

**Clasa a IX-a**  
**PROBLEMA 1**  
**REZOLVARE**

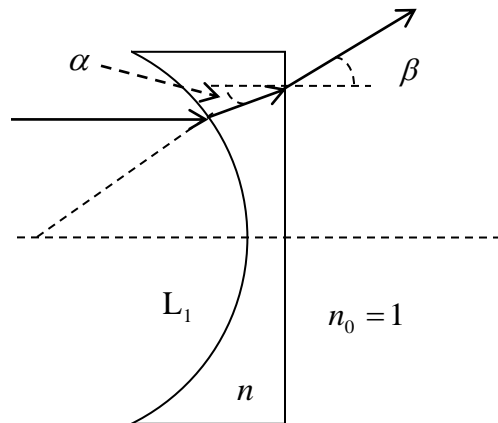
a) (3p) Pentru raza de lumină care trece din lentila  $L_1$  în aer, așa cum indică figura alăturată, utilizând legea refracției, rezultă:

$$n \sin \alpha = n_0 \sin \beta,$$

unde  $n$  este indicele de refracție al sticlei;

$$n\alpha = n_0\beta,$$

deoarece unghiurile implicate sunt foarte mici.



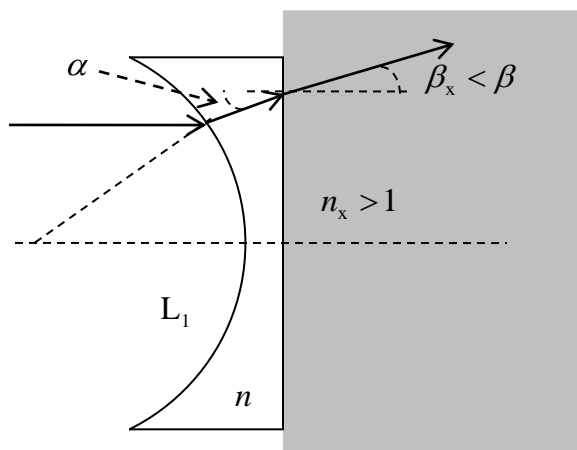
Pentru raza de lumină care trece din lentila  $L_1$  în lichidul dintre cele două lentile, așa cum indică figura alăturată, utilizând legea refracției, rezultă:

$$n \sin \alpha = n_x \sin \beta_x,$$

unde  $n_x$  este indicele de refracție al lichidului dintre cele două lentile;

$$n\alpha = n_x\beta_x,$$

deoarece unghiurile implicate sunt foarte mici.



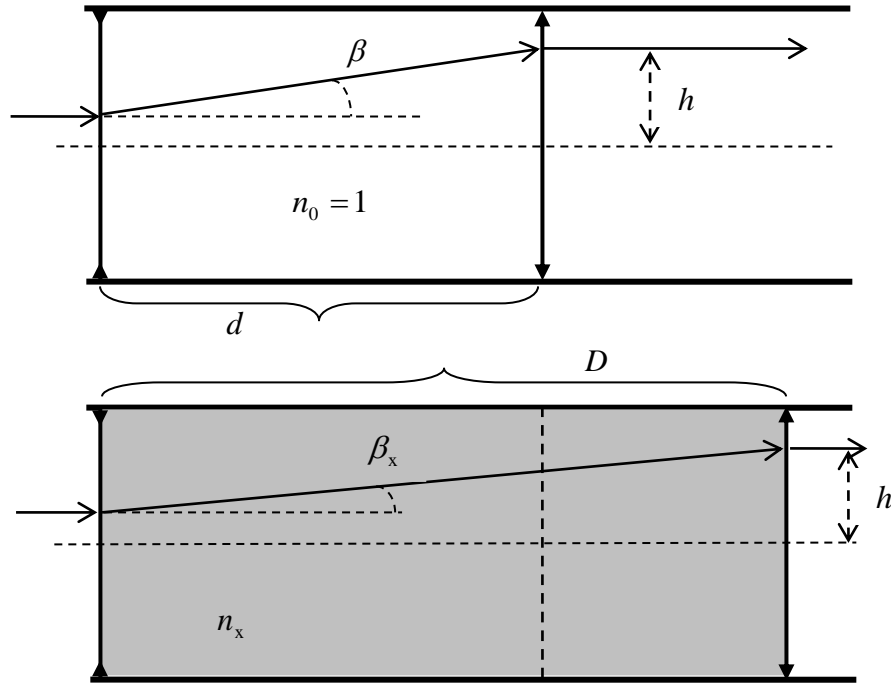
Utilizând și figura alăturată, rezultă:

