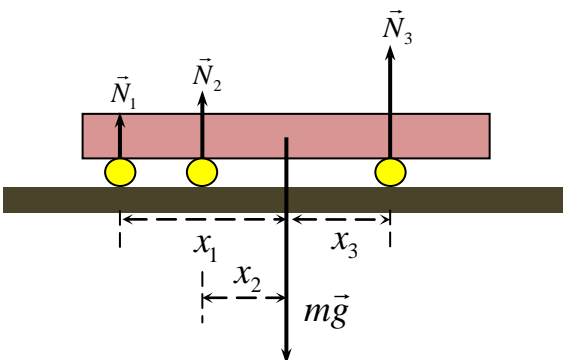
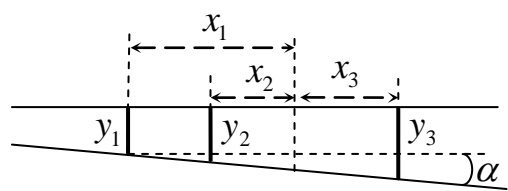


Problema I – B A R E M

a)	$N_1 + N_2 + N_3 = mg.$	(1)	0,50 p.
	 <p style="text-align: center;">Fig. 1</p>		0,50 p.
	$x_1 N_1 + x_2 N_2 = x_3 N_3,$	(2)	0,50 p.
	$\begin{cases} x_1 = \frac{\ell}{2} - \ell_1 = \frac{2}{5} \ell \\ x_2 = x_1 - \ell_2 = \frac{8}{45} \ell. \\ x_3 = \ell_3 - x_2 = \frac{4}{15} \ell \end{cases}$	(3)	0,75 p.
	$\begin{cases} N_1 + N_2 + N_3 = mg \\ 9N_1 + 4N_2 = 6N_3 \end{cases}$	(4)	
	<p>Pentru a găsi încă o ecuație care leagă aceste necunoscute trebuie luată în considerare și elasticitatea lemnului, deoarece, sub acțiunea unei greutate oarecare, lemnul se deformează puțin. Prin urmare, cele trei bețe identice vor putea fi considerate drept trei resorturi identice, comprimate, fiecare având constanta elastică k. Deci</p> $N_i = ky_i, \quad i = \overline{1,3},$ <p>unde y_i sunt micile comprimări ale bețelor sub acțiunea greutății plăcii (v. Fig. 2):</p>		0,50 p.
	 <p style="text-align: center;">Fig. 2</p>		0,50 p.
	$\begin{cases} y_2 = y_1 + (x_1 - x_2) \operatorname{tg} \alpha \\ y_3 = y_1 + (x_1 + x_3) \operatorname{tg} \alpha \end{cases}$ <p>Eliminând $\operatorname{tg} \alpha$ între ecuațiile (6) și folosind (5) rezultă</p>	(6)	0,25 p. 0,25 p.

	$\frac{N_2 - N_1}{N_3 - N_1} = \frac{x_1 - x_2}{x_1 + x_3} = \frac{1}{3}. \quad (7)$	0,25 p.
	$\begin{cases} N_1 = \frac{1}{5}mg \\ N_2 = \frac{3}{10}mg. \\ N_3 = \frac{1}{2}mg \end{cases} \quad (8)$	0,25 p.
		0,25 p.
b)	<p>Deoarece $tg\beta = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,58 < \mu$, placa va fi în echilibru static pe acoperiș în orice moment.</p> <p>Placa se poate deplasa doar dacă dilatarea ei se face față de o secțiune neutră, iar contracția față de alta. Prin secțiune neutră se înțelege, în acest context, o secțiune a plăcii, făcută după un plan perpendicular pe placă și paralel cu muchiile sale orizontale, care rămâne în repaus la dilatarea, respectiv la contracția termică.</p> <p>La dilatare, partea de deasupra secțiunii neutre se va deplasa spre vârful acoperișului, iar cealaltă spre streășină. Dacă lungimile lor sunt, în ordine, x, respectiv y, atunci se pot scrie ecuațiile:</p> $\begin{cases} x + y = \ell \\ mg \sin \beta + \mu x \frac{m}{\ell} g \cos \beta = \mu y \frac{m}{\ell} g \cos \beta' \end{cases}$ <p>adică</p> $y = \frac{\ell}{2} \left(1 + \frac{tg\beta}{\mu} \right). \quad (9)$ <p>La contracție, notând distanțele de la secțiunea neutră cu x' și y', se obține</p> $\begin{cases} x' + y' = \ell \\ mg \sin \beta + \mu y' \frac{m}{\ell} g \cos \beta = \mu x' \frac{m}{\ell} g \cos \beta' \end{cases}$ <p>sau</p> $y' = \frac{\ell}{2} \left(1 - \frac{tg\beta}{\mu} \right). \quad (10)$ <p>Deoarece secțiunea neutră la dilatare este mai spre capătul superior al plăcii decât secțiunea neutră la contracție, înseamnă că la contracție secțiunea neutră la dilatare se deplasează spre baza acoperișului cu</p> $\Delta y = \alpha(y - y')\Delta T = \alpha \ell \frac{tg\beta}{\mu} \Delta T. \quad (11)$ <p>Această distanță, având valoarea numerică $\Delta y = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ m}$, este distanța pe care se deplasează și centrul de masă al plăcii în timp de o zi. Pe durata unui an, distanța totală parcursă de placă spre baza acoperișului este $s = 365,25 \cdot \Delta y = 3,8 \text{ cm}$.</p>	0,50 p. 0,75 p. 0,25 p. 0,75 p. 0,50 p. 0,25 p. 0,75 p. 0,50 p. 0,25 p.
	TOTAL	10 p.