul mobil S' în care duratele de viață sunt T_0) se deplasează cu o viteză foarte mare, v_0, astfel încât:</p> $T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} > T_0,$ <p>ceea ce dovedește că aceste experimente confirmă legătura relativistă dintre intervalele temporale măsurate în sisteme de referință inerțiale diferite.</p> <p>În aceste condiții, rezultă:</p> $T_\pi = \frac{T_{0\pi}}{\sqrt{1 - \frac{v_{0\pi}^2}{c^2}}} = \frac{h_\pi}{v_{0\pi}}; T_\mu = \frac{T_{0\mu}}{\sqrt{1 - \frac{v_{0\mu}^2}{c^2}}} = \frac{h_\mu}{v_{0\mu}};$ $v_{0\pi} = \frac{h_\pi c}{\sqrt{T_{0\pi}^2 c^2 + h_\pi^2}}; v_{0\mu} = \frac{h_\mu c}{\sqrt{T_{0\mu}^2 c^2 + h_\mu^2}};$	<p>0,75</p> <p>0,75</p> <p>0,50</p> <p>0,50</p>	<p>3,00</p>

$\frac{v_{0\pi}}{v_{0\mu}} = \frac{h_{\pi}}{h_{\mu}} \sqrt{\frac{T_{0\mu}^2 c^2 + h_{\mu}^2}{T_{0\pi}^2 c^2 + h_{\pi}^2}};$ $\frac{v_{0\pi}}{v_{0\mu}} \approx \frac{\sqrt{101}}{10} \approx 1,005.$	0,25	
	0,25	
Oficiu		1,00