$$n_0 \beta = n_x \beta_x; \quad \frac{\beta}{\beta_x} = \frac{n_x}{n_0};$$

$$\tan \beta = \frac{h}{d} \approx \beta; \quad \tan \beta_x = \frac{h}{D} \approx \beta_x;$$

$$\frac{\beta}{\beta_x} = \frac{D}{d};$$

$$\frac{n_x}{n_0} = \frac{D}{d} = k; \quad n_x = k n_0 = k.$$

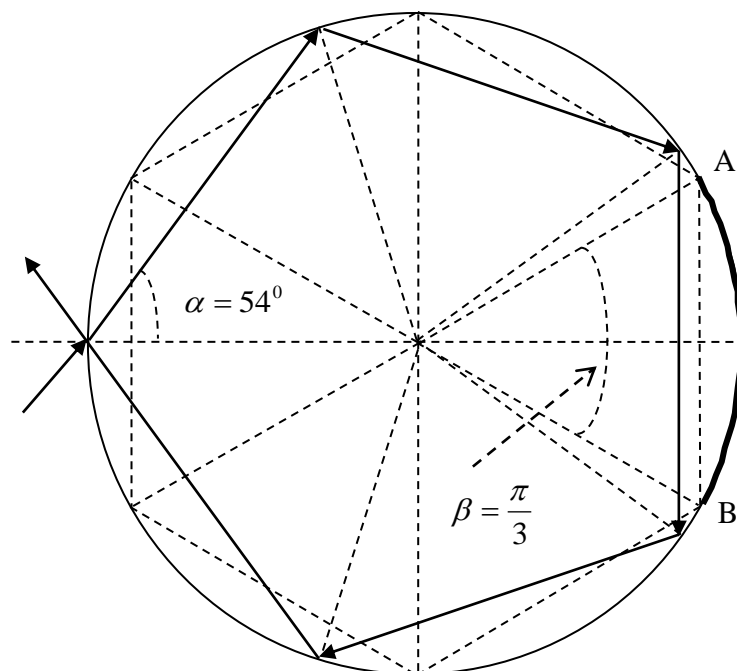
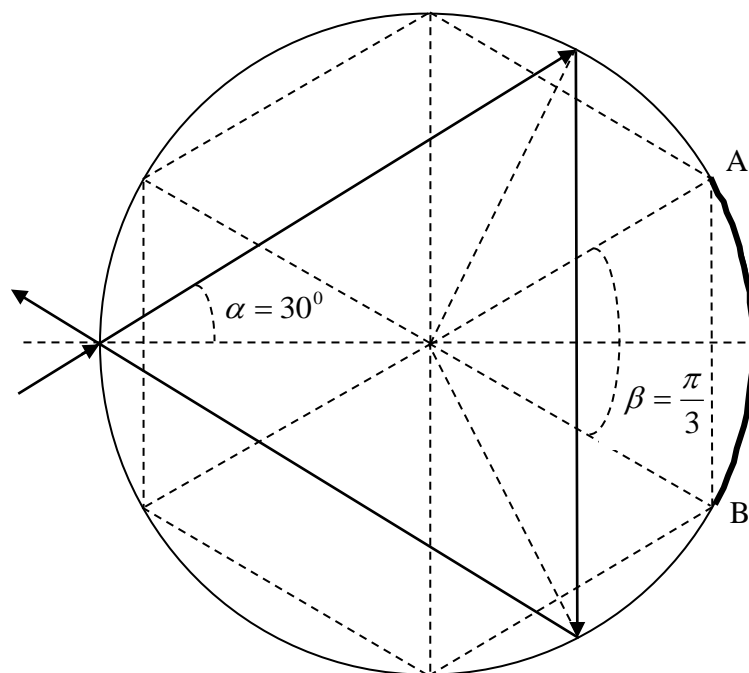


b) (3p) Dacă  $S_0$  este aria suprafeței interioare a cilindrului, iar  $S$  este aria benzii absorbante, dacă  $R$  este raza cilindrului, iar  $H$  este înălțimea cilindrului, atunci, din condițiile problemei, se știe că:

