

Clasa a XI-a – OSCILAȚII ARMONICE

Barem de notare

Problema 2	Parțial	Punctaj
		10 p
a)		3 p
<p>Fie ω viteza unghiulară a dipolului $(+q; -q)$ în raport cu sistemul de referință al laboratorului, considerat SRI.</p> <p>Asociem un sistem de referință neinertial solidar cu dipolul. Față de acest sistem, la momentul inițial, tija are viteza unghiulară $-\omega$.</p> <p>Dacă după timpul t tija s-a rotit față de dipol cu un unghi α, atunci pentru $\alpha < 180^\circ$ mișcarea tijei față de dipol este încetinită, fiind posibilă chiar oprirea tijei în raport cu dipolul și apoi schimbarea sensului ei de rotație față de dipol. Tija va însoți rotația dipolului, efectuând oscilații simetrice în jurul acestuia.</p> <p>Dacă tija s-a oprit față de dipol în poziția pentru care $\alpha = 180^\circ$, poziție considerată ca fiind cea mai dezavantajoasă, atunci tija însoțește dipolul rotindu-se „solidar” cu acesta în raport cu laboratorul.</p> <p>Dacă viteza unghiulară a tijei în raport cu dipolul nu este încă nulă în momentul trecerii tijei prin poziția cea mai dezavantajoasă, atunci nu mai este posibilă oprirea tijei față de dipol și deci, în acest caz, tija nu mai poate însoți rotația dipolului.</p> <p>Însoțirea dipolului de către tijă se va realiza dacă energia inițială a sa în raport cu dipolul este insuficientă pentru a asigura efectuarea unei rotații complete în jurul dipolului considerat sistem de referință.</p>	1,5 p	
<p><i>Pentru ca tija să însoțească rotația dipolului trebuie ca energia inițială relativă a sistemului să fie mai mică, cel mult egală, cu energia în poziția cea mai dezavantajoasă, când tija este în repaus față de dipol.</i></p> <p>Rezultă:</p> $2 \frac{M(\omega L)^2}{2} + 2 \left[-\frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)} \right] \leq$ $\leq 2 \left[-\frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)} + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)} \right];$ $\omega \leq \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2aqQ}{\pi\epsilon M(L^2 - a^2)}}.$	1 p 0,5 p	
b)		3 p
<p>Din figura 1, unde tija este deviată față de poziția de echilibru cu unghiul α, și unde sunt reprezentate forțele electrostatice, care acționează asupra unui corp de la capătul tijei, rezultate din interacțiunea cu sarcinile electrice ale dipolului fix, rezultă:</p> $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{r_1^2};$		

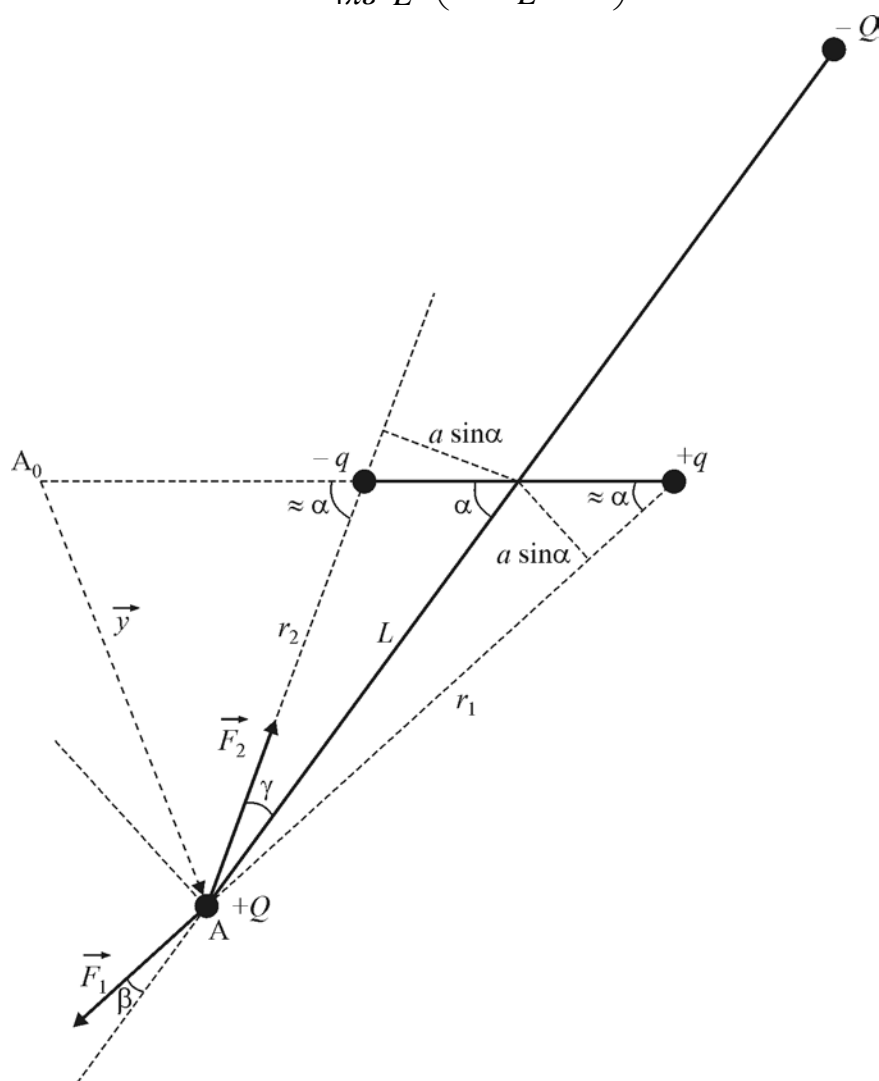
$$r_1^2 = L^2 + a^2 + 2La \cos \alpha \approx L^2 \left(1 + 2 \frac{a}{L} \cos \alpha \right);$$