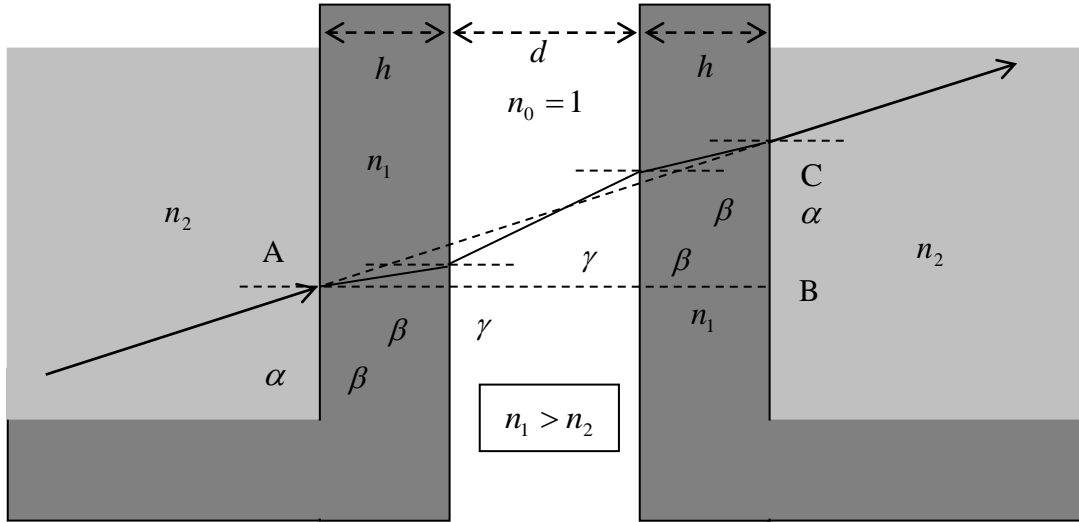
$$\frac{S}{S_0} = \frac{\beta R H}{2\pi R H} = \frac{\beta}{2\pi} = \frac{1}{6}; \quad \beta = \frac{\pi}{3} = 60^\circ,$$

reprezentând unghiul la centru al arcului de cerc corespunzător benzii absorbante. Ca urmare, lungimea corzii arcului absorbant corespunde lungimii razei cercului (lungimea laturii hexagonului înscris în cerc).

Pentru ca raza de lumină să poată ieși din cilindru prin punctul de intrare, trebuie îndeplinite următoarele condiții: 1) drumul său în interiorul cilindrului să fie o linie poligonală regulată închisă cu vârfurile pe circumferință; 2) unul din vârfurile liniei poligonale trebuie să fie în punctul de intrare; 3) latura opusă punctului de intrare să fie paralelă cu coarda arcului absorbant; 4) linia poligonală să aibă un număr impar de laturi; 5) după reflexie raza de lumină nu trebuie să ajungă pe banda absorbantă. Singurele poligoane regulate înscrise în cerc, care îndeplinesc condițiile anterioare sunt triunghiul și pentagonul, așa cum indică secvențele din figurile alăturate, din care rezultă valorile:  $\alpha = 30^\circ$ ;  $\alpha = 54^\circ$ .



c) (3p) Utilizând figura alăturată și scriind legea refracției pentru fiecare interfață, rezultă:



$$n_2 \sin \alpha = n_1 \sin \beta = n_0 \sin \gamma;$$

$$n_2 \alpha \approx n_1 \beta \approx n_0 \gamma;$$

$$\beta = \frac{n_2}{n_1} \alpha; \quad \gamma = \frac{n_2}{n_0} \alpha.$$

Pentru triunghiul dreptunghic ABC, se pot scrie următoarele relații:

$$AB = h + d + h = 2h + d;$$

$$BC = h \tan \beta + d \tan \gamma + h \tan \beta;$$

$$BC \approx h\beta + d\gamma + h\beta = 2h\beta + d\gamma;$$

$$BC = AB \tan \alpha \approx AB\alpha;$$

$$2h\beta + d\gamma = (2h + d)\alpha;$$

$$2h \frac{n_2}{n_1} \alpha + d \frac{n_2}{n_0} \alpha = (2h + d)\alpha;$$

$$d = 2h \frac{n_0(n_1 - n_2)}{n_1(n_2 - n_0)}.$$