$$F_1 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{L^2} \left(1 - 2 \frac{a}{L} \cos \alpha \right);$$

$$F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{r_2^2}; \quad r_2^2 = L^2 + a^2 - 2La \cos \alpha;$$

$$F_2 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{L^2} \left(1 + 2 \frac{a}{L} \cos \alpha \right).$$

1 p



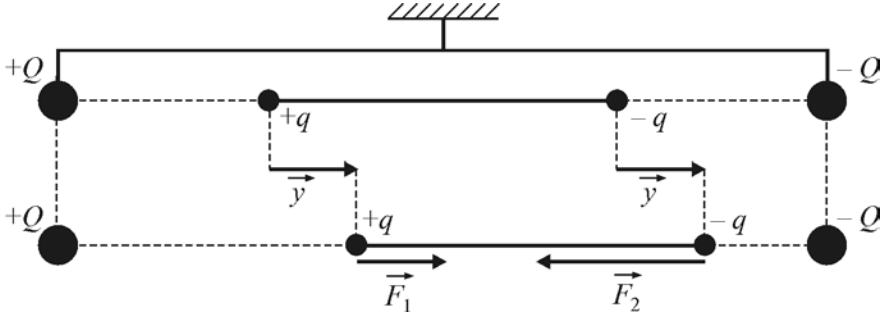
0,5 p

Fig. 1

Componentele celor două forțe, perpendiculare pe tijă sunt:

$$F'_1 = F_1 \sin \beta \approx F_1 \beta; \quad a \sin \alpha = L\beta; \quad a\alpha = L\beta;$$

$$F'_1 = F_1 \frac{a}{L} \alpha;$$

$F'_2 = F_2 \sin \gamma \approx F_2 \gamma; \quad a \sin \alpha = L\gamma; \quad a\alpha = L\gamma;$ $F'_2 = F_2 \frac{a}{L} \alpha,$		
<p>iar rezultanta lor este:</p> $\vec{F} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2; \quad F = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2 = (F_1 + F_2) \frac{a}{L} \alpha;$ $F = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{aqQ}{L^3} \alpha;$ $\overrightarrow{A_0A} = \vec{y}; \quad y \approx L\alpha; \quad \alpha = \frac{y}{L};$ $F = \frac{aqQ}{2\pi\epsilon L^4} y; \quad k = \frac{aqQ}{2\pi\epsilon L^4}; \quad F = ky; \quad \vec{F} = -k\vec{y},$ <p>ceea ce dovedește că oscilațiile sunt armonice:</p>	1 p	
$k = M\omega^2; \quad T = 2\pi L^2 \sqrt{\frac{2\pi\epsilon M}{aqQ}}.$	0,5 p	
c)		3 p
<p>Din figura 2, unde dipolul este deplasat față de poziția de echilibru pe distanța y, rezultă:</p>  <p style="text-align: center;">Fig. 2</p> $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L-a+y)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L+a-y)^2};$ $F_1 \approx \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L-a)^2} \left(1 - \frac{2y}{L-a}\right) + \frac{qQ}{4\pi\epsilon(L+a)^2} \left(1 + \frac{2y}{L+a}\right);$ $F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L+a+y)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{qQ}{(L-a-y)^2};$	1 p	
$F_2 > F_1; \quad \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_1; \quad F = F_2 - F_1;$		

$F = \frac{qQ}{\pi\epsilon} \left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3} \right] y; \quad F = ky; \quad \vec{F} = -k\vec{y};$ $k' = \frac{qQ}{\pi\epsilon} \left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3} \right];$	1 p	
$k' = 2m\omega^2; \quad \omega = \frac{2\pi}{T};$ $T' = 2\pi \sqrt{\frac{2m}{\frac{qQ}{\pi\epsilon} \left[\frac{1}{(L-a)^3} - \frac{1}{(L+a)^3} \right]}};$ $a \ll L;$ $F = \frac{6aqQ}{\pi\epsilon L^4} y; \quad F = k' y; \quad \vec{F} = -k' \vec{y}; \quad T' = 2\pi L^2 \sqrt{\frac{\pi\epsilon m}{3aqQ}}.$	1 p	
Oficiu		1 